

電気回路第一

1. 電気回路とはどういうものか

東京工業大学
工学院 電気電子系
ファム

構成

2

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

1. 導入 (6月22日・ファム)
2. 直流回路 --キルヒホッフの法則 --(6月25日・徳田)
3. 直流回路 --直流回路網 --(6月29日・徳田)
4. 容量とインダクタ(7月2日・徳田)
5. 電気素子の基本応答(7月6日・ファム)
6. ラプラス変換(7月9日・ファム)
7. 過渡応答 -- 1次の系 -- (7月13日・ファム)
8. 過渡応答 -- 2次の系 -- (7月16日・ファム)
9. 正弦波と複素表現(7月20日・ファム)
10. インピーダンス・アドミッタンスとベクトル表現(7月23日・徳田)
11. インピーダンス・アドミッタンスとベクトルの応用(7月27日・徳田)
12. 共振回路(7月30日・徳田)
13. 変成器とその応用(8月3日・徳田)
14. 期末試験(試験100分) (8月6日徳田・ファム)

- 講義資料:
テキストをOCW-iに掲載
- ホームワーク問題:
OCW-iに掲載か配布する
解答は次回の授業までに, OCW-iで返送するか, ~~授業に持参する~~
次回の授業で解答例を配布する。解説することもある。
- 授業内演習:
授業中に演習を行うことがある。解答は原則回収する
- 理解度確認試験: **今年は実施しない**
100分の理解度確認試験を行う
- シミュレータ:
 - 初回にLT spiceを宿題などで用いるので, 各自インストールすること

電気回路の分類

4

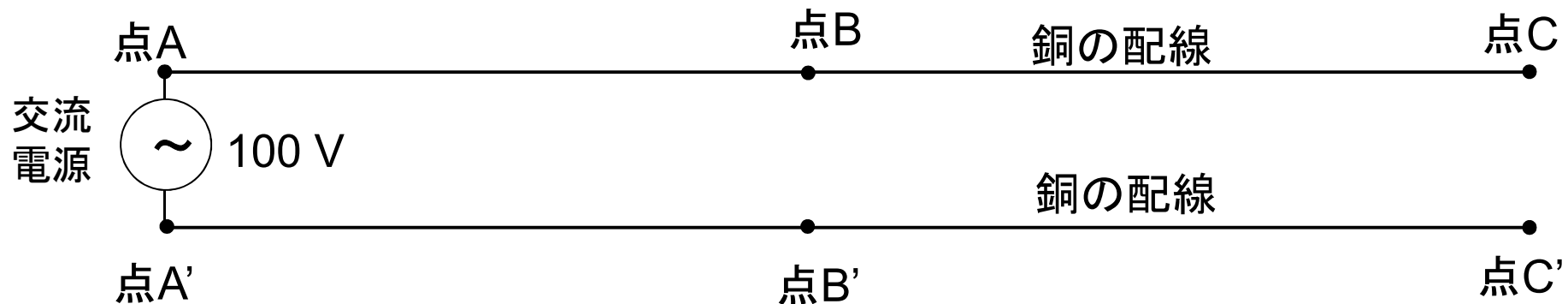
TOKYO TECH
Pursuing Excellence

- 電気信号は**時間的**かつ**空間的**に変動する可能性がある
- 電気回路は次のように分類できる
 - ◆ **時間による分類: ある一点において時間的に変動するかどうか**
 - ・ 直流回路(Direct Current: DC): 時間的に変動しない回路
 - ・ 交流回路(Alternating Current: AC): 正弦波的に変動
 - ・ その中間: 過渡応答
 - ◆ **空間による分類: ある時刻において、空間的に変動するかどうか**
 - ・ 集中定数回路: 空間的に変動が無い回路
 - ・ 分布定数回路: 空間的に変動がある回路
- 電気回路第一: 集中定数回路(直流、交流、過渡)を取り扱う
- 電気回路第二: 分布定数回路(交流、過渡)を取り扱う
- (アナログ)電子回路: 信号の増幅ができる回路

集中定数回路と分布定数回路を切り分けるポイント

5

TOKYO TECH
Pursuing Excellence



質問: ある時刻において、点A-A'間の電圧は100 Vとする。この時刻において、点B-B'間と点C-C'間の電圧は？

回答: 電磁気学によると、金属の電位はどこでも同じでなければならないため、点B-B'間と点C-C'間も100 Vである

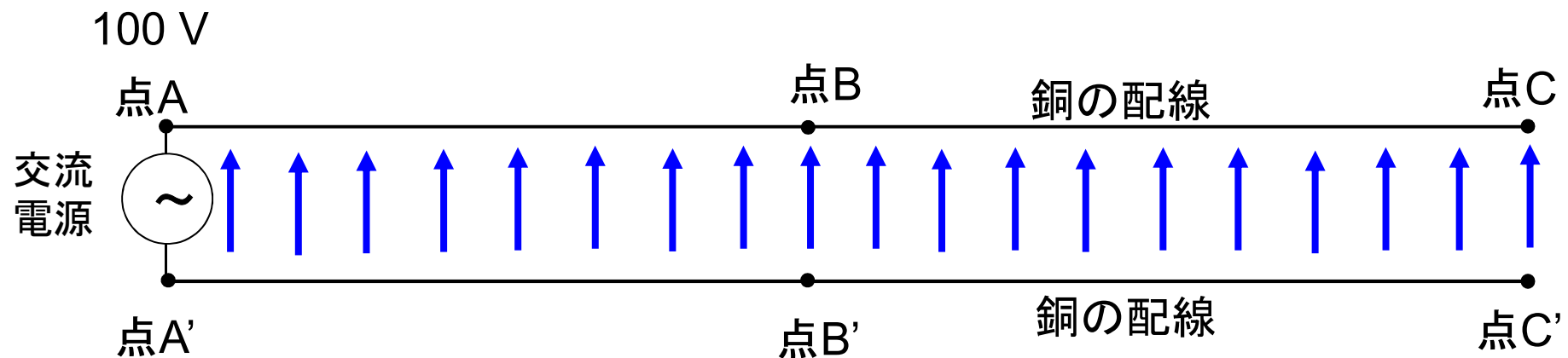
この答は正解・それとも不正解？

集中定数回路と分布定数回路を切りわけけるポイント

6

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

正解の場合



↑ : 電界ベクトルは線路中のどこでも同じ

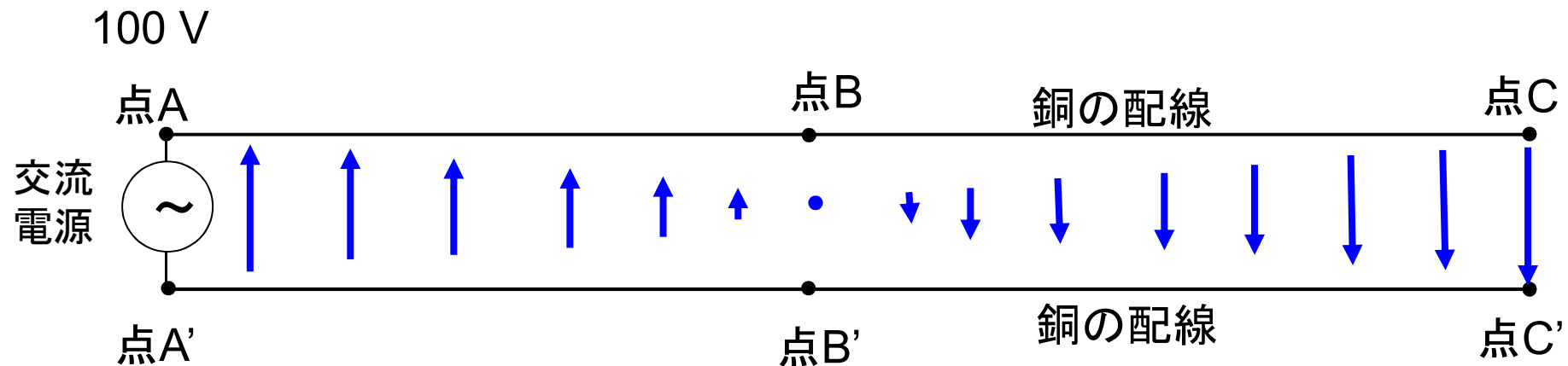
線路間のどの点においても電圧が同じ100 V

集中定数回路と分布定数回路を切りわけけるポイント

7

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

不正解の場合



↑ : 電界ベクトルは場所によって変動する

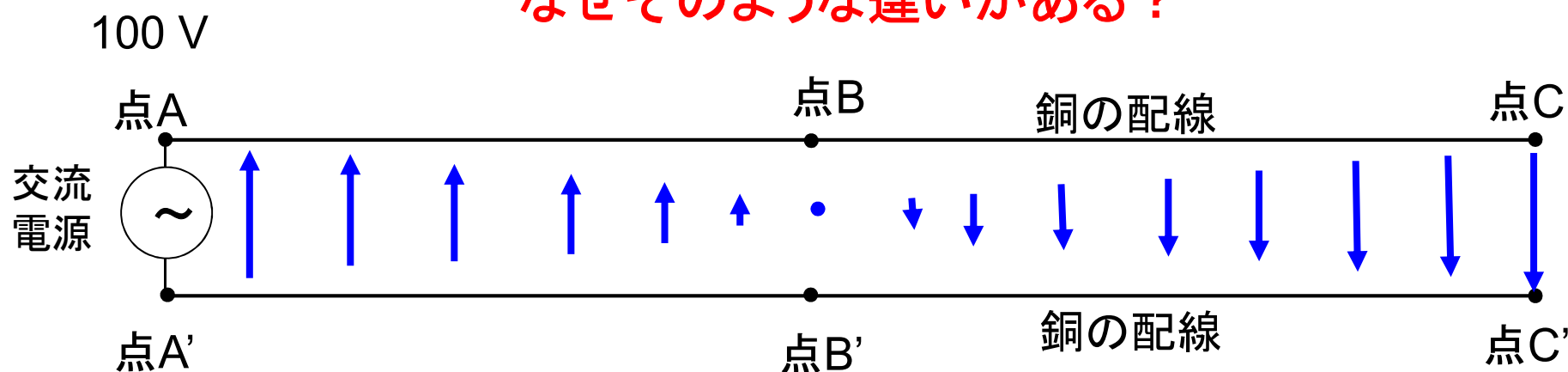
点A-A'では電圧100Vでも、
点B-B'では電圧が 0 Vになっている
さらに、点C-C'では電圧が-100 Vになっている

集中定数回路と分布定数回路を切りわけのポイント

8

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

なぜそのような違いがある？



↑ : 電界ベクトルは光速で伝搬する。
(ただし、線路を囲み媒質によって遅くなることがある)
交流電源の周波数は f とすると、電界ベクトルの波長は

$$\lambda = c * 1/f$$

点A-C間距離は L とする。

$L \ll \lambda$: 空間変動を無視できる → 集中定数回路

$L \sim \lambda, L > \lambda$: 空間変動を無視できない → 分布定数回路

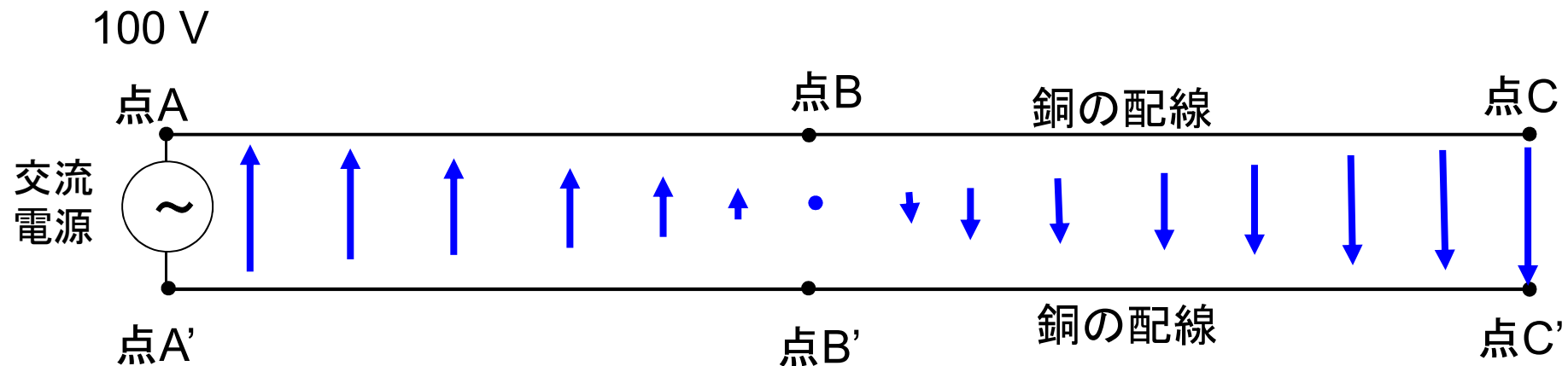
集中/分布の境界線は $\lambda/10$ 程度

集中定数回路と分布定数回路を切り分けるポイント

9

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

なぜそのような違いがある？



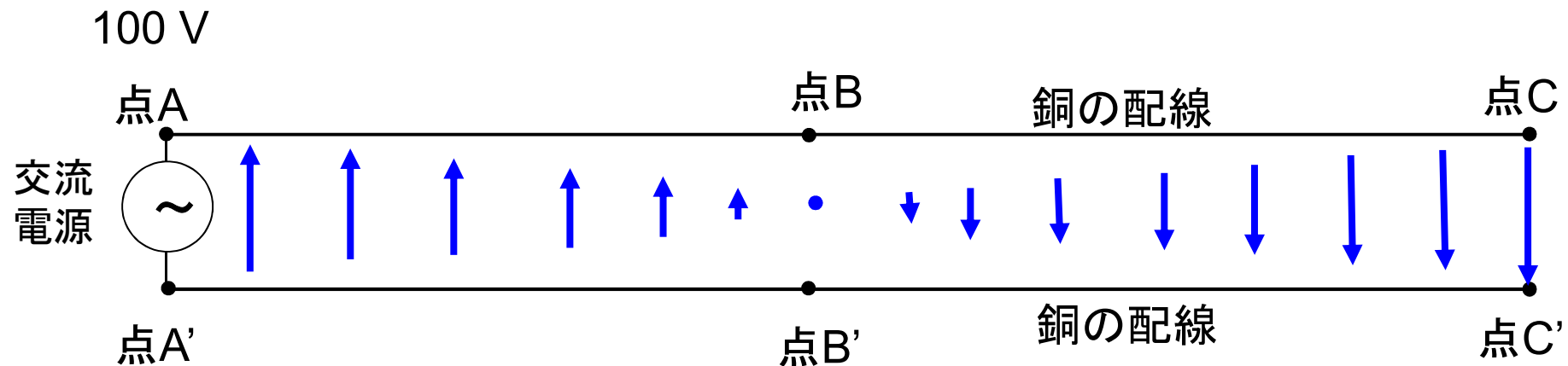
例：家庭の50 Hz電源の波長は

$$\lambda = C * 1/f = 3 \times 10^8 \text{ (m/s)} * 1/50 \text{ (s)} = 6 \times 10^6 \text{ (m)} = 6000 \text{ km}$$

よって、家庭内の電気配線はどこでも同じ電圧である。

家庭内(~ 20 m程度)の電気回路は集中定数回路と考えてよい。

なぜそのような違いがある？



例：家庭の2.4 GHz電源のWireless LANの波長は

$$\lambda = C * 1/f = 3 \times 10^8 \text{ (m/s)} * 1/(2.4 \times 10^9 \text{ (s)}) = 12.5 \text{ cm}$$

Wireless Lanのボード(10 cm)は分布定数回路と考えるべき。

集中定数電気回路について

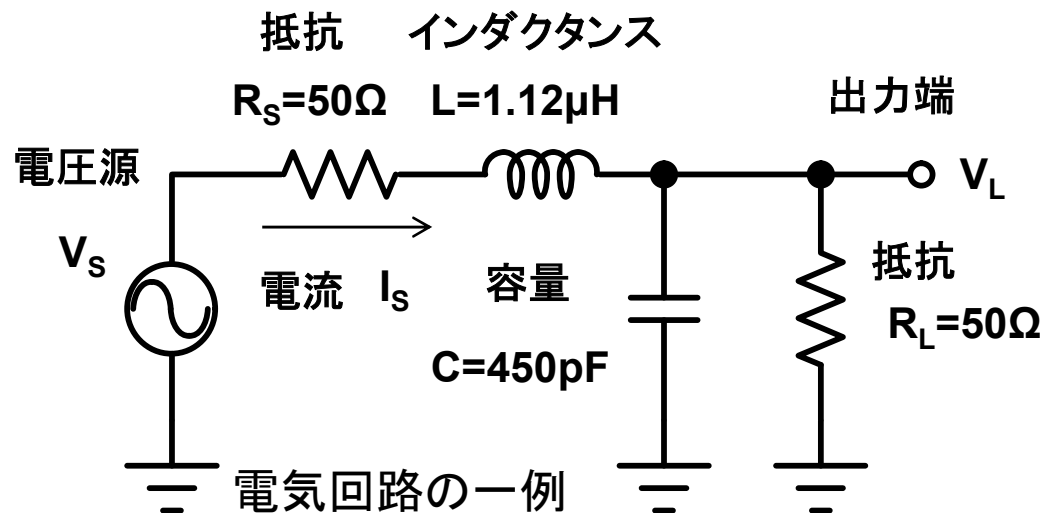
11

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

電磁気学は電気電子工学の最も根幹となる学問であるが
Maxwellの方程式は距離の偏微分を含むために実際には使いにくい
そこで、電気現象から距離のパラメータを無視した、抵抗、容量、インダクタ
の3種類の集中定数素子を使用される

集中定数電気回路は抵抗、容量、インダクタの性質の異なる3つの電気素子と、
電圧源、電流源のエネルギー供給源から構成されるシステム。

主として、電圧もしくは電流の波形や時間応答、信号周波数に対する
振幅と位相の周波数特性を評価対象(求めるもの)とする。



電気素子の電圧・電流間の関係

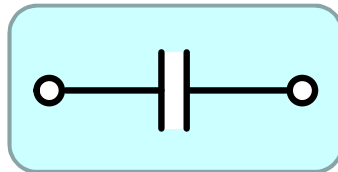
12

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

これらの関係をしっかり理解すること

$$Q = CV \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

容量 **C**

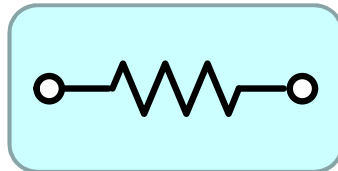


エネルギー

$$W_C = \frac{1}{2} CV^2$$

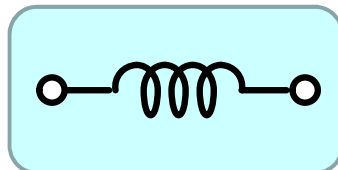
(保存)

抵抗 **R**



$$W_R = G \int V^2 dt$$
$$= R \int I^2 dt$$

インダクタ **L**

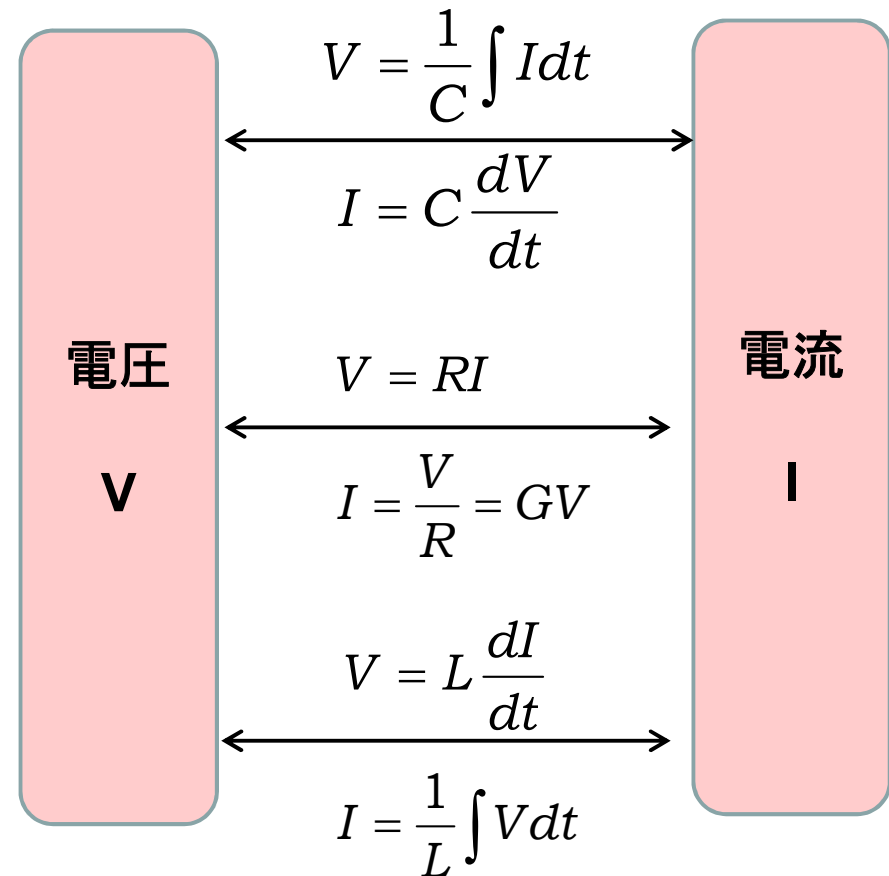


(消失)

$$W_L = \frac{1}{2} LI^2$$

(保存)

各素子の電圧と電流の関係



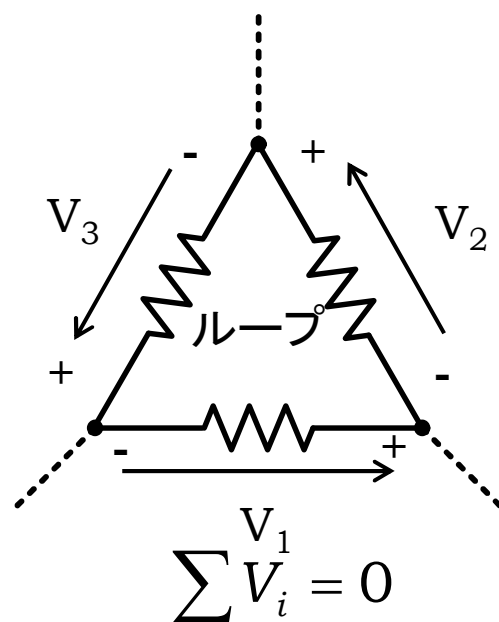
キルヒホッフの法則：電圧と電流の基本的性質

13

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

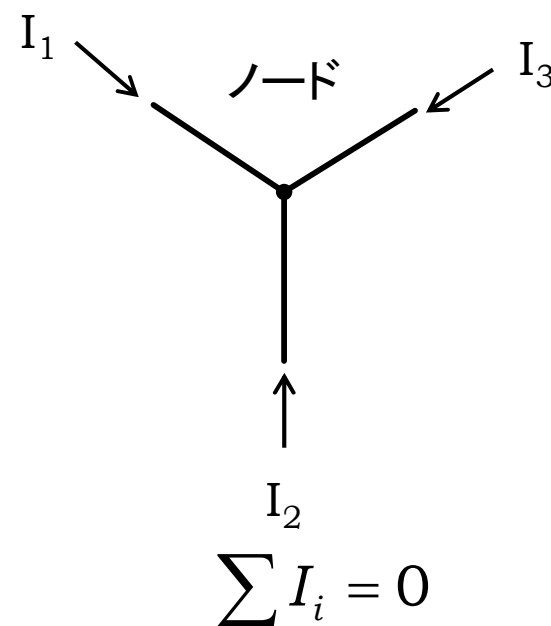
キルヒホッフの電流則と電圧則は電気回路の方程式を立てる基本

キルヒホッフの電圧則



任意のループに沿った電圧の和はゼロ
(ポテンシャル一価)

キルヒホッフの電流則



ノードに流れ込む電流の和はゼロ
(電流連続)

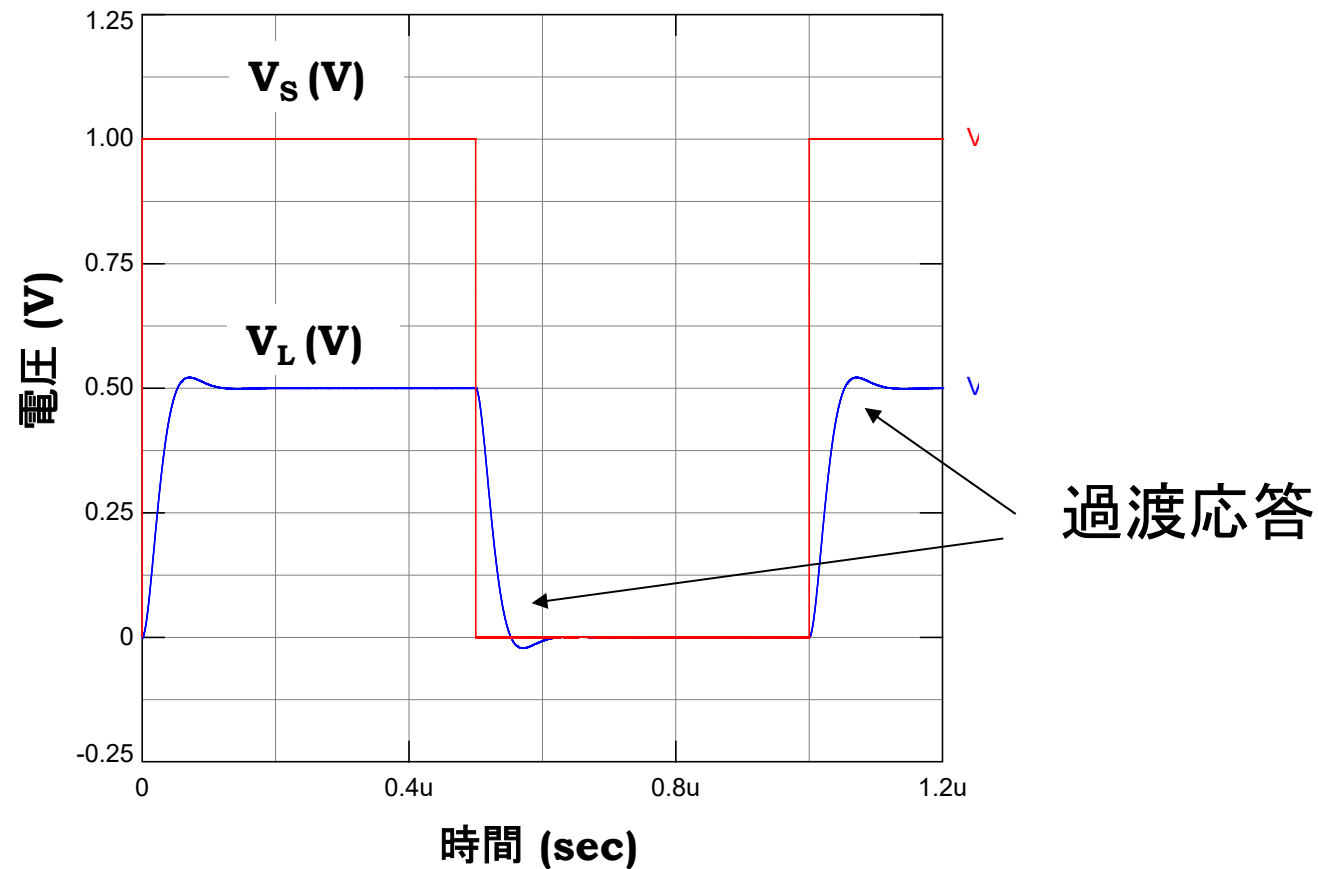
(流れ出る電流は流れ込んだ電流に等しい)

時間応答・信号波形

14

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

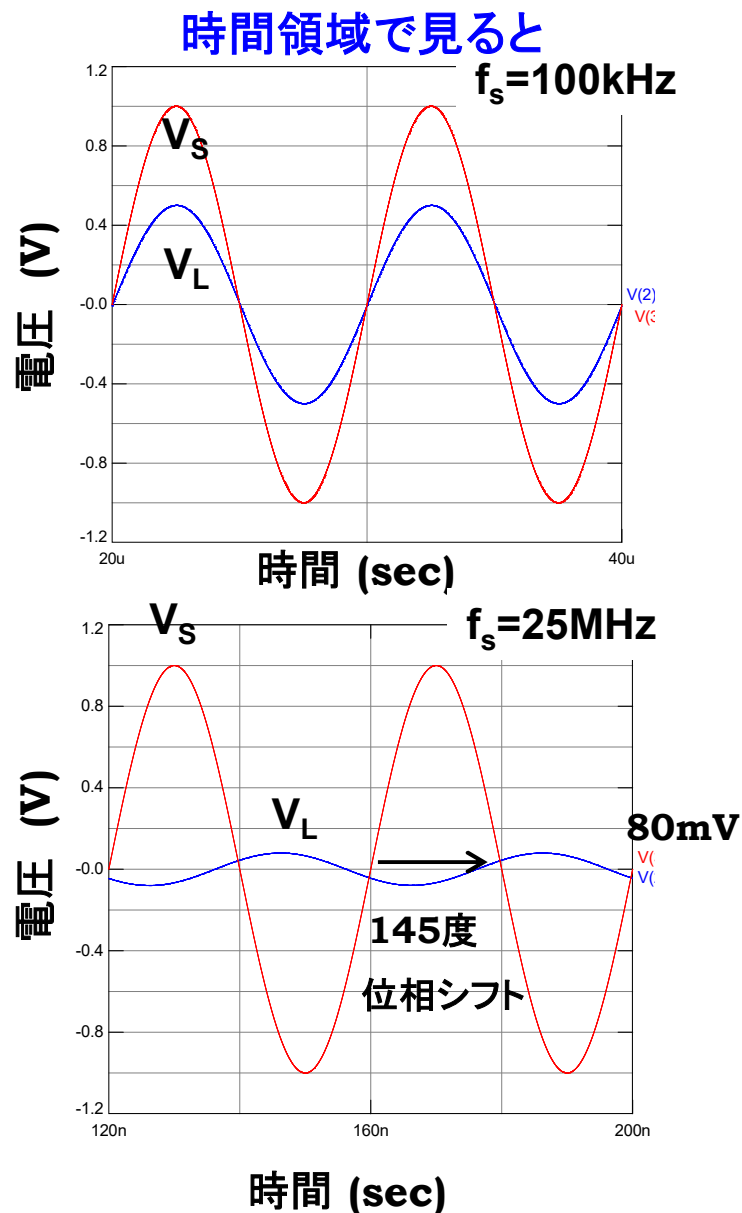
電気回路へ振幅1V, 周期1 μ sの方形波を入力したときの出力電圧 V_L の波形。
振幅は0.5Vになり, 50ns程度の立ち上がり, 立下り時間とわずかなオーバーシュートが見られる。オーバーシュートが大きいと, 電圧が所定の範囲に入る時間が長くなる。



周波数特性：正弦波への応答

15

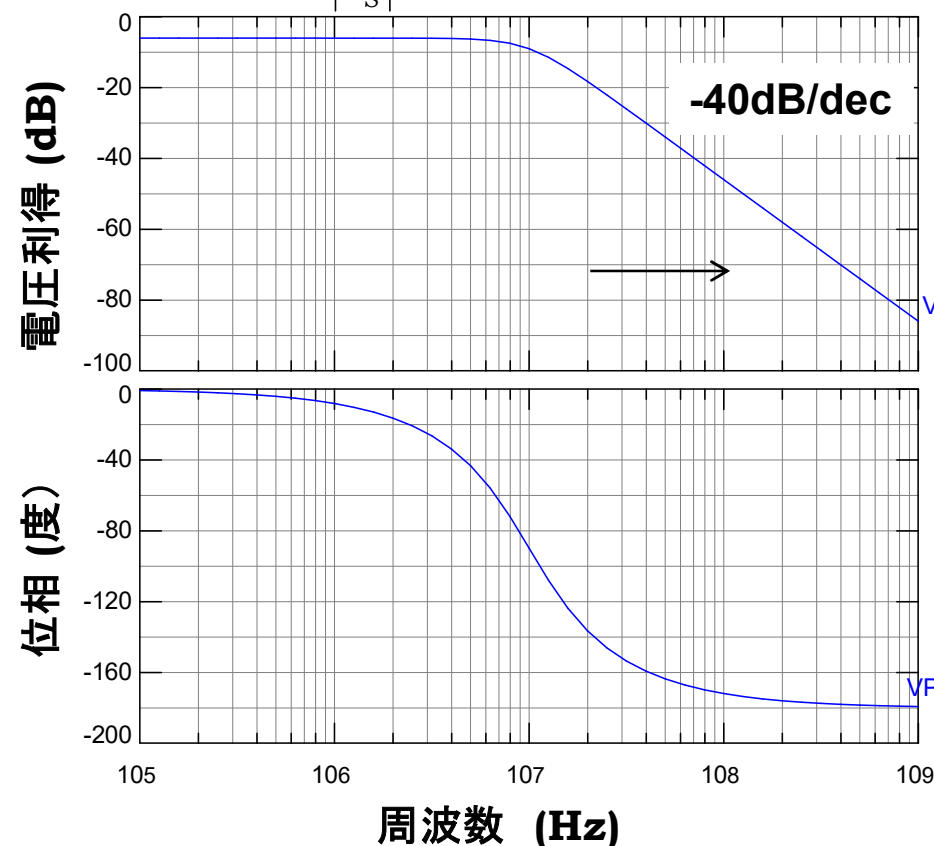
TOKYO TECH
Pursuing Excellence



正弦波信号に対しては、出力信号の**振幅と位相**で評価する。通常周波数軸は対数、利得に関しても対数を用いた**dB**が用いられる

$$G(\text{dB}) = 20 \log_{10} \left| \frac{V_L}{V_S} \right|$$

周波数領域で見ると



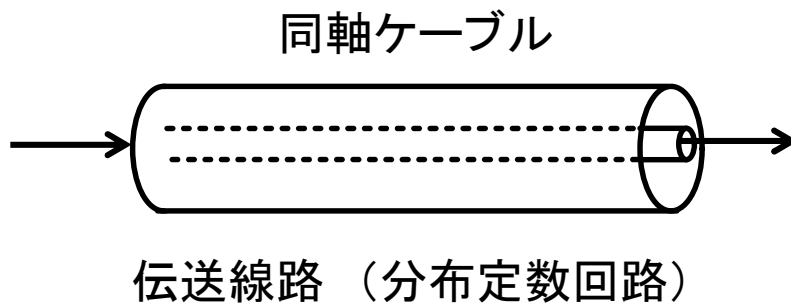
分布定数回路について

16

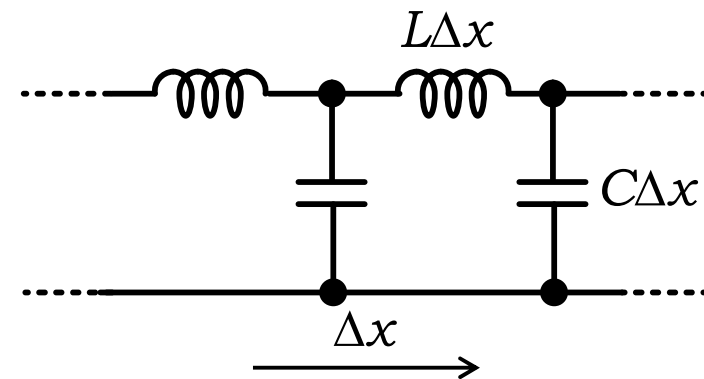
TOKYO TECH
Pursuing Excellence

高い周波数の信号の伝送には同軸ケーブルなどの伝送線路が用いられる。

伝送線路長さが信号の波長の1/10以上の場合、波動の伝搬を考慮する必要がある。
回路をインダクタンスと容量が分布している分布定数回路として取りあつかう必要がある。



インダクタンスと容量が分布している



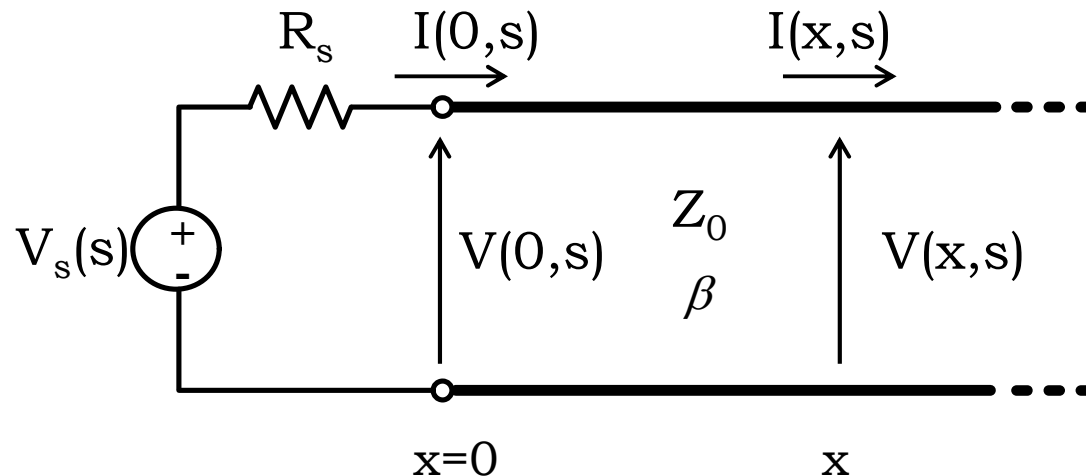
伝送線路（分布定数回路）の Δx の等価回路

無限長線路の励振と伝搬

17

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

励振波形を保ちながら右に v_p の速度で伝搬する。
 x 点では x/v_p だけ遅れて観測される。



$$V(x, s) = A(s)e^{-\left(\frac{x}{v_p}\right)s}$$

$$I(x, s) = \frac{1}{Z_0} A(s)e^{-\left(\frac{x}{v_p}\right)s}$$

励振電圧を V_s とする

信号源抵抗 R_s を考慮したときは

$$V(x, s) = \frac{Z_0}{Z_0 + R_s} V_s(s)e^{-\beta(s)x} = \alpha V_s(s)e^{-(x/v_p)s}$$

$$I(x, s) = \frac{1}{Z_0 + R_s} V_s(s)e^{-\beta(s)x} = \frac{1}{Z_0'} V_s(s)e^{-(x/v_p)s}$$

ラプラス逆変換により

$$e^{-\tau s} \Leftrightarrow f(t - \tau)$$

$$v(x, t) = \alpha V_s \left(t - \frac{x}{v_p} \right)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_0'} V_s \left(t - \frac{x}{v_p} \right)$$

時間 τ のシフト

$$\alpha = \frac{Z_0}{Z_0 + R_s}$$

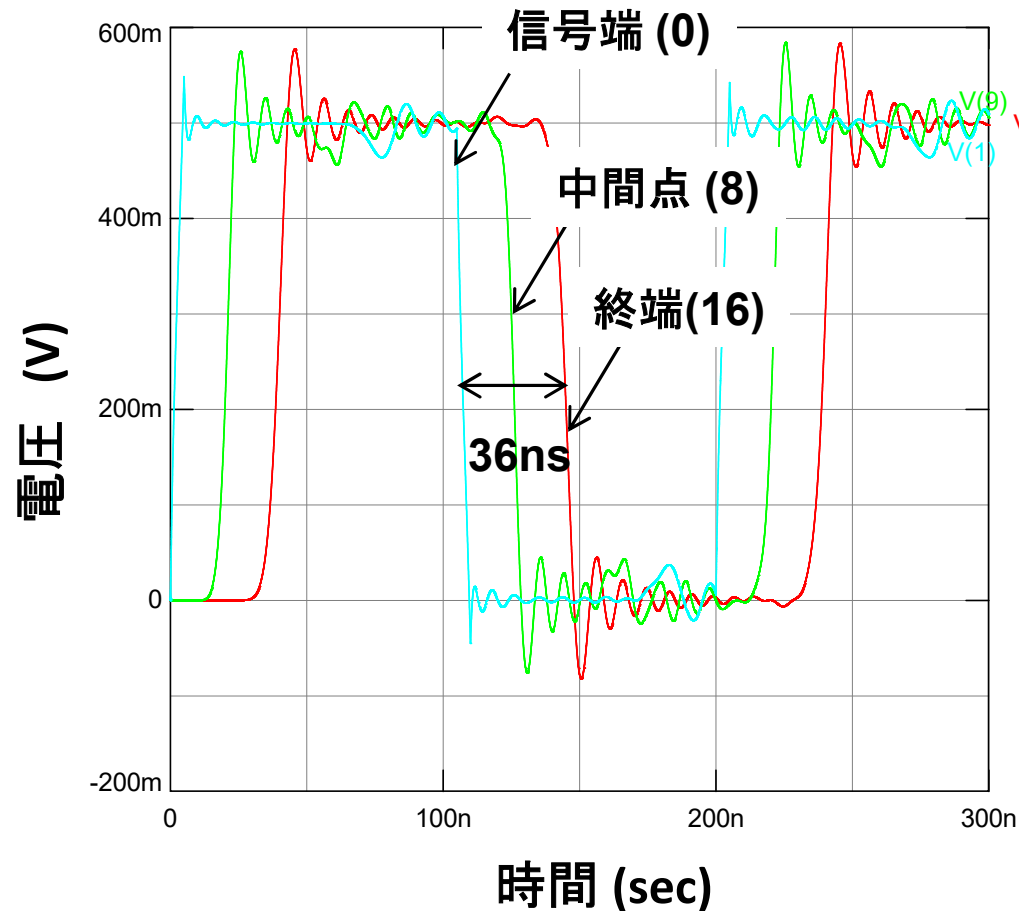
$$Z_0' = Z_0 + R_s$$

波の伝搬の様子

18

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

分布定数回路をL, Cのラダー回路で近似しているため、細かなリップルが現れている。それでも信号が伝搬する様子は分かる。

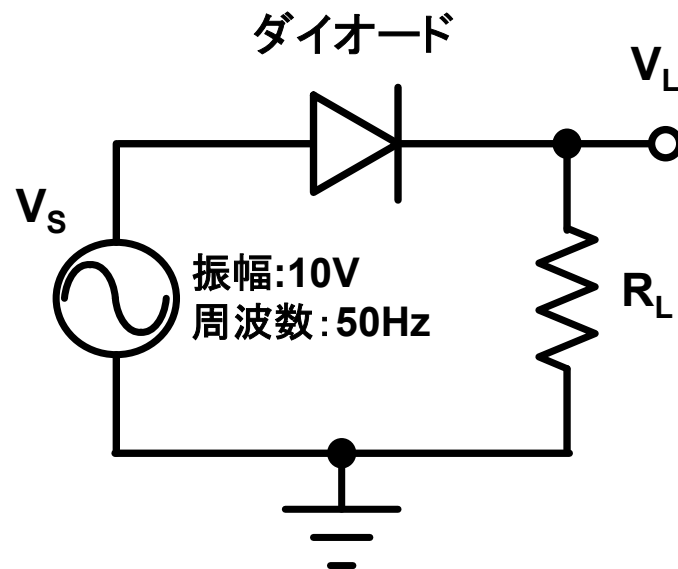


電子回路：ダイオードを用いた整流回路

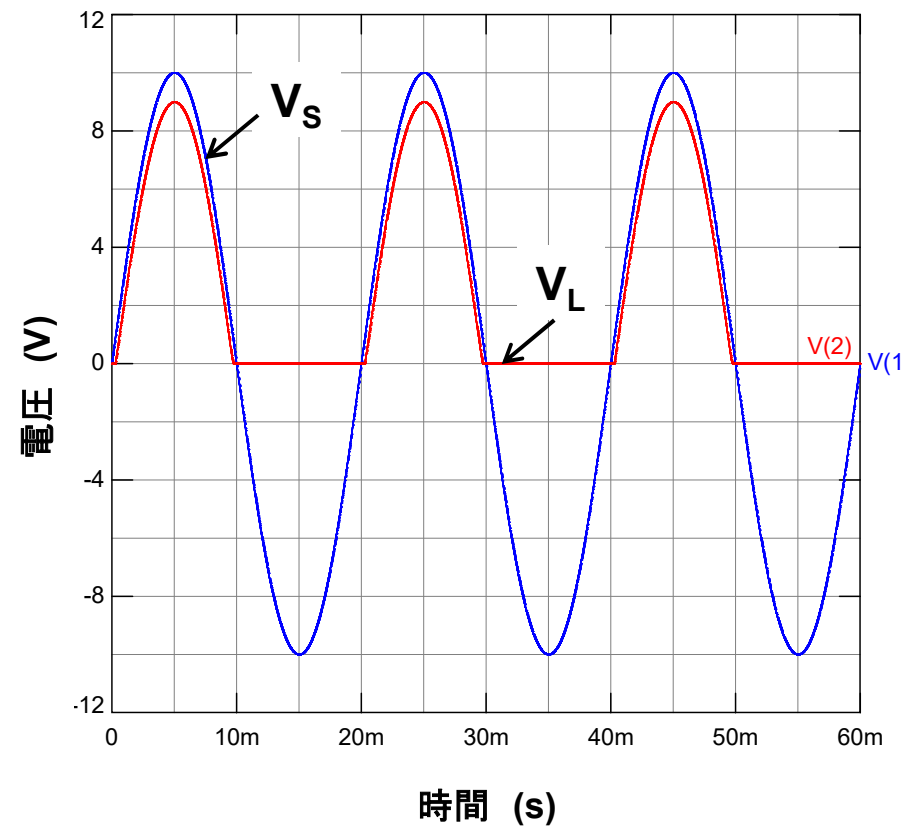
19

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

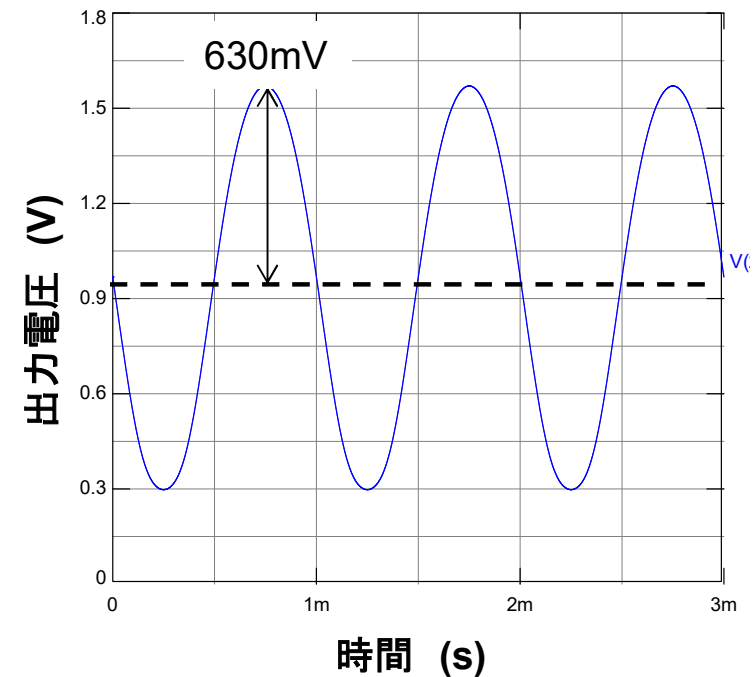
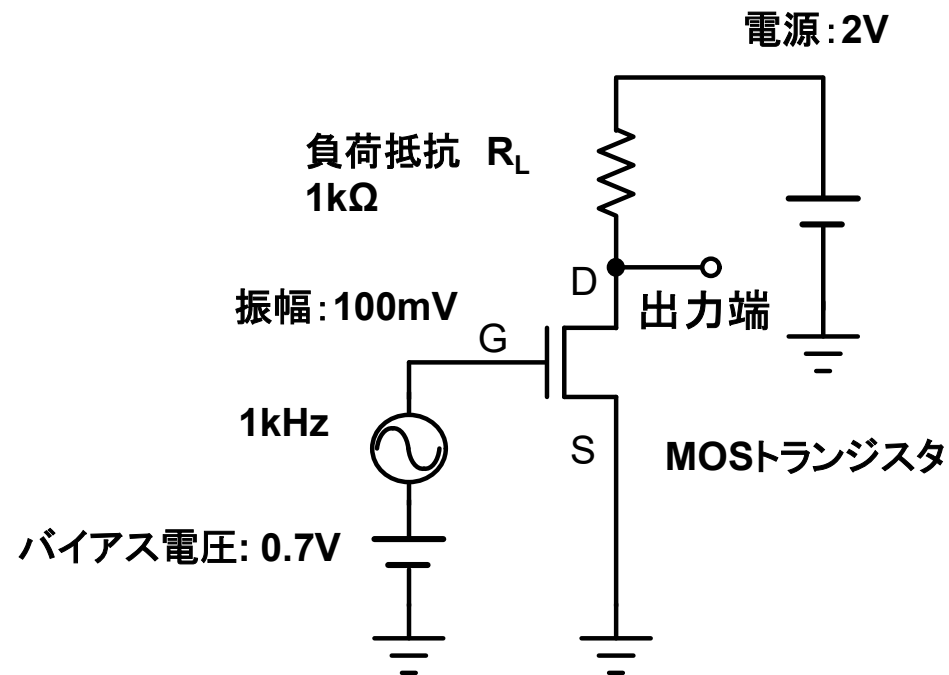
電子素子を用いると、電気素子だけではできない
様々な機能が実現できる



整流



トランジスタを用いて増幅器ができる



トランジスタの小信号等価回路

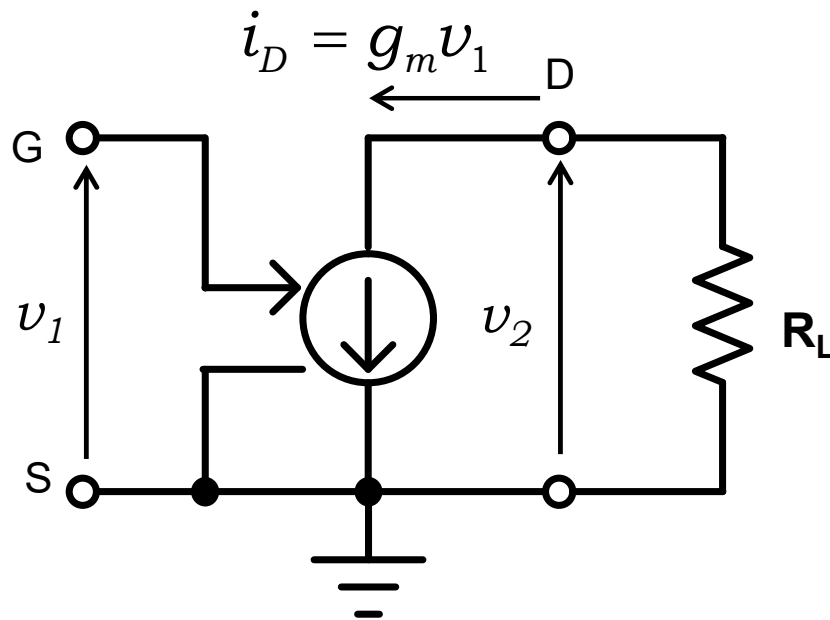
21

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

トランジスタは小信号で電圧制御電流源に置き換えられる。

$$v_2 = -i_D R_L = -g_m R_L v_1$$

$$G_v = \frac{v_2}{v_1} = -g_m R_L$$

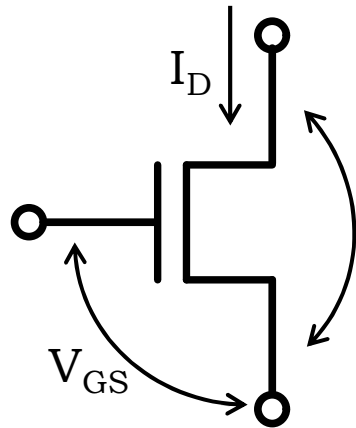


小信号等価回路

22

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

電圧と電流の変化分に注目して等価回路を作る



$$I_D = f(V_{GS}, V_{DS})$$

バイアス状態の近傍で微分

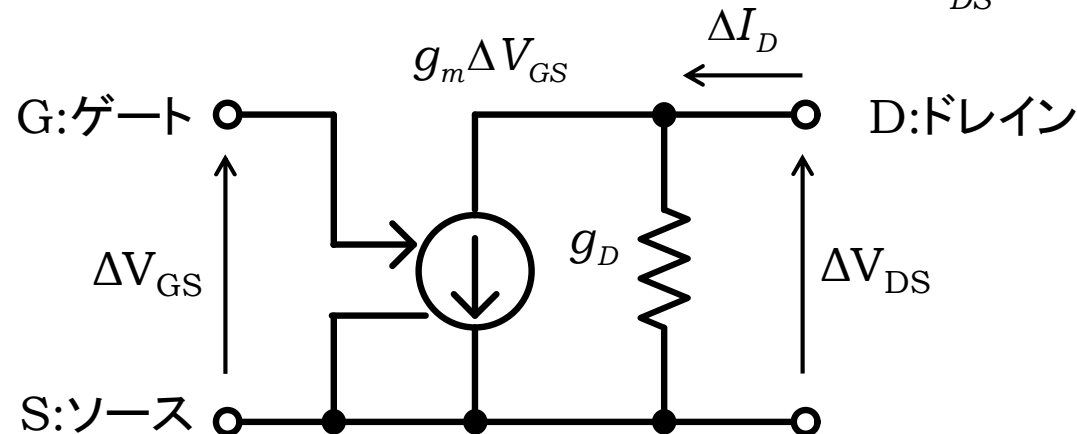
$$I_D = \underline{I_{D0}} + \frac{\partial f(V_{GS}, V_{DS})}{\partial V_{GS}} \Delta V_{GS} + \frac{\partial f(V_{GS}, V_{DS})}{\partial V_{DS}} \Delta V_{DS}$$

バイアス状態
での電流

$$g_m = \frac{\partial f(V_{GS}, V_{DS})}{\partial V_{GS}} \quad \text{相互コンダクタンス}$$

$$\Delta I_D = g_m \Delta V_{GS} + g_D \Delta V_{DS}$$

$$g_D = \frac{\partial f(V_{GS}, V_{DS})}{\partial V_{DS}} \quad \text{ドレインコンダクタンス}$$



負帰還回路

23

ループ利得 AF を大きくすれば
回路系全体の利得は減衰器で決まる

$$V_{out} = AV_i$$

$$V_i = V_{in} - FV_{out}$$

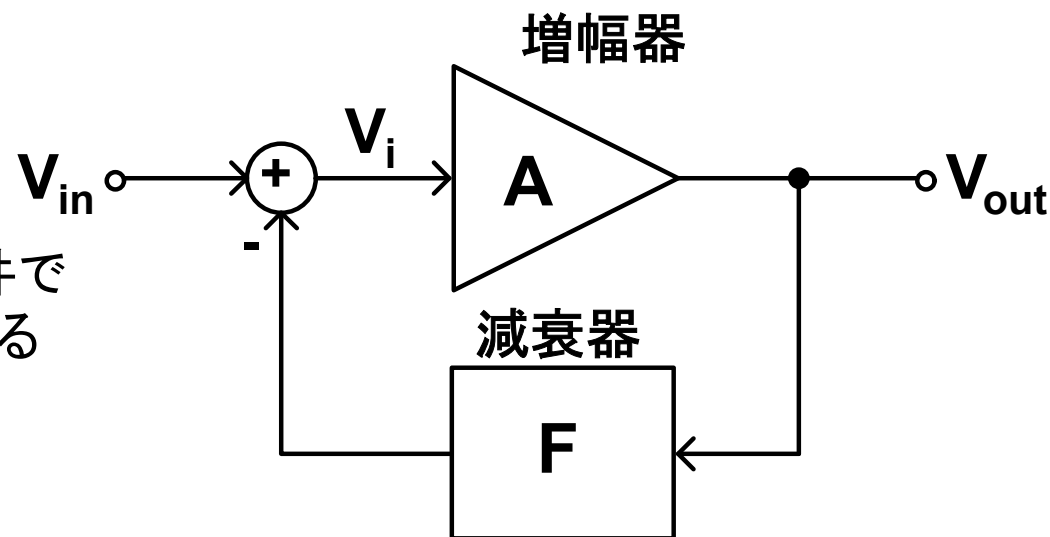
$$\therefore V_{out} = A(V_{in} - FV_{out})$$

$$\therefore V_{out} = \frac{A}{1 + AF} V_{in}$$

$$V_{out} = \frac{A}{1 + AF} V_{in} \approx \frac{1}{F} V_{in}$$

ただし、以下の条件で
回路は不安定になる

$$1 + AF = 0$$

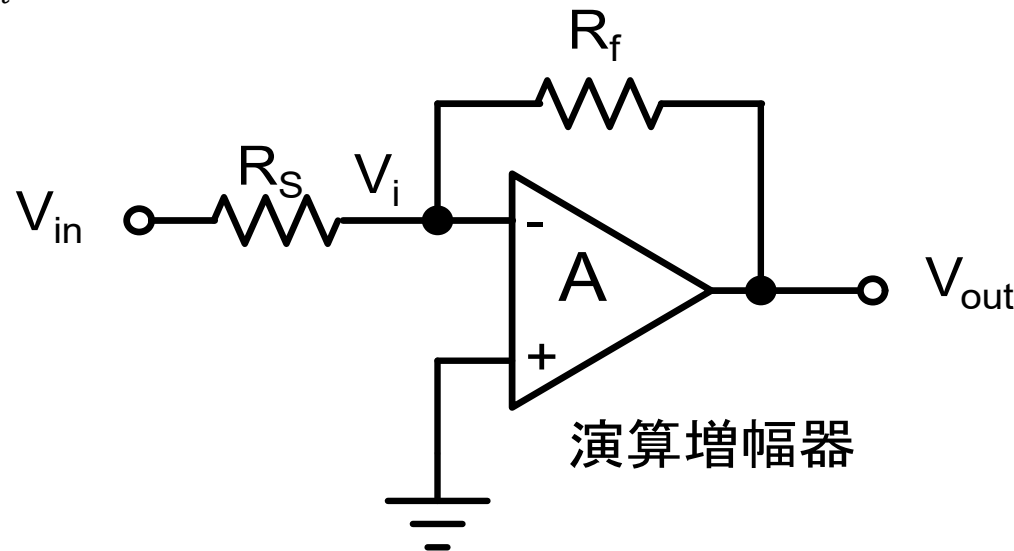


演算増幅器の利得を大きく取れば、回路系全体の増幅率は精度の高い抵抗の比率で決まる。

$$\frac{V_{in} - V_i}{R_S} = \frac{V_i - V_{out}}{R_L}$$

$$V_{out} = -AV_i$$

$$V_{out} = -\frac{R_F}{R_S + \frac{R_S + R_F}{A}} V_{in} \approx -\frac{R_F}{R_S} V_{in}$$

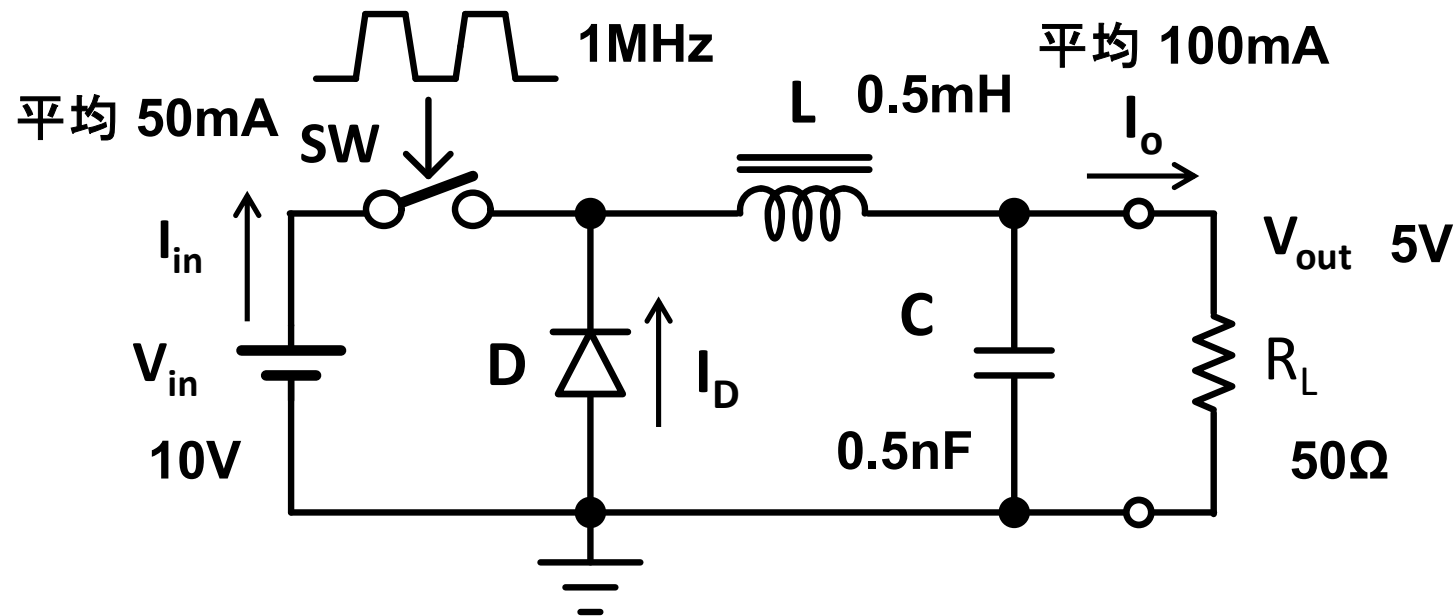


電力変換回路

25

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

インダクタを用い、スイッチングにより効率よく電力変換ができる

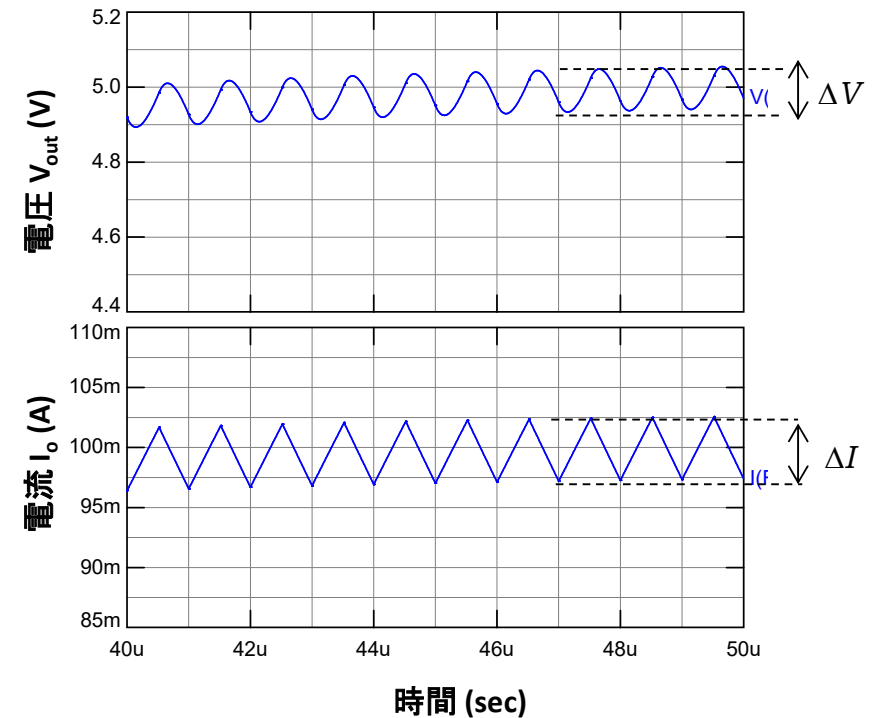
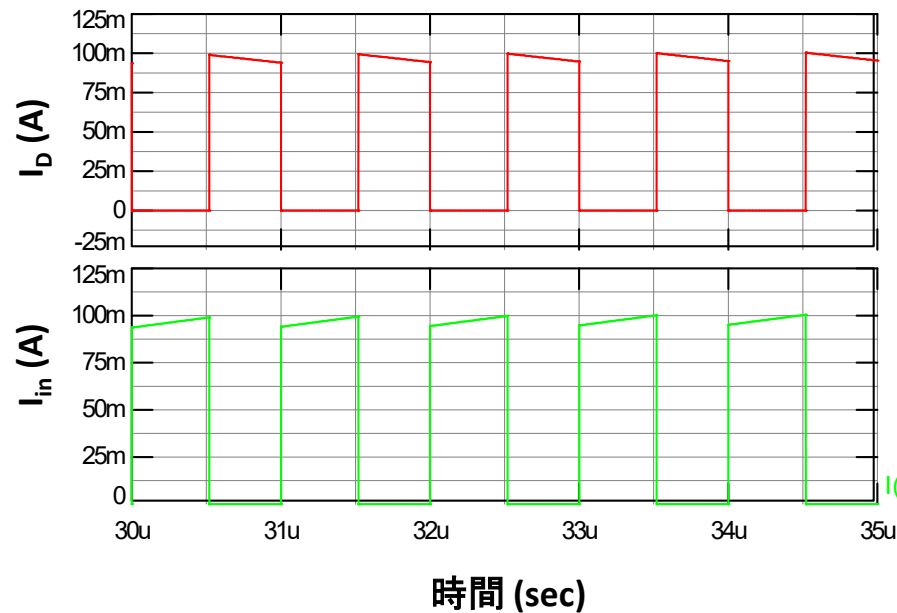


各部の波形

26

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

半分の期間だけ、電源から電流が流れる



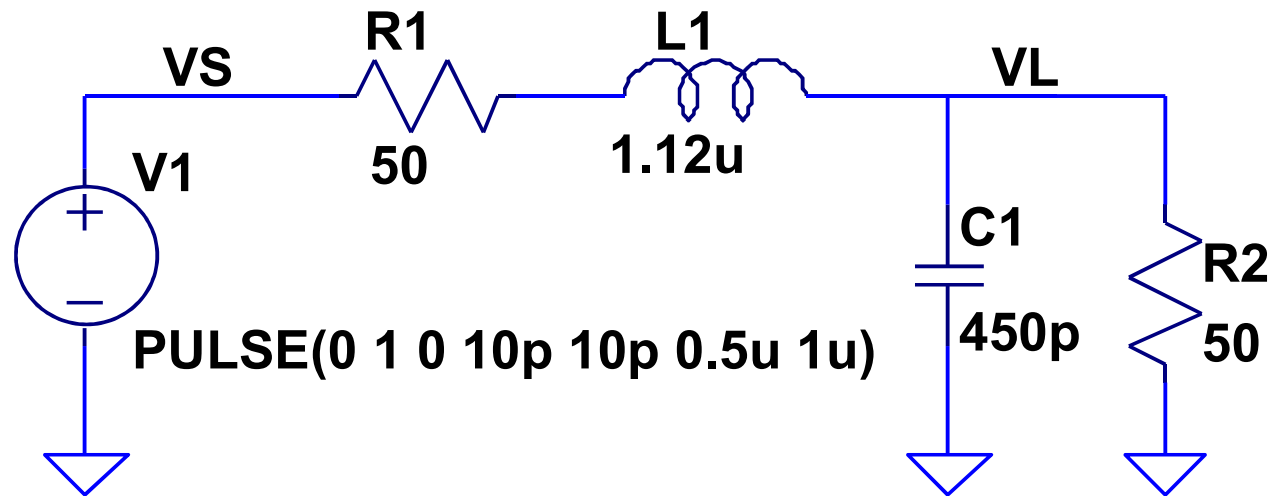
電気回路第一 (第1回, 6/22) 宿題

27

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

LTspice を用いて下記回路を作成し、得られた出力VLの波形を示せ。

波形はワードなどに取込み、学生番号と氏名を記入して、次の授業で提出のこと。なお、提出する必要はないが、各素子のパラメータを変えて波形がどのようなになるか試してみることに。



.tran 0 1.2u 0 10p