

解析学 演習 1 1

(学籍番号, 氏名, 問題番号明記のこと. 答えだけでなく導出過程も記述してください.)

1. $z=x+iy$ のとき, $f(x, y) = 2xy + i(x^2 + y^2)$ が微分可能か定義式を用いて調べよ.
なお, $f(x, y) = w(z)$ のとき,
$$\frac{w(z+\Delta z) - w(z)}{\Delta z} = \frac{f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x, y)}{\Delta x + i\Delta y}$$
 を使ってよい.
2. 関数 $\cos(iz)$ が正則かを調べ, 正則な場合は導関数を求めよ.
3. $f(x, y) = x^2 - ix - y^2 + y + i2xy$ の正則性を $W(z, \bar{z})$ の方法で判定せよ.
4. 関数 $\frac{(z^2+i)^3}{z}$ の導関数 $f'(z)$ を求めよ.
5. 関数 $u = e^x \sin y$ が調和関数かを調べ, 調和関数の場合は u を実部とする正則関数 $f(z)$ を求めよ.