

解析学 演習 4

(学籍番号, 氏名, 問題番号明記のこと. 答えだけでなく導出過程も記述してください.)

4.1 $z=x+iy$ のとき, $f(x, y) = 2xy + iy^2$ が微分可能か定義式を用いて調べよ.

なお, $f(x, y) = w(z)$ のとき,
$$\frac{w(z + \Delta z) - w(z)}{\Delta z} = \frac{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta x + i\Delta y}$$

を使ってよい.

4.2 関数 $\sin(iz)$ が正則かを調べ, 正則な場合は導関数を求めよ.

4.3 $f(x, y) = x^2 - y^2 + i2xy$ の正則性を $W(z, \bar{z})$ の方法で判定せよ.

4.4 関数 $\frac{(1+iz^2)^3}{z}$ の導関数 $f'(z)$ を求めよ.

4.5 関数 $u = e^x \cos y$ が調和関数かを調べ, 調和関数の場合は u を実部とする正則関数 $f(z)$ を求めよ.