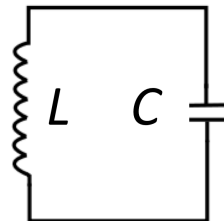


・答えだけでなく導出も書くこと。提出用紙には、学籍番号と氏名を記載すること。

1. 右図の LC 回路を解析する。 $t = 0$ の時、コンデンサに蓄えられた電荷 $q(t)$ につき $q(0) = q_0$ (ただし上側の電極に $+q_0$, 下側の電極に $-q_0$ 蓄えられ、 $q_0 > 0$ とする), コイルを上から下に流れる電流 $i(t)$ につき $i(0) = i_0$ であった ($i_0 > 0$ とする)。すなわち初期電荷 $q(0) = q_0$, 初期電流 $i(0) = i_0$ とする



- (1) コンデンサに蓄積される電荷 $q(t)$ に関する微分方程式を立てよ。なおこの場合、 $-dq/dt = i$ であることに注意せよ。
 (2) (1)の微分方程式の一般解を求めよ。
 (3) 初期条件から $q(t)$ の特殊解を求めよ。

2. 原点を確定特異点とする 2 階の線形常微分方程式

$$y'' + \frac{1}{2x}y' + \frac{1}{4x}y = 0 \quad (2-1)$$

の一般解を、以下の手順に従い、求めてみよう。

- (1) 一般解として、
$$y = x^\lambda \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n \quad (2-2)$$

の級数解を仮定し(ただし $A_0 \neq 0$ とする)、式(2-1)に代入して、係数 λ を決定する方程式を書け。さらに、その 2 つの解 λ_1, λ_2 を求め (ただし $\lambda_1 > \lambda_2$)、 $\lambda_1 - \lambda_2$ は整数ではないことを示せ。

- (2) $\lambda = \lambda_1$ に対する解を

$$y = x^{\lambda_1} \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \quad (2-3)$$

と書くことにする。(2-3)を(2-1)に代入して、 c_n の満たす漸化式を導き、 $c_n (n \geq 1)$ を、 c_0 を用いて表せ。さらに(2-3)に c_n を代入すると、(2-3)式は

$$y = c_0 \sin \sqrt{x} \quad (2-4)$$

と書けることを示せ。

- (3) $\lambda = \lambda_2$ に対する解を

$$y = x^{\lambda_2} \sum_{n=0}^{\infty} d_n x^n \quad (2-5)$$

と書くことにする。前問(2)と同様に、 $d_n (n \geq 1)$ を d_0 を用いて表せ。さらに(2-5)に d_n を代入すると、(2-5)式は

$$y = d_0 \cos \sqrt{x} \quad (2-6)$$

と書けることを示せ。

- (4) (2-2)の一般解を書け。