

解析学 演習 8

答案用紙に学籍番号, 氏名, 問題番号を明記. 裏面使用可.

問題 1. 次の問いに答えよ.

(1) $\operatorname{Re} z \leq |z|$ を証明せよ. ただし, $\operatorname{Re} z$ は複素数 z の実部を表すものとする.

(2) 三角不等式 $|z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2|$ を,

$$|z|^2 = z \cdot \bar{z}, \quad \operatorname{Re} z = \frac{z + \bar{z}}{2} \quad \text{および (1) で示した関係を利用して導出せよ.}$$

(3) $\overline{(z_1 z_2)} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ を導出せよ. ただし, $\bar{z}$ は z の共役複素数を表すものとする.

(4) $\bar{z} - 2iz = -(1 + i)$ を満たす複素数 z を求めよ.

問題 2. 偏角の範囲を $0 \leq \theta < 2\pi$ として, 以下の複素数を極形式で表せ. なお, 複素数 z

の極形式表示とは, $z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$ のような形で, $|z|$ は大きさなので必ず ≥ 0 の実数であることに注意せよ.

$$(1) \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i \quad (2) -1 \quad (3) -\frac{\sqrt{2}}{i} \quad (4) \sqrt[2]{-i} \quad (-i \text{ の } 2 \text{ 乗根})$$

問題 3. $z = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ のとき, 次の(1)~(4)の複素数を極形式, および, $x+iy$ の形で表し, 複素平面上に図示せよ.

- (1) $2z$
- (2) $iz/2$
- (3) z^2
- (4) $1/z$
- (5) $\sqrt[2]{2}z$

