応用線形代数—第６回レポート

東京工業大学　情報理工学院　数理・計算科学系
福田光浩

２０１９年度 第１クォーター

提出〆切　５月１７日（金）　１３時２０分まで

レポートボックス １ー３　応用線形代数

1. 以下では $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_m \in \mathbb{R}^n$ を線形独立なベクトル，$\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2, \ldots, \boldsymbol{b}_m \in \mathbb{R}^n$ を線形従属なベクトルとする．**(a)**〜**(d)** の中で部分空間となっているものに関して，その部分空間が含まれるベクトル空間を 1 つ示し，部分空間でないものに関しては，その理由を述べよ．

   (a) $\mathrm{span}(\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \ldots\ \boldsymbol{a}_m)$.

   (b) $\mathrm{span}(\boldsymbol{b}_1\ \boldsymbol{b}_2\ \ldots\ \boldsymbol{b}_m)$.

   (c) ベクトル空間 V の空でない部分集合 W に対して定義された $((\mathrm{span}(W))^{\perp})^{\perp}$.

   (d) $\left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2} \;\middle|\; \det \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = 0 \right\}$.

2. $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ としたとき，$\boldsymbol{A}$ の行空間と核を求め，それらの次元も記述せよ．

3. S と T を $\mathbb{R}^n$ の部分空間とする．$S \cap T \neq \{\boldsymbol{0}\}$ かつ $\dim(S+T) \neq \dim(S) + \dim(T)$ となるような S と T の例を示せ．