

電磁気学第貳演習

試験

椎野 克@本館 184:msiino@th.phys.titech.ac.jp

1

デカルト座標と極座標、それぞれを用いて波動方程式を変数分離法で解け。

2

平面電磁波が誘電率 ϵ_1 透磁率 μ_1 の誘電体から誘電率 ϵ_2 透磁率 μ_2 である誘電体に境界面に垂直に入射したとき反射波と透過波の振幅、反射率透過率を求めよ。

3

真空の Maxwell 方程式を解いて z 方向へ伝搬する平面電磁波の解を求めよ。この解から電磁波のどのような性質 (特にエネルギーと偏光等について) が分かるか？

4

TEM, TE, TM 波について説明せよ。

5

長方形導波管を伝搬する TM 波、TE 波を求めよ

6

同軸ケーブルや平行フィーダー線等のアンテナ線、オーディオ接続コードには Ω を単位とした表示があるこれは何を表しているか、オーディオ機器を接続するためにどう言う意味があるか？

7 ポアンカレの補題

空間を細かく区切ってローテーションがゼロであるベクトルはポテンシャルの勾配で書くことが出来る事を証明せよ。

8 局所ゲージ対称性

9 モノポール

マクスウェル方程式より磁気単極子（磁場の電荷）

$$\mathbf{B} = \frac{\mu \mathbf{r}}{r^3}$$

は存在しない。そしてこの時に、ポアンカレの補題より磁場はベクトルポテンシャルから $\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}$ として与えられる。原点に穴があったら磁気単極子解が許されても良いが、その時には大域的でない形でしかベクトルポテンシャルも与えられない。どういう事か式を書いて説明せよ。局所的ゲージ対称性を踏まえてこの事について考えよ。

（ヒント 1、

$$\frac{1}{2r} \frac{1}{r \pm z} (-y, x, 0)$$

の rot を計算してみろ）

（ヒント 2、 $\text{rot}(\mathbf{A}_+ - \mathbf{A}_-) = 0$ である。 $\mathbf{A}_+ - \mathbf{A}_-$ は大域的ゲージ変換を与えるか確かめよ）

10 遅延グリーン関数

グリーン関数法とフーリエ変換を使って波動方程式の遅延ポテンシャルを求めよ。境界条件について詳しく議論せよ。

11 遅延ポテンシャルの電磁場

ローレンツゲージに於いて遅延ポテンシャルを使つての Maxwell 方程式の解（電場と磁場）を与えよ。

12 電気双極子放射

遅延ポテンシャルの展開により、電気双極子放射による電磁ポテンシャルを求め、原点にある z 方向直線状電流 $I(t)\delta \mathbf{l} = I(t)\delta l \mathbf{e}_z$ の作る電磁場を与えよ。（ $\phi(t)$ はローレンツゲージ条件と $\mathbf{A}(t)$ から与える）各項で遠方の減衰の仕方が異なっているが、それぞれどのような起源の電磁場であると考えられるか？

13 遅延ポテンシャルと保存則

遅延ポテンシャルを使った電磁ポテンシャルがローレンツゲージを満たしている事を示せ。これは実はあらかじめ仕組まれたことである、何故か？

14 LW ポテンシャル

電気双極子放射を計算する時に電荷分布の時間変化が十分遅いとした。この条件が無いときには、どのような修正を行う必要があるか点電荷について考える。省略して ϕ のみで $\rho(\mathbf{x}, t) = q\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{s}(t))$ についてこれを遅延ポテンシャルに代入する際に

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' \frac{\rho(r', t'')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \int dt'' \delta(t - t'' - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{c}) \quad (1)$$

の形の変形を行っておく。(A についても同様) 先に空間積分を行ってから $\delta(f(x)) = \delta(x - x_0)/|f'(x)|$ の性質を使って Lienard-Wiechert ポテンシャル (ϕ と A) を導出せよ。多重極展開に対してのこのポテンシャルの意義を論ぜよ?

15 電磁場のローレンツ変換

ローレンツ力がローレンツ変換に対して共変である事を確かめよ

16 四元電磁テンソル

電磁テンソルでマクスウェル方程式を書き下せ。二つの方程式の性質の違いを考察せよ。

17 双子のパラドクス

双子のパラドクスを解決せよ