電磁気学基礎B演習(椎野)陸回

【1】《電流の電子論–準微視的》

(i) 導体に電場 E がかかっているとき，導体中の電子 (質量 m，電荷 $-e$，単位体積あたりに n 個) に関する運動方程式を考えよう．電子の速さ (電場方向) を v とするとき，電子の運動方程式はどのように書けるか．ただし，速さ v に比例する大きさ抵抗力 $(m/\tau)v$ が働いているものとする．

(※) 実は導体中の電子は電場がかかっていないときでも静止しているわけではなく，$v_0 \simeq 10^6$ [m/s] 程度の速さで導体中を動き回っている (量子力学的に言うと，この表現も正確ではないのだが)．しかし，v_0 の方向はバラバラであるので，電気伝導には効かない．v_0 については方向平均を取ってしまってベクトル的にはゼロになっていると思ってもよい．

(ii) (i) の運動方程式を $t = 0$ で $v = 0$ の初期条件で解き，$t \to \infty$ (定常状態) での v の値を u を求めよ．

(iii) 電気伝導率を求めよ．

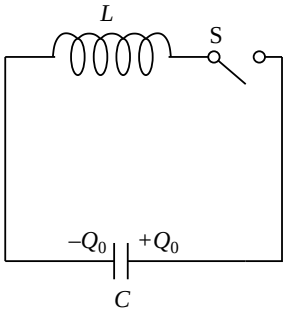
(iv) 抵抗力に逆らって電子の速度を u に保つためには電場 E が仕事をしなければならない．その仕事率を計算し，Joule 熱との関連について述べよ．

(v) (i) の抵抗力 $(m/\tau)v$ で，τ は平均衝突間隔時間，緩和時間，などと呼ばれる．この意味について考察してみよう．簡単のため電場はないものとして，速度 v_1 を持った電子を N_0 個用意する (この時点を $t = 0$ とする)．電子は平均衝突間隔時間 τ で衝突を受け (すなわち単位時間当りの衝突確率が $1/\tau$ である)，衝突した後は速度がゼロになるとしよう．衝突した後ではどちらの方に動くか全くわからないから，ここでも平均して衝突後の速度をゼロと考えたのである．時間 t のときにまだ速度 v_1 を持っている電子の数を $N(t)$ とするとき，$N(t)$ の満たす微分方程式を導け．それを解くとどのようになるか．

(vi) (v) の結果に v_1/N_0 をかけて電子の平均速度に直すと，それは (i) で $E = 0$ として適当な初期条件で解いたものと同じになることを示せ．

これで τ と名前の由来が説明できた．

【2】《LC 回路》

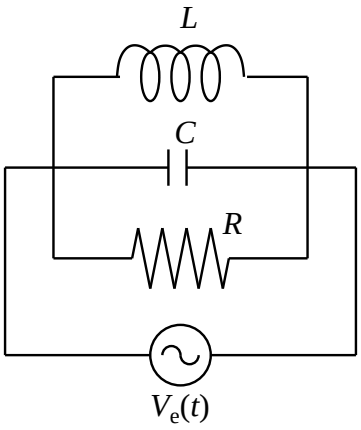


図のようにコンデンサー C とコイル L からなる回路がある．コンデンサーに電荷 Q_0 を充電しておき，$t = 0$ でスイッチ S を入れた．

(i) 以後の電流とコンデンサーの電荷はどのようになるか．

(ii) コイルのエネルギーとコンデンサーのエネルギーはどのようになっているか．

【3】《LCR 並列交流回路》



図のように，コンデンサー C，コイル L，抵抗 R が並列になった回路があり，これに交流電源

$$V_{\mathrm{e}}(t) = V_0 \sin \omega t \tag{1}$$

を接続した．
(i) 回路を流れる全電流 $I(t)$ を求め，$I(t) = I_0 \sin(\omega t - \phi)$ の形に表せ．
(ii) I_0^{-2} を ω の関数としてグラフの概形を描け．
(iii) I_0^{-2} の最大値を $(I_0^{-2})_{\max}$ と書くことにし，対応する ω の値を ω_0 とする．I_0^{-2} が $(1/2)(I_0^{-2})_{\max}$ となるような ω を ω_- と ω_+ で表し $(\omega_+ > \omega_-)$，$\Delta\omega \equiv \omega_+ - \omega_-$ とするとき

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \tag{2}$$

を L, C, R で表せ．