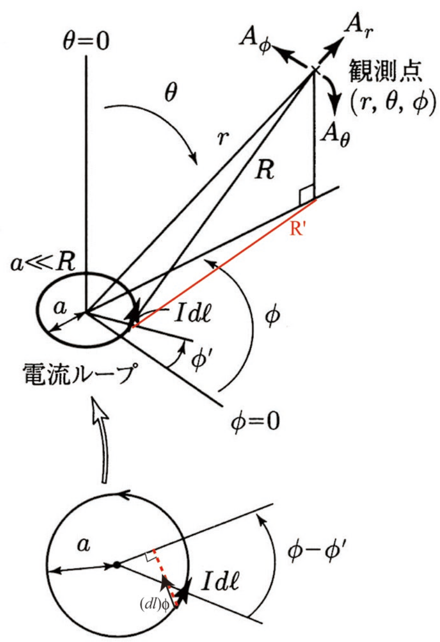
電磁気学Ⅱ 演習5 2020/7/7

学籍番号	氏名

＊PDFに変換してOCW-iに提出すること。夜11時以降の提出は受け付けない。また本シート（もしくは読めるようであれば、別手書きで写真撮影でもよいがPDFに変更のこと。）に学籍番号を書いていない学生は、無効とする

1. 講義で紹介した微小円形ループが作る磁束密度を順を追って導こう。

ベクトルポテンシャルは $\mathbf{A}(r,\theta,\phi)=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_C \dfrac{d\mathbf{l}}{R}$ で表され、$A_r=A_\theta=0$ となるので A_ϕ だけ考えればよい。



(i)まずRを求めよ(ヒント：R’を求めてそれを利用してRを求めると分かりやすい)

(ii) $d\boldsymbol{l}$のφ方向成分$(d\boldsymbol{l})$φをφおよびφの関数で表せ。

(i), (ii)を利用すると $A_\phi=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\displaystyle\int_{\phi'=0}^{2\pi}\dfrac{a\cos(\phi-\phi')d\phi'}{\sqrt{r^2+a^2-2ar\sin\theta\cos(\phi-\phi')}}$ となる。

(iii) 積分の中の分母の項 $\dfrac{1}{\sqrt{r^2+a^2-2ar\sin\theta\cos(\phi-\phi')}}$ について、a<<rとして、テイラー展開の一次の項まで利用して整理せよ。

(iv)以上の結果を用いて、$A_\phi = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\displaystyle\int_{\phi'=0}^{2\pi} \dfrac{a\cos(\phi-\phi')d\phi'}{\sqrt{r^2+a^2-2ar\sin\theta\cos(\phi-\phi')}} \approx \dfrac{\mu_0 I}{4}\dfrac{a^2}{r^2}\sin\theta$ となることを示せ。

(v)ベクトルポテンシャルの計算結果を用いて、磁束密度の各成分 B_r, B_θ, B_ϕ を求めよ。下記の式を参考にするとよい。

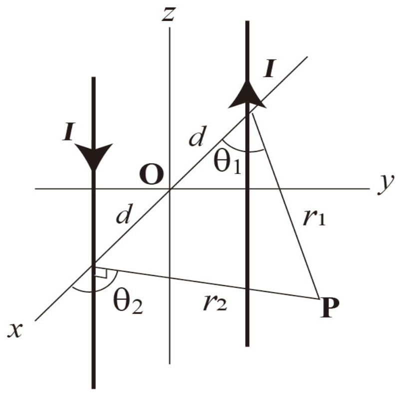
$$B_r = (\mathrm{rot}\,A)_r = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(A_\phi \sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi} \qquad B_\phi = (\mathrm{rot}\,A)_\phi = \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} = 0$$

$$B_\theta = (\mathrm{rot}\,A)_\theta = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\phi)}{\partial r}$$

2. 図のように，間隔2dの無限長平行導線に電流Iを逆向きに流す。任意の点Pを通り導線に垂直な平面が両導線と交わる点を結ぶ線をx軸，その中点Oを原点，導線に平行にz軸，それらに垂直にy軸を取る。また，r，θを図のようにとる。

(1)　点Pでのベクトルポテンシャルのx,y,z成分を求めよ。

なお，$\int \frac{1}{\sqrt{z^2+r^2}}dz = \log\left(z+\sqrt{z^2+r^2}\right)$である。



(2)　点Pでの磁束密度のx,y,z成分を求めよ。(ヒント：磁束密度とベクトルポテンシャルの関係から求めよ。)

(3)　点Pでの磁束密度の大きさを求めよ。