

応用線形代数—第5回レポート

東京工業大学 情報理工学院 数理・計算科学系
福田光浩

2019年度 第1クォーター

提出〆切 5月8日(水) 13時20分まで

レポートボックス 1-3 応用線形代数

1. シュミットの正規直交化法を用いて、次の $\mathbb{R}^4$ のベクトルを正規直交化せよ.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ \sqrt{2} \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2. $n \times n$ 次元行列のベクトル空間において、内積を次のように定める.

$$\langle \mathbf{X}, \mathbf{Y} \rangle = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} Y_{ij}, \quad \text{for } \mathbf{X}, \mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

(a) 部分空間

$$C = \left\{ \begin{pmatrix} x & y & z \\ y & x & y \\ z & y & x \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$$

の基底を一つあげ、部分空間の次元も答えよ.

(b) C の直交補空間 $C^\perp$ に成り得る候補を具体的に求めよ.

3. 配布資料の34ページにある、「線形方程式系に関する補足(d)」について、 $\mathbf{r}^* = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^m$ と定義すると、 $\mathbf{A}^T \mathbf{r}^* = \mathbf{0}$ となることを示せ.