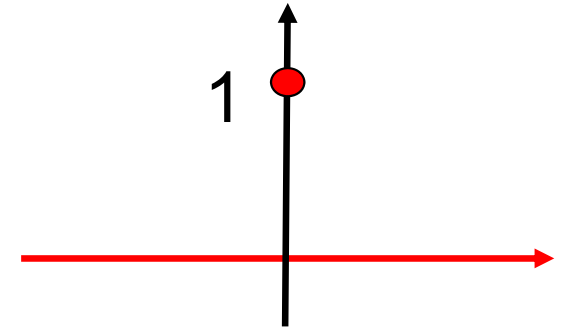


8月4日演習問題

問1: 3つのベクトル $(0,0)$, $(1,4)$, $(2,2)$ の凸結合全体からなる凸多面体を, 半空間の共通部分として表せ.

問2: x 軸上の全ての点集合と $(0,1)$ の凸包 S はどのような集合か?
 S を推測して, それが正しいことを証明せよ.



8月4日演習問題

問3: 集合 $S \subseteq \mathbb{R}^n$ に対し, $\tilde{S} \subseteq \mathbb{R}^{n-1}$ を

$$\tilde{S} = \{y \in \mathbb{R}^{n-1} \mid \text{ある } x \in S \text{ が存在して, } y_j = x_j \ (j = 1, \dots, n-1)\}$$

により定義する. $\tilde{S}$ は S の射影と呼ばれる.

S が以下の不等式で与えられる場合を考える:

$$\sum_{j=1}^{n-1} a_{ij}x_j + x_n \leq b_i \ (i = 1, \dots, k), \quad \sum_{j=1}^{n-1} a_{k+i,j}x_j - x_n \leq b_{k+i} \ (i = 1, \dots, m),$$

$$\sum_{j=1}^{n-1} a_{k+m+i,j}x_j \leq b_{k+m+i} \ (i = 1, \dots, h).$$

このとき, $\tilde{S}$ が次の不等式系で与えられることを証明せよ.

$$\sum_{j=1}^{n-1} a_{k+i,j}x_j - b_{k+i} \leq \sum_{j=1}^{n-1} a_{i',j}x_j - b_{i'} \ (i = 1, \dots, m, \ i' = 1, \dots, k),$$

$$\sum_{j=1}^{n-1} a_{k+m+i,j}x_j \leq b_{k+m+i} \ (i = 1, \dots, h).$$

また, S が下記の式で与えられるとき, $\tilde{S}$ の不等式系による表現を求めよ.

$$S = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1, x_2, x_3 \geq 0, \ x_1 + x_2 + x_3 \leq 5,$$

$$-3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 0, \ -x_1 + 3x_3 \leq 1\}$$