解析学　　演習　微分方程式(第 9 回)

2019/5/13

1．以下の設問に答えよ。

(1)　微分方程式 $y = xy' - y' + 2y'^2$ の一般解は $y = Cx - C + 2C^2$ であることを，微分方程式へ代入して確認せよ。（なお、このような $y = xy' + f\left(y'\right)$ 型の微分方程式を、「クレーローの微分方程式」という）

(2)　$y = -\dfrac{1}{8}\left(x-1\right)^2$ が微分方程式 $y = xy' - y' + 2y'^2$ の特異解であることを確認せよ。

(3) (2)の特異解の任意の位置で接線を求めると、その関数形が(1)の一般解で与えられていることを説明せよ。

2. 次の微分方程式を解け。

(1) $\left(1+x\right)\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + \left(1+y\right) = 0$

(2) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -\dfrac{y^2+1}{x^2+1}$

3. 次の微分方程式を同次形と考えて解け。

(1) $\left(2x+y\right) + \left(x+2y\right)\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0$

(2) $x\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y + \sqrt{x^2+y^2}$