応用線形代数—第５回レポート

東京工業大学　情報理工学院　数理・計算科学系
福田光浩

２０２０年度 第１クォーター

提出〆切　５月２９日（金）　２３時５０分まで

OWC-i に必ず *pdf* ファイルとしてアップロード

1. ２次元の点（ベクトル）を $(0.5, 0.6)$，$(0, 6)$，$(1, 6.3)$ $(1/3, 13/9)$ とする．これらの点を授業で習った意味で最も良く当てはめる２次曲線を求めよ．四則演算にのみ計算機を使用してもよいとする．

2. S と T を $\mathbb{R}^n$ の２つの独立なベクトル部分空間とする（つまり $S \cap T = \{\mathbf{0}\}$）．このとき，以下の (a) と (b) を証明せよ．

   (a) $\forall \boldsymbol{z} \in S \oplus T$ は $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{x} \in S$，$\boldsymbol{y} \in T$ として一意的に表現できる．

   (b) $\dim(S \oplus T) = \dim(S) + \dim(T)$.

   (c) $S = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & -a \\ a & \frac{1}{2}b \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2} \;\middle|\; a, b \in \mathbb{R} \right\}$ として定義したとき，$S + T = \mathbb{R}^{2\times 2}$，$\dim(T) \geq 3$，$S \cap T \neq \{\mathbf{0}\}$ となるような $\mathbb{R}^{2\times 2}$ のベクトル部分空間 T を具体的に一つあげよ．

3. $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m\times r}$ に対して，$\mathrm{rank}(\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{A}) = r$ であれば $\mathrm{rank}(\boldsymbol{A}) = r$ であることを示せ．