電磁気学基礎B演習(椎野)壱回

【1】《電荷の連続分布》
(i) xy 平面上で原点を中心とする半径 b の円周上に電荷 q が一様に電荷が分布している．z 軸上の点 $\mathrm{P}(0,0,z)$ における電場を求めよ．
(ii) xy 平面上で原点を中心とする半径 a の円板上に面密度 σ で一様に電荷が分布している．z 軸上の点 $\mathrm{P}(0,0,z)$ における電場を求めよ．
(iii) (ii) の結果で $a \gg |z|$ および $a \ll |z|$ の両極限で電場は z の関数としてどのように振る舞うか．
(※) $a \ll |z|$ のとき，$|z| \to \infty$ として極限値ゼロを答えても全く答にならない．有限の大きさの電荷から無限に距離が離れればその影響はなくなる (つまり，電場がゼロに近づく) はほとんど自明である.「電場の距離依存性がどういう状況であるように見えるか」を問うている．$|z|$ 依存性の大事な部分を残すこと．
(iv) (iii) の結果は物理的にどのように解釈されるか，議論せよ．

【2】《電気双極子》
原点に置かれて z 軸方向を向いている電気双極子 $\boldsymbol{p}$ による電位 ϕ は極座標表示で

$$\phi = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{1}$$

と表される．
(i) 電場の極座標成分は

$$E_r = -\frac{\partial\phi}{\partial r}, \qquad E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} \tag{2}$$

で求められる．なぜそうなるのか，説明せよ．また，E_φ はどうなるのか．
(ii) E_r, E_θ, E_φ を求めよ．
(iii) (ii) で求めた電場は

$$\boldsymbol{E} = \frac{3(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})\boldsymbol{r} - r^2\boldsymbol{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^5} \tag{3}$$

と表されることを示せ．

【3】《平板上電荷と電位》
xyz 空間に 2 枚の無限に広い一様な平板がある．片方は $x = a$ 平面に重なるように置かれており電荷面密度は σ，もう片方は $x = -a$ 平面に重なるように置かれており電荷面密度は $-\sigma$ である．
(i) 任意の点 (x, y, z) における電場 $\boldsymbol{E}$ と電位 ϕ を求めよ．電位の基準点は原点とする．ただし 1 枚の無限に広い平面電荷の作る電場は既知としてよい (ほとんどのテキストに載っている).
(ii) 電位の基準点は無限遠に取ることが多いが，今の場合はそのようにしてよいかどうか述べよ．