

- ・提出用紙には、学籍番号と氏名を記載すること。

1. (1) 位置 x , 時刻 t が満たす拡散方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial t}$$

を変数分離法で解け。ただし, A は定数である。

- (2) (1) の拡散方程式の一般解に, $x=0$ および $x=L$ で $u=0$ となる境界条件を満足するように B_m を求めよ。

- (3) $t=0$ で $u=f(x)$ となる初期条件を満たす解を求めよ。

2. 以下のような関数 $u = u(x, y)$ に対する偏微分方程式 (2-1) について考察する。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 10 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2-1)$$

- (1) 偏微分方程式(2-1) は、楕円型、放物型、双曲型のいずれに分類されるか、理由と共に述べよ。

- (2) 式(2-1) において、 $u = \exp(ax + by)$ (ただし、 a と b は定数とする) とおいて代入することにより、 u の 1 次独立な特殊解を 2 つ見出せ。

- (3) 式(2-1) において、 x, y の一次式として定義される 2 つの独立変数

$$\xi = 2x + y$$

$$\eta = -5x + y$$

を新たに導入すると

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = 0 \quad (2-2)$$

となることを示せ。

- (4) 偏微分方程式(2-2)の一般解を求めると、次式となることを示せ

$$u = c_1(\xi) + c_2(\eta) = c_1(2x + y) + c_2(-5x + y) \quad (2-3)$$

ただし、 $c_1(\xi), c_2(\eta)$ は、それぞれ ξ, η の任意関数である。

