応用線形代数――第1回レポート

東京工業大学 情報理工学院 数理·計算科学系 福田光浩

2020年度 第1 クォーター

提出ewsight | 2 日 (火) 2 3 時 5 0 分まで<math>
ewsight | OWC-i に必ず ewsight | pdf ファイルとしてアップロード

- 1. 実数の(すべての)無限列 $\{x_i\}_{i=1}^{\infty}$ を要素としてもつ集合は通常の和と実数との積でベクトル空間になることを定義に沿って示せ.
- 2. 任意の $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ただし, $\beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ に対して, $\begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \frac{1}{\cos \beta} \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \sin(\alpha + \beta) \\ \cos(2\beta) \\ \cos(\alpha \beta) \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \cos(\alpha + \beta) \\ \cos(\alpha \beta) \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \cos(\alpha + \beta) \\ \cos(\alpha \beta) \\ \sin(\alpha + \beta) \end{pmatrix}$ は線形独立もしくは線形従属のどちらかであるかを示せ.
- 3. (実) ベクトル空間 V の (ベクトル) 部分空間 W_1, W_2 に対して和空間

$$W_1 + W_2 := \{ \boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{x}_2 \mid \boldsymbol{x}_1 \in W_1, \boldsymbol{x}_2 \in W_2 \}$$

を定義する. 定義に沿って、和空間 $W_1 + W_2$ が V の部分空間であることを示せ.

4. $x \in \mathbb{R}^n$ に対して、 $\|x\|_2 \le \sqrt{n} \|x\|_\infty \le \sqrt{n} \|x\|_2$ が常に成り立つことを示せ.