

フィードバック制御

2019年度 3Q

担当教員: 藤田政之 教授 (S5-303B)

第13回講義

11月14日(木) 13:20～15:50, S224講義室

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み一遅れ補償による制御系設計 (P156～166)

キーワード : 位相遅れ補償, 位相進み補償

学習目標 : ループ整形の考え方をを用いて, 位相遅れ補償, 位相進み補償による制御系設計ができる.

位相遅れ補償

コントローラ

$$K(s) = K \frac{\alpha(Ts + 1)}{\alpha Ts + 1} \quad (\alpha > 1)$$

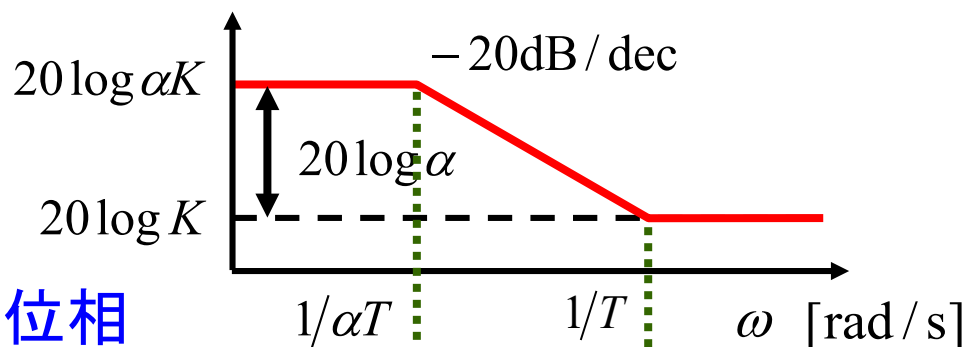
定常特性の改善

$$+ 20 \log \alpha [\text{dB}]$$

$$\left[K(0) = \alpha K, K(\infty) = K \right]$$

ゲイン

$$20 \log |K(j\omega)| [\text{dB}]$$



位相

$$\angle K(j\omega)$$

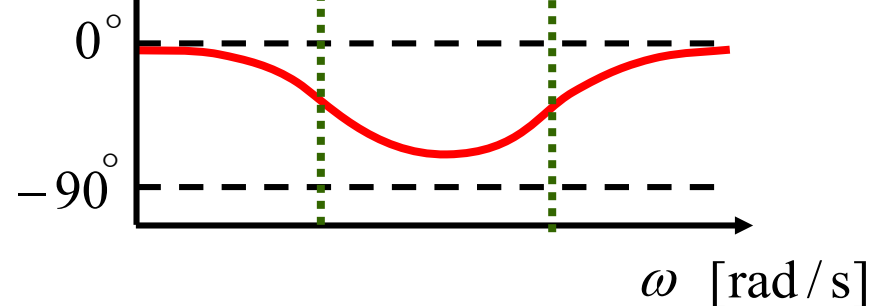


図8.10 位相遅れ補償のボード線図

[注] 位相遅れ: (安定性の劣化の原因)

➡ 折点角周波数 $1/T$ を適切に

位相遅れ補償とPI補償

位相遅れ補償

$$K(s) = K \frac{\alpha(Ts + 1)}{\alpha Ts + 1} \quad (\alpha > 1)$$

$$+ 20 \log \alpha \text{ [dB]}$$

$$\left[K(0) = \alpha K, K(\infty) = K \right]$$



$\alpha \rightarrow \infty$

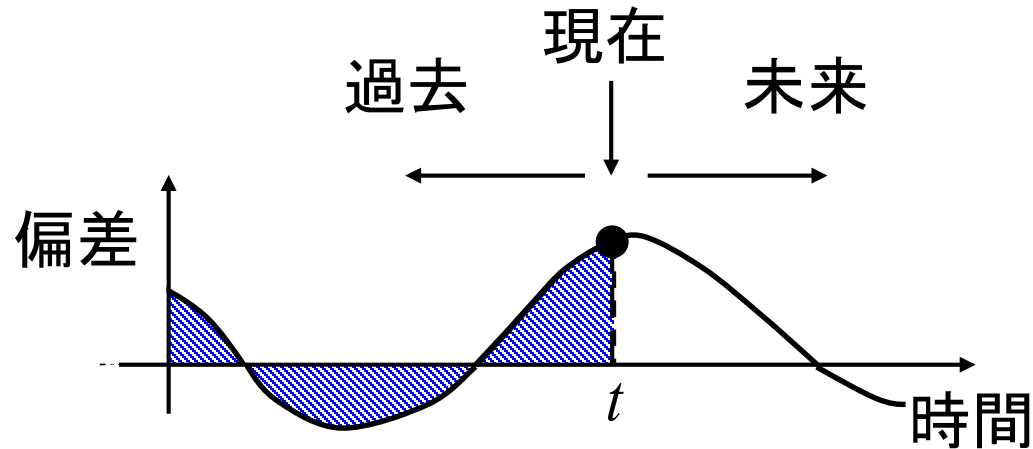
$$K(s) = K \left(1 + \frac{1}{Ts} \right)$$

PI補償

$$K_{PI}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

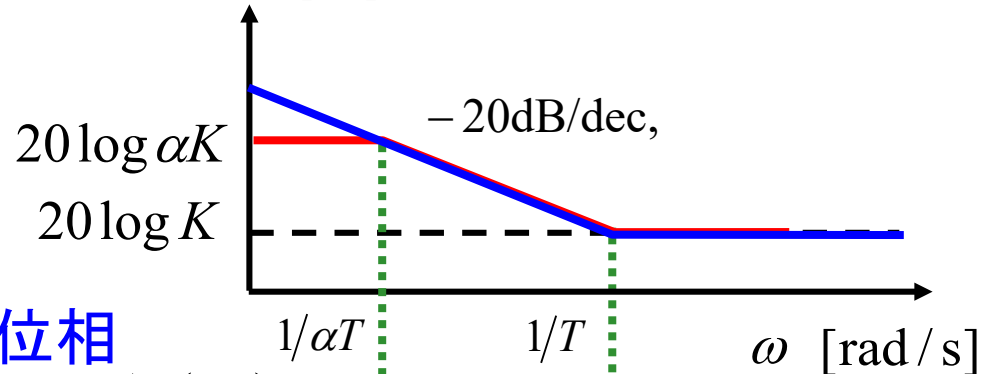
$$T_I = \frac{K_P}{K_I} \quad (\text{積分時間})$$

低周波: -20dB/dec , ゲイン大,
 $\left[K(0) \approx \infty, K(\infty) = K_P \right]$



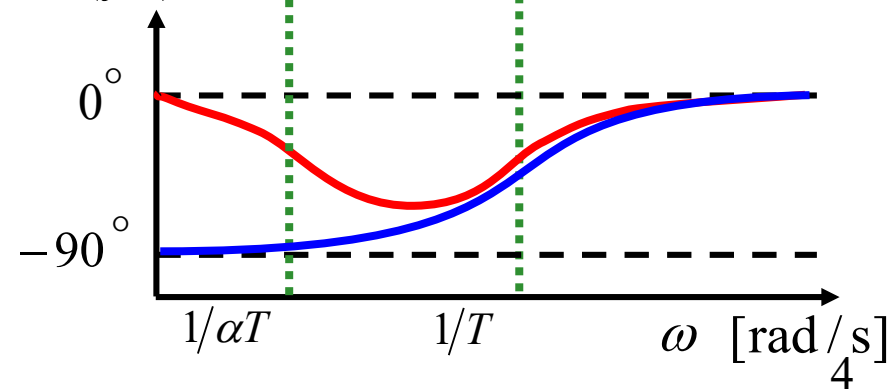
ゲイン

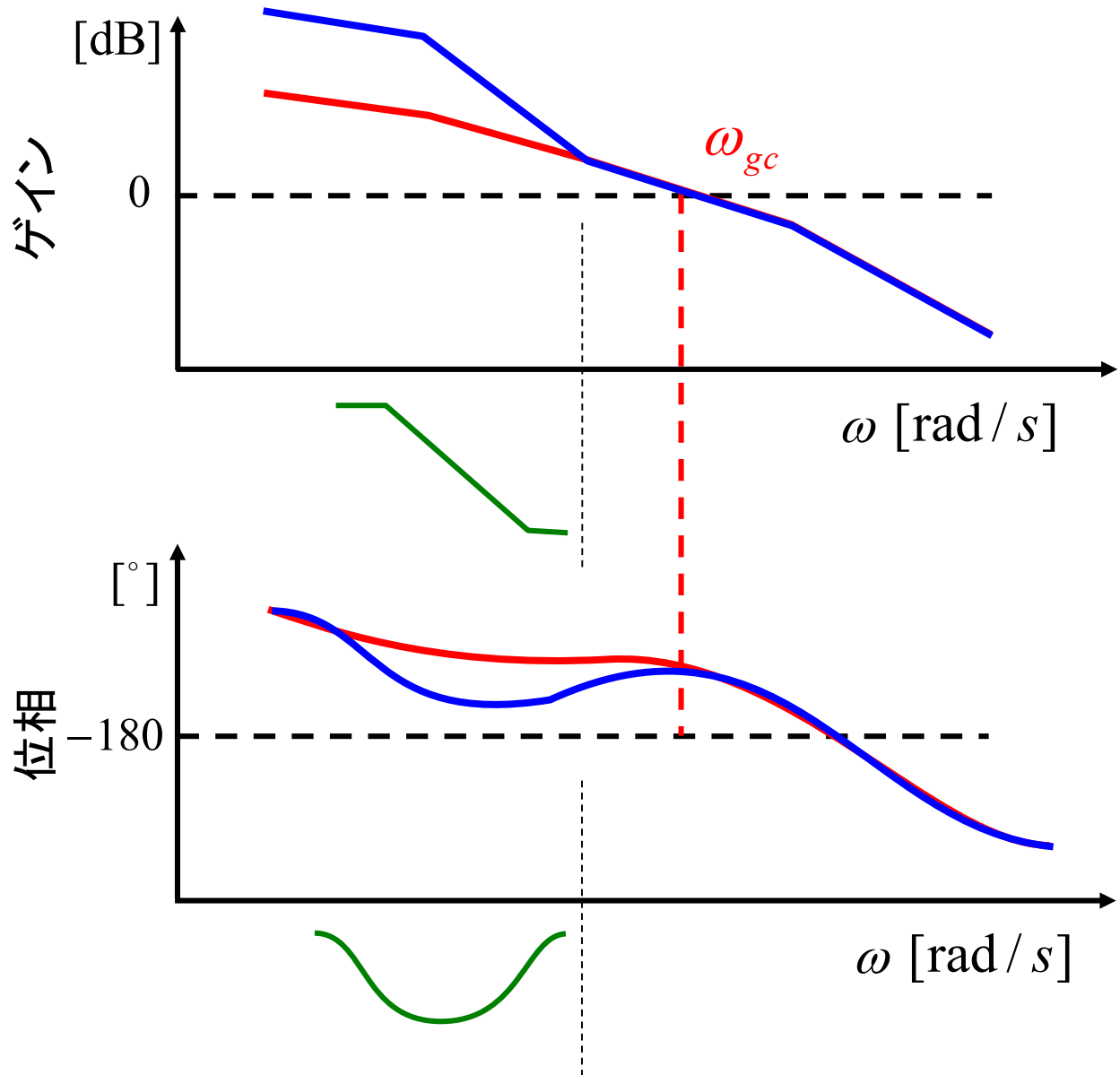
$$20 \log |K(j\omega)| \text{ [dB]}$$



位相

$$\angle K(j\omega)$$





位相遅れ補償の設計手順

- [ステップ1] 位相余裕やゲイン交差周波数に着目し, 望ましい過渡特性が得られるようにゲイン補償 K を決める.
- [ステップ2] [ステップ1]の K を用いて開ループ伝達関数のボード線図を描き, その低周波ゲインを評価する.
- [ステップ3] 低周波ゲインが $+20\log \alpha$ [dB] 上がることを考慮し, 定常特性に関する仕様を満たすようにパラメータ α の値を定める.
- [ステップ4] 位相遅れにより安定性が劣化しないように, 折点角周波数 $\omega = 1/T$ をゲイン交差周波数より 1dec 程度下になるように選ぶ. もうひとつの折点角周波数を $\omega = 1/(\alpha T)$ と定める.
- [ステップ5] 以上で設計パラメータ K, α, T が定められたので, 位相遅れ補償を構成する.

[例 8.3]

制御対象

$$P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$$

性能仕様

速度偏差定数(定常特性) $K_v \geq 10$

位相余裕(減衰特性) $PM \geq 40^\circ$

[ステップ1] 位相余裕やゲイン交差周波数に着目し, 望ましい
過渡応答特性が得られるようにゲイン補償 K を決める.

ゲイン交差周波数

$$\omega_{gc} \approx 0.8 \quad [\text{rad/s}]$$

位相余裕

$$PM = 47^\circ$$

$PM \geq 40^\circ$ を満たす

OK

➡ $K = 1$

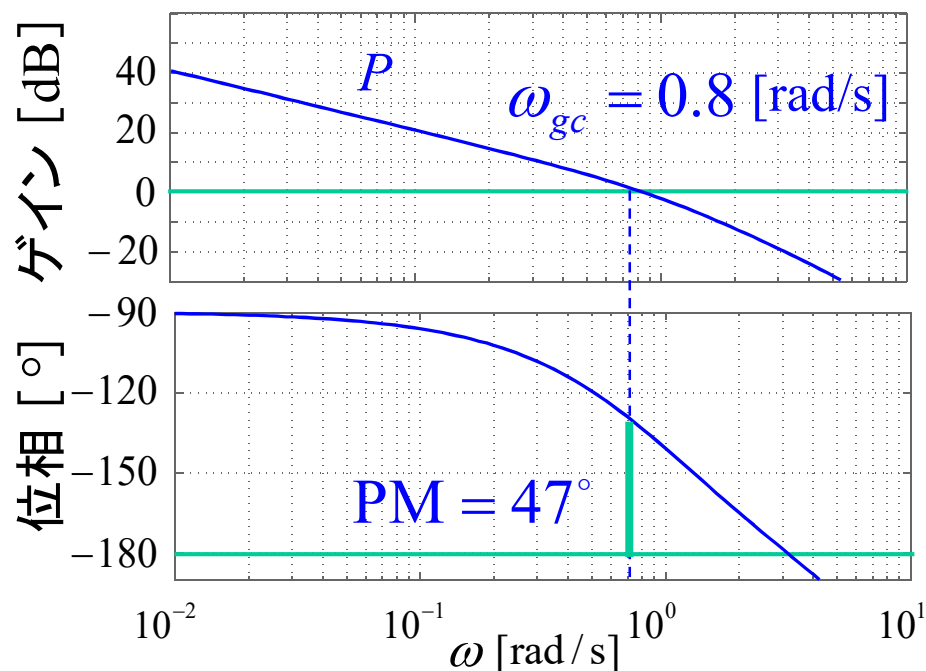


図8.11 位相遅れ補償と開ループ特性⁷

[ステップ2] [ステップ1]の K を用いて開ループ伝達関数のボード線図を描き, その低周波ゲインを評価する.

開ループ伝達関数

$$L' = PK = \frac{10}{s(s+1)(s+10)} \quad (K=1)$$

速度偏差定数

$$\begin{aligned} K_v' &= \lim_{s \rightarrow 0} sL'(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{10}{(s+1)(s+10)} = 1 \end{aligned}$$

性能仕様は $K_v \geq 10$

低周波ゲイン10倍以上必要

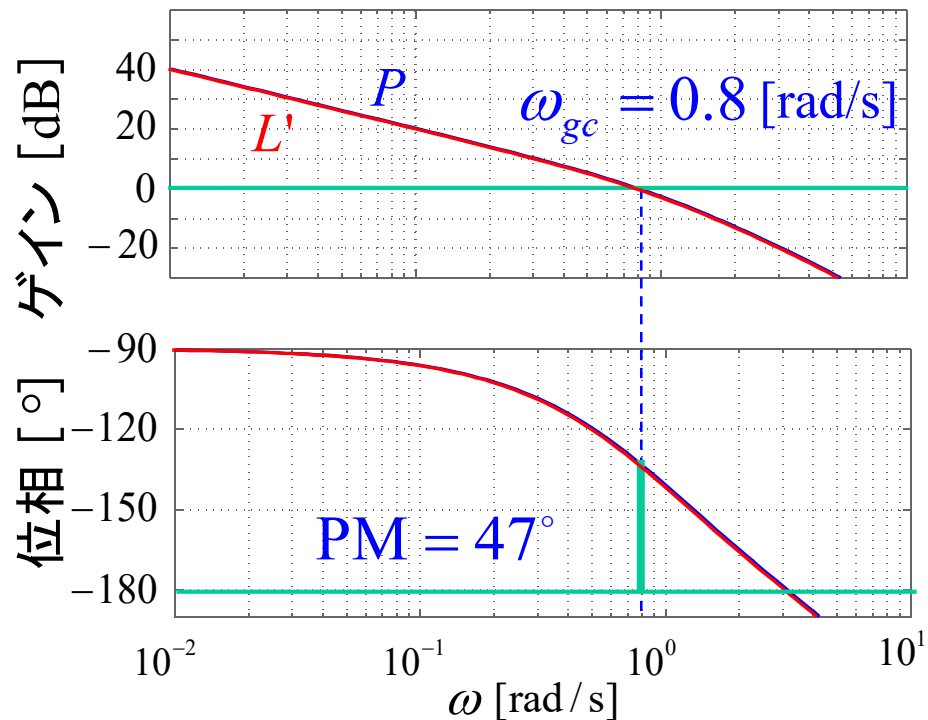


図8.11 位相遅れ補償と開ループ特性 8

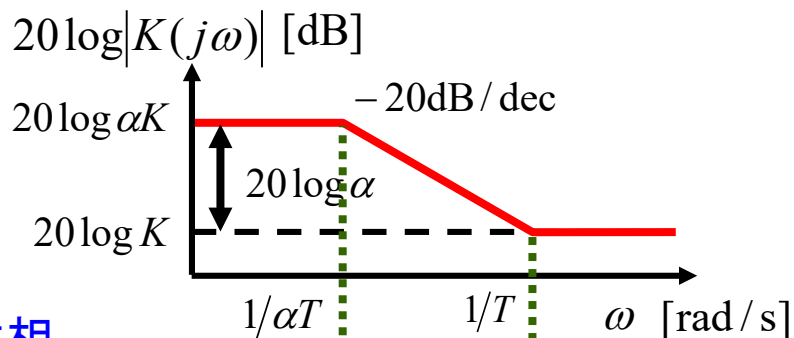
[ステップ3] 低周波ゲインが $+20\log\alpha$ [dB] 上がることを考慮し、
定常特性に関する仕様を満たすようにパラメータ α
の値を定める。

低周波ゲイン10倍で

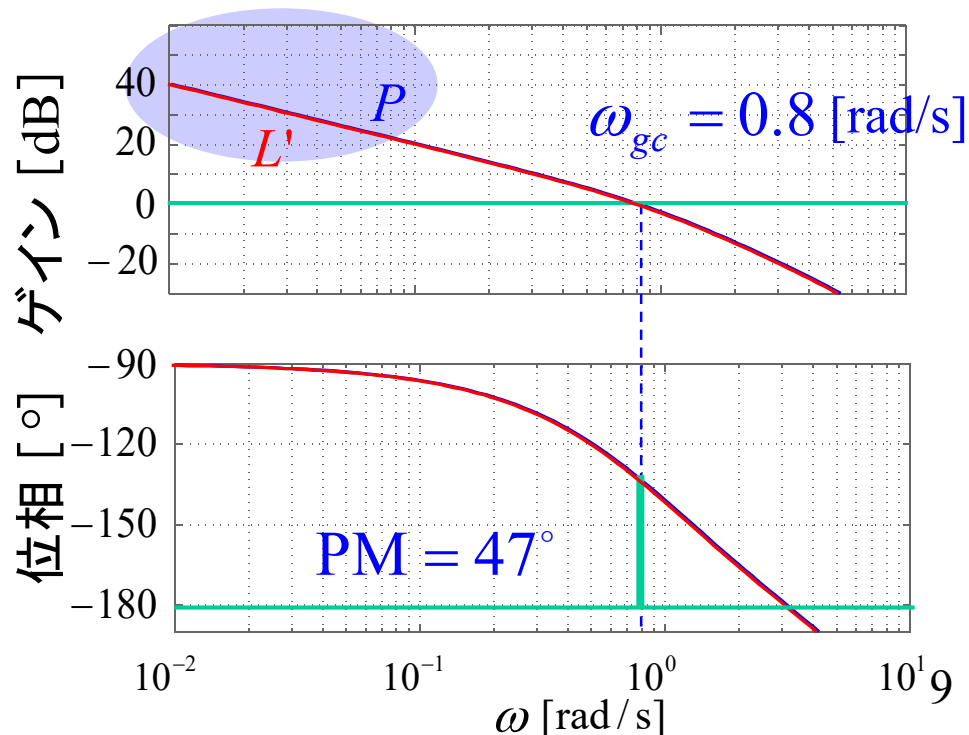
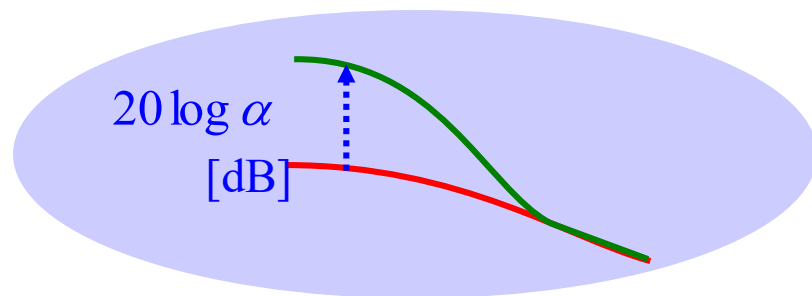
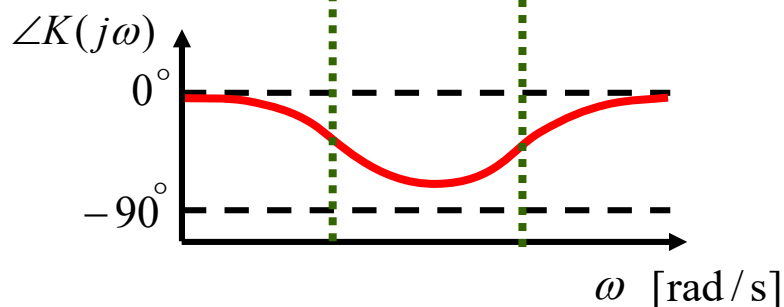
速度偏差定数 $K_v = 10$

➡ $\alpha = 10$

ゲイン



位相

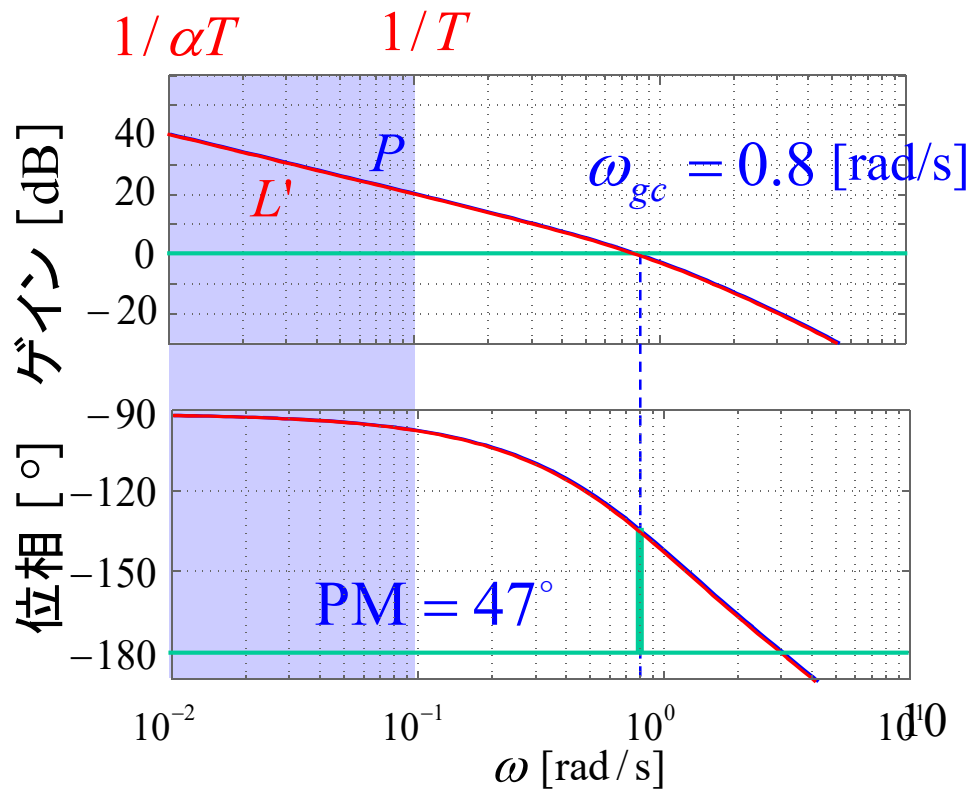
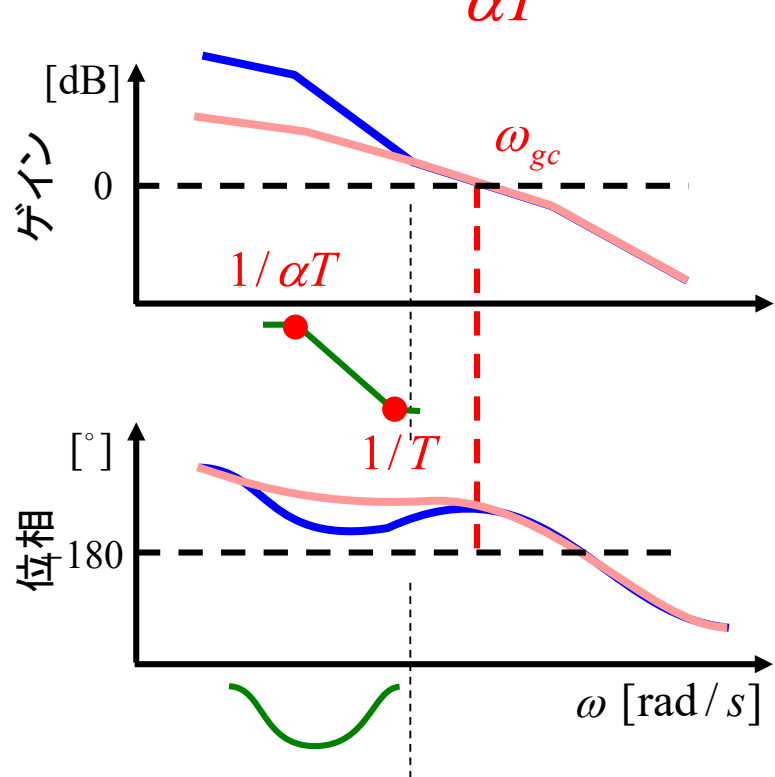


[ステップ4] 位相遅れにより安定性が劣化しないように, 折点角周波数 $\omega = 1/T$ をゲイン交差周波数より 1dec 程度下になるように選ぶ. もうひとつの折点角周波数を $\omega = 1/(\alpha T)$ と定める.

$T = 1$ と選ぶ? $\longrightarrow$ 不適切!

$T = 10$ ($\omega = 0.1$) と選べば, ゲイン交差周波数 ω_{gc} より十分に小さい.

折点角周波数 $\frac{1}{\alpha T} = 0.01, \frac{1}{T} = 0.1$



[ステップ5] 以上で設計パラメータ K, α, T が定められたので, 位相遅れ補償を構成する.

位相遅れ補償

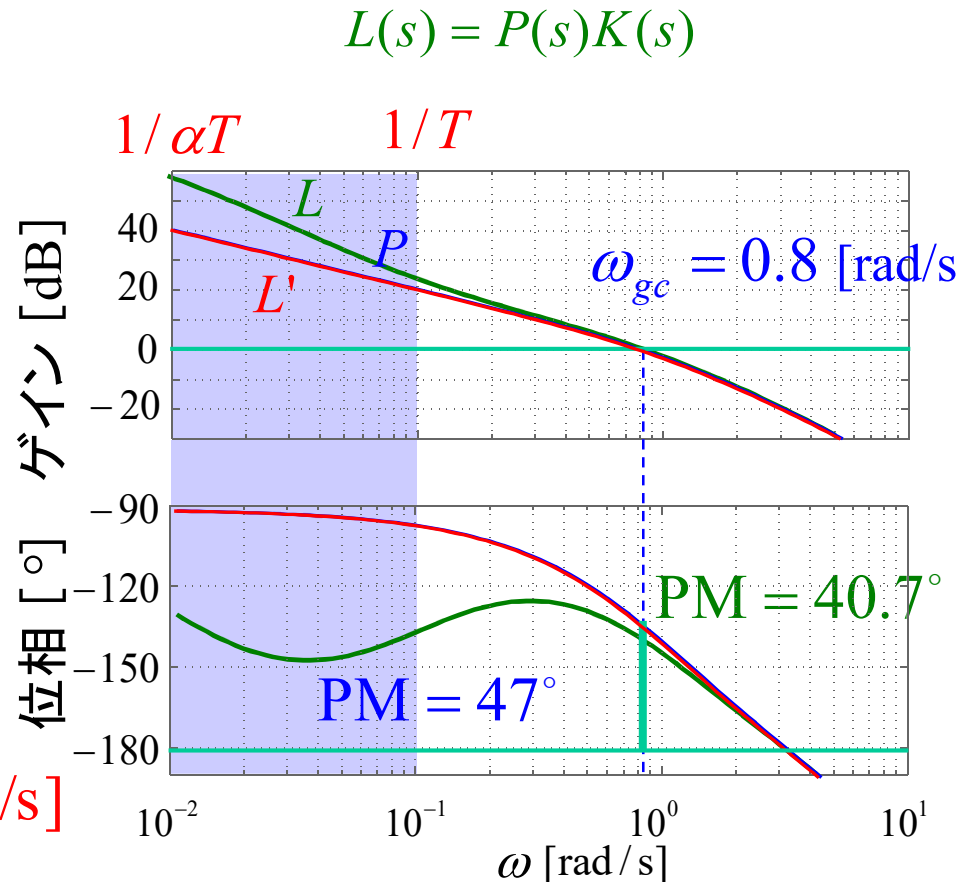
$$K(s) = K \frac{\alpha(Ts + 1)}{\alpha Ts + 1}$$

$$K = 1, \alpha = 10, T = 10$$

$$\begin{aligned} K(s) &= 1 \cdot \frac{10(10s + 1)}{10 \cdot 10s + 1} \\ &= \frac{s + 0.1}{s + 0.01} \end{aligned}$$

ゲイン交差周波数 $\omega_{gc} = 0.8$ [rad/s]

位相余裕 $PM \geq 40^\circ$



[CHECK]

性能仕様

速度偏差定数(定常特性) $K_v \geq 10$

位相余裕(減衰特性) $PM \geq 40$

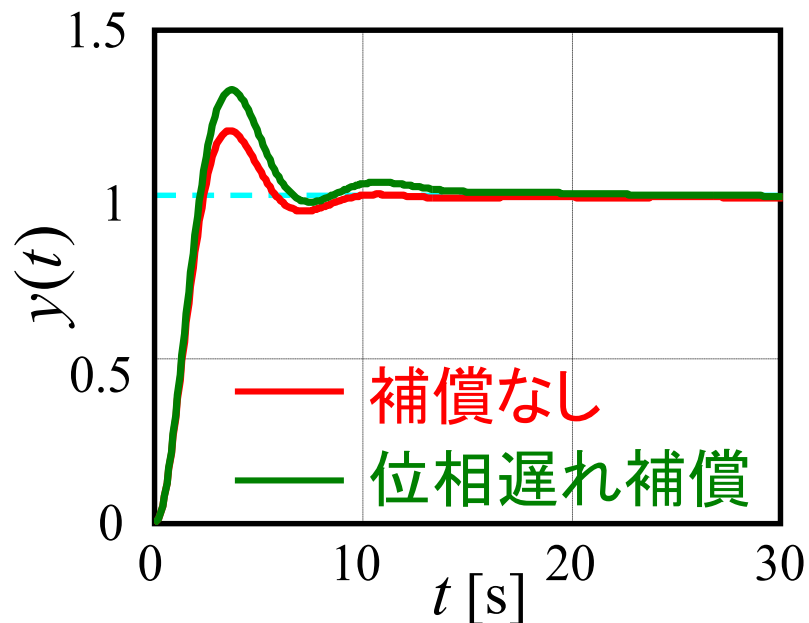
$$L(s) = P(s)K(s)$$

$$= \frac{10(s+0.1)}{s(s+0.01)(s+1)(s+10)}$$

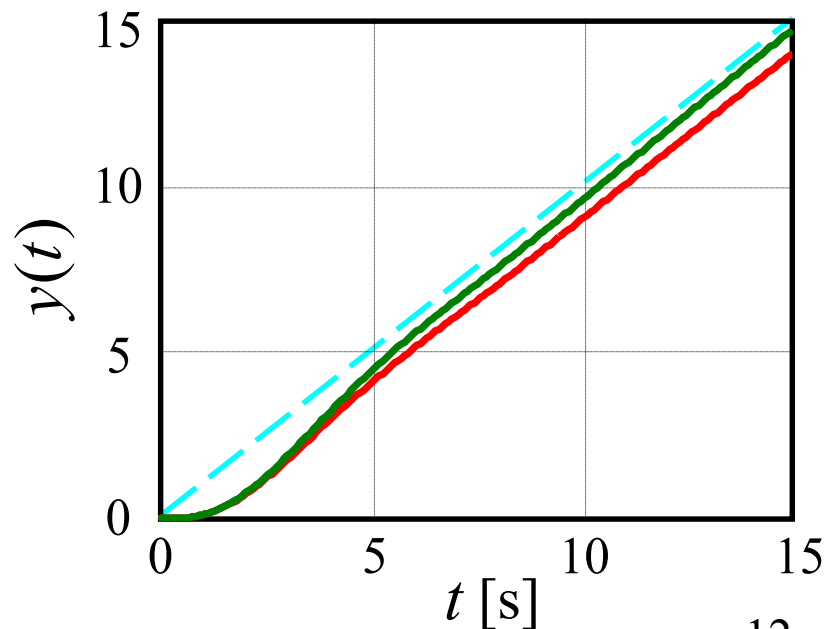
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s) = \frac{1}{0.1} = 10 \quad \text{OK}$$

$$PM \geq 40^\circ \quad \omega_{gc} \approx 0.8 [\text{rad/s}] \quad \text{OK}$$

ステップ応答, ランプ応答 OK



ステップ応答



ランプ応答

IEEE CSS Video Clip Contest 2015

2015
Finalists

Click !

<https://www.youtube.com/watch?v=C221sI1W9Gk>

IEEE CSS Video Clip Contest 2014

2014
Finalists

Click !

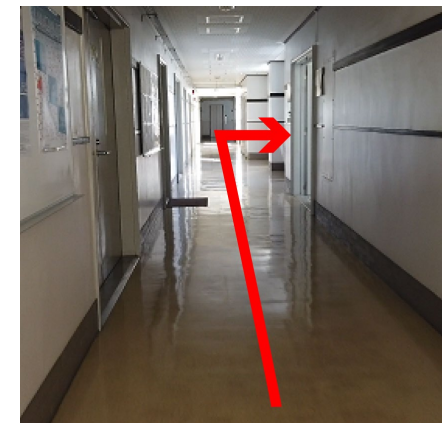
https://www.youtube.com/watch?v=1FVglbJZ_tg

H135講義室までの行き方(画像)



南5号館前の道路から
突き当りを右折

二食手前の入口から本館へ



入口横の階段

本館**B1F**から**3F**まで上がり左折

少し歩いた先の右側

位相進み補償

コントローラ

$$K(s) = K \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \quad (\alpha < 1)$$

過渡特性の改善, 安定化

位相進み $\frac{1}{T} < \omega < \frac{1}{\alpha T}$

[注] 高周波ゲイン→大

➡ ノイズ増幅
ロバスト安定性の劣化

位相が最も進む角周波数 $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$

位相進みの最大値 $\sin \phi_{\max} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{1-\sin \phi_{\max}}{1+\sin \phi_{\max}}$

$\omega = \omega_{\max}$ でゲインは $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ 倍になる

ゲイン

$$20 \log |K(j\omega)| \text{ [dB]}$$

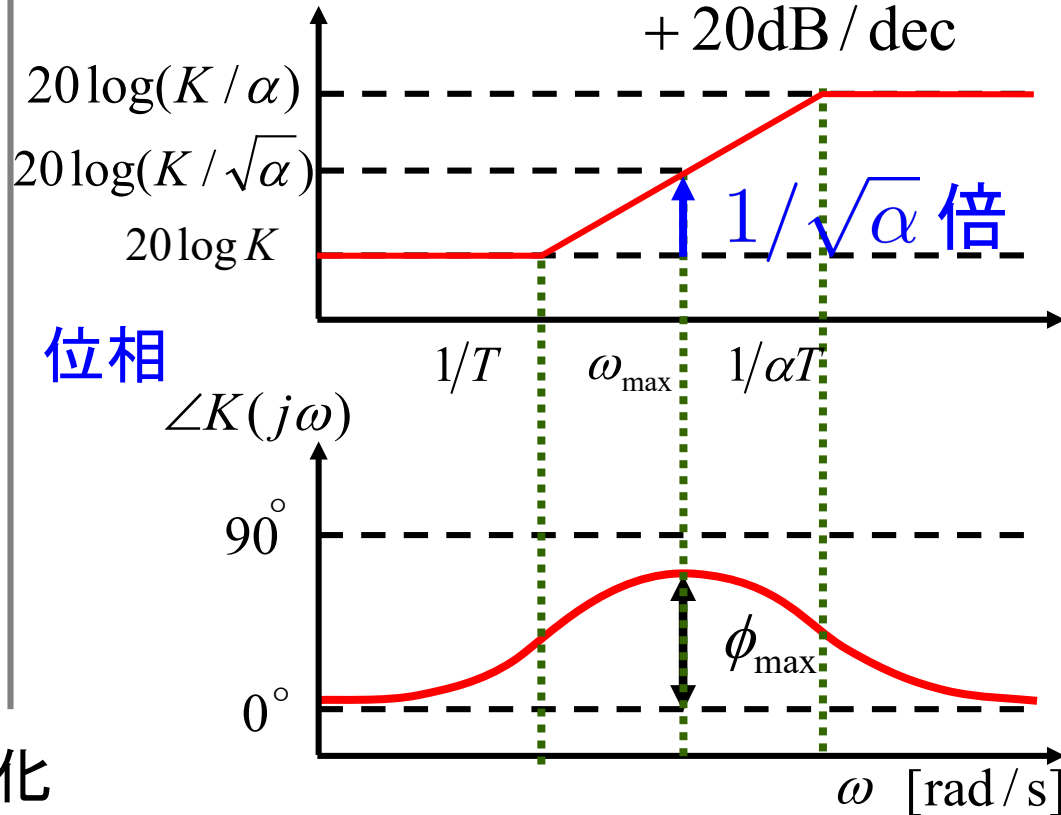


図8.13 位相進み補償のボード線図

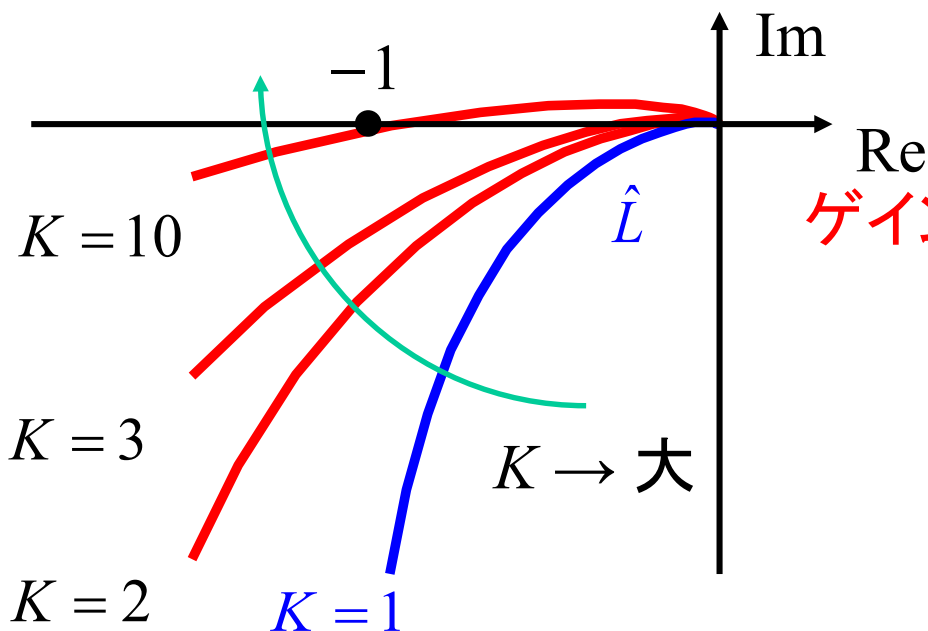
ベクトル軌跡で見る位相進み補償

制御対象 $P(s)$

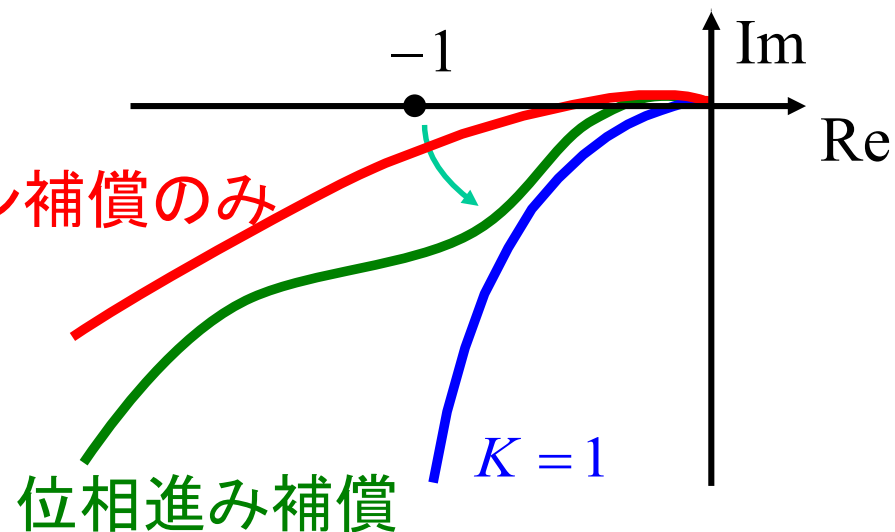
$$\hat{L} = PK, \quad K: \text{ゲイン補償}$$

位相進み補償

位相余裕を増加させる



ゲイン補償のみ



位相進み補償とPD補償

位相進み補償

$$K(s) = K \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \quad (\alpha < 1)$$

$$\begin{aligned} & + \phi_{\max} [^\circ] \\ & \left[K(0) = K, K(\infty) = K / \alpha \right] \end{aligned}$$



$\alpha \rightarrow 0$

$$K(s) = K(Ts + 1)$$

PD補償

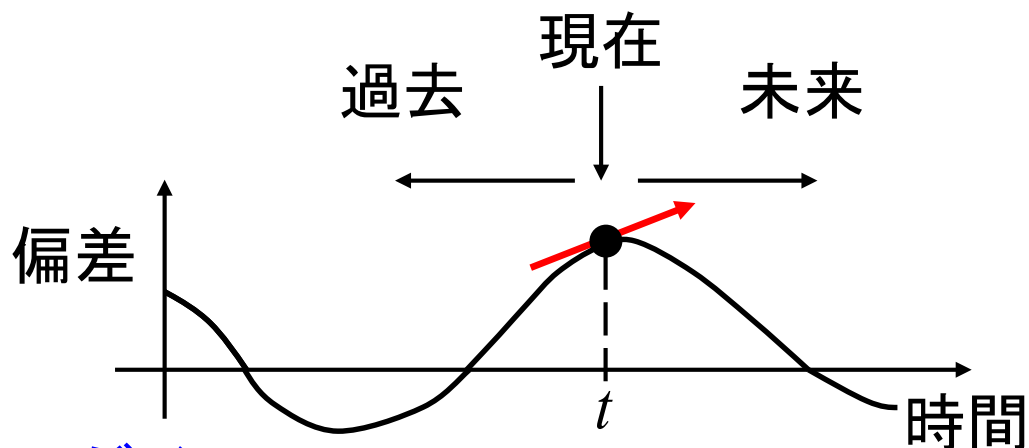
$$K_{PD}(s) = K_P(T_D s + 1)$$

[注] 理想的な微分器は実現困難

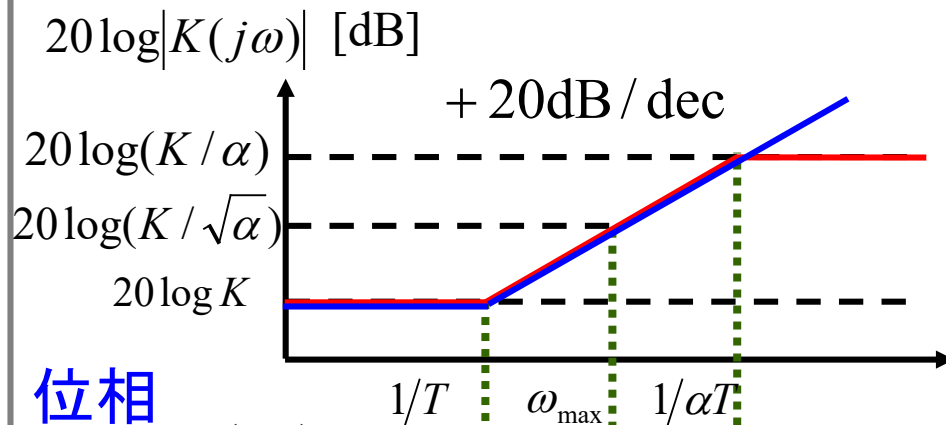
$$K'_{PD} = \frac{K_P(1 + T_D s)}{1 + (T_D / N)s} \quad (3 \leq N \leq 20)$$



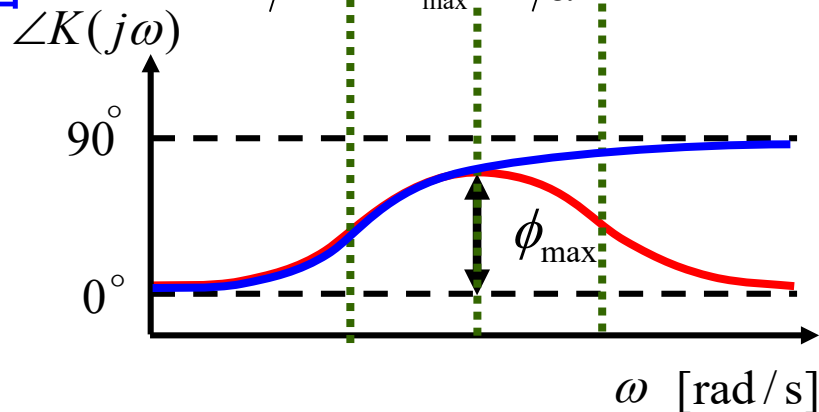
位相進み補償

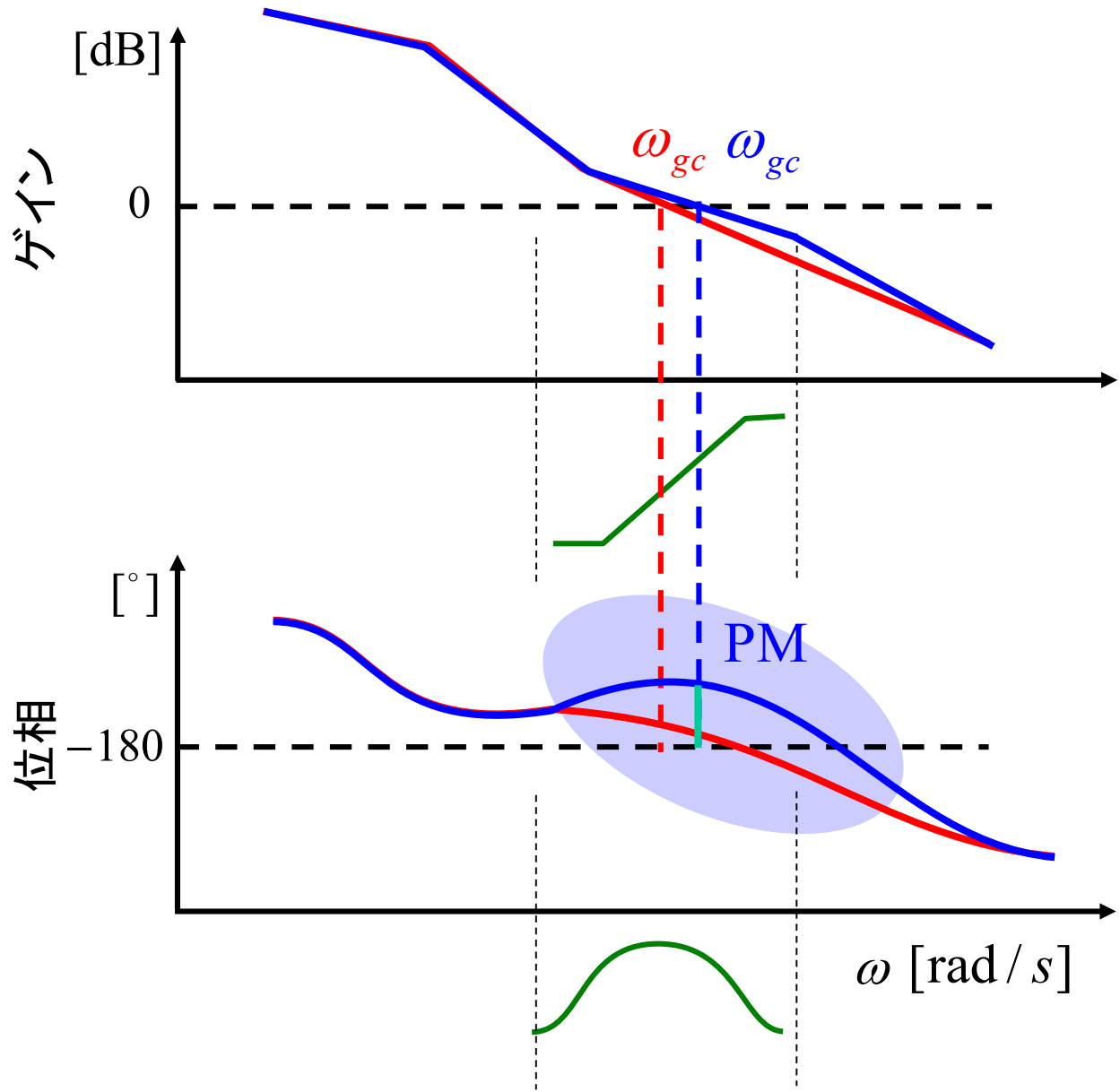


ゲイン



位相





位相進み補償の設計手順

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように,
ゲイン補償 K の値を決める.

[ステップ2] [ステップ1] の K を用いて開ループ伝達関数 $\hat{L}(s) = KP(s)$ のボード線図を描き, その位相余裕 $\widehat{PM}$ を評価する.

与えられた位相余裕 PM とこの $\widehat{PM}$ との差 $\hat{\phi} = PM - \widehat{PM}$ が, 必要な位相進み量となる.

これに適当な(例えば 5° 以上の)余裕を考慮し, .

$\phi_{\max} = \hat{\phi} + (5^\circ \text{以上})$ と定める.

[ステップ3] $\alpha = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$ から, パラメータ α の値を決める.

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で,
ゲインが $1/\sqrt{\alpha}$ 倍に上がる.

そこで $|\hat{L}(j\omega)|$ が $\sqrt{\alpha}$ ($= 20\log\sqrt{\alpha}$ [dB]) である角周波
数を, 補償後の新しいゲイン交差周波数 $\omega_{\max}$ とおく.

[ステップ5] $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$ から, **パラメータ T** の値を決める.

このとき位相進み補償の折点角周波数は,
 $1/T = \omega_{\max}\sqrt{\alpha}$, $1/(\alpha T) = \omega_{\max}/\sqrt{\alpha}$ となる.

[ステップ6] 以上で**設計パラメータ K, α, T** が定められたので,

$K(s) = K \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}$ から, 位相進み補償を構成する.

[例 8.4]

制御対象

$$P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$$

性能仕様

ゲイン交差周波数(速応性) $\omega_{gc} \geq 2$ [rad/s]

位相余裕(減衰特性) $PM \approx 40^\circ$

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように,
ゲイン補償 K の値を決める.

ゲイン補償 $K = 5$

開ループ伝達関数

$$\hat{L}(s) = \frac{50}{s(s+1)(s+10)}$$

ゲイン交差周波数

$$\hat{\omega}_{gc} = 2.1 > 2 \text{ [rad/s]}$$

$\omega_{gc} \geq 2$ [rad/s] を満たす OK

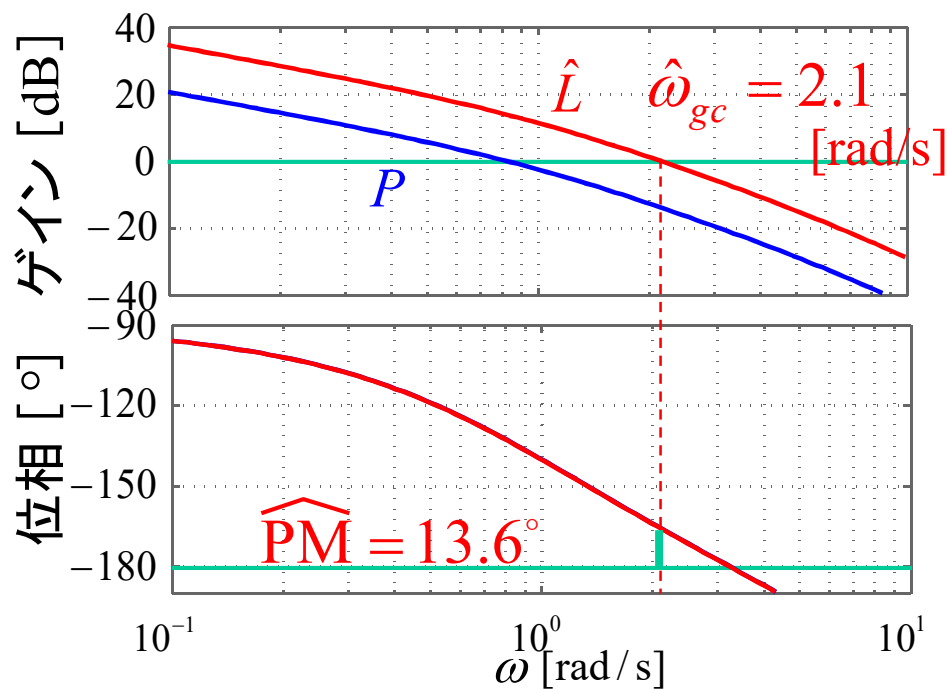


図8.14 開ループ特性

[ステップ2] [ステップ1]の K を用いて開ループ伝達関数 $\hat{L}(s) = KP(s)$ のボード線図を描き, その位相余裕 $\widehat{PM}$ を評価する.
与えられた位相余裕 PM とこの $\widehat{PM}$ との差 $\hat{\phi} = PM - \widehat{PM}$ が, 必要な位相進み量となる.
これに適当な(例えば 5° 以上の)余裕を考慮し,
 $(\phi_{\max} = \hat{\phi} + 5^\circ \text{ 以上})$ と定める.

位相余裕 $\widehat{PM} = 13.6^\circ$

性能仕様は $PM \approx 40^\circ$

➡ $\hat{\phi} = PM - \widehat{PM}$
 $= 40 - 13.6 = \underline{26.4^\circ}$

(必要な位相進み量)

➡ $\phi_{\max} = \hat{\phi} + \underline{10^\circ} = 36.4^\circ$
(マージン)

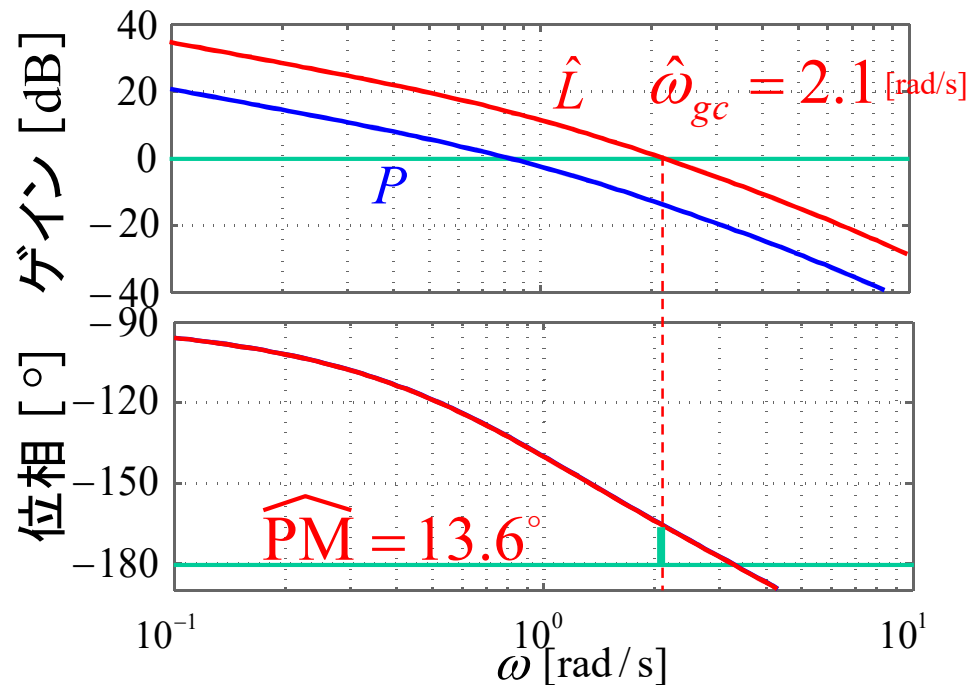


図8.14 開ループ特性

[ステップ3] $\alpha = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$ から, パラメータ α の値を決める.

$$K(s) = K \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}$$

$$\alpha = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$$

$$\phi_{\max} = 36.4^\circ$$

➡ $\alpha = 0.255$

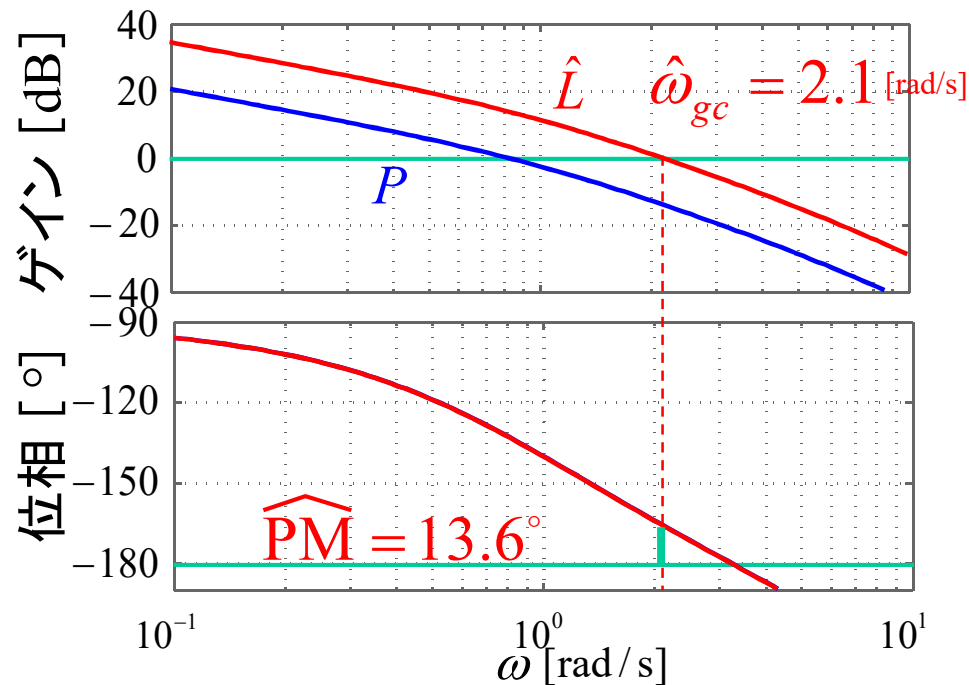


図8.14 開ループ特性 24

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で、
ゲインが $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ 倍に上がる.

そこで $|\hat{L}(j\omega)|$ が $\sqrt{\alpha}$ ($= 20\log\sqrt{\alpha}$ [dB]) である角周波
数を, 補償後の新しいゲイン交差周波数 $\omega_{\max}$ とおく.

$$|\hat{L}(j\omega_{\max})| = \sqrt{\alpha} = 0.505$$

に下がっている.

(後で 0dB に上がる.)

$\omega_{\max} = 3.0$ [rad/s]

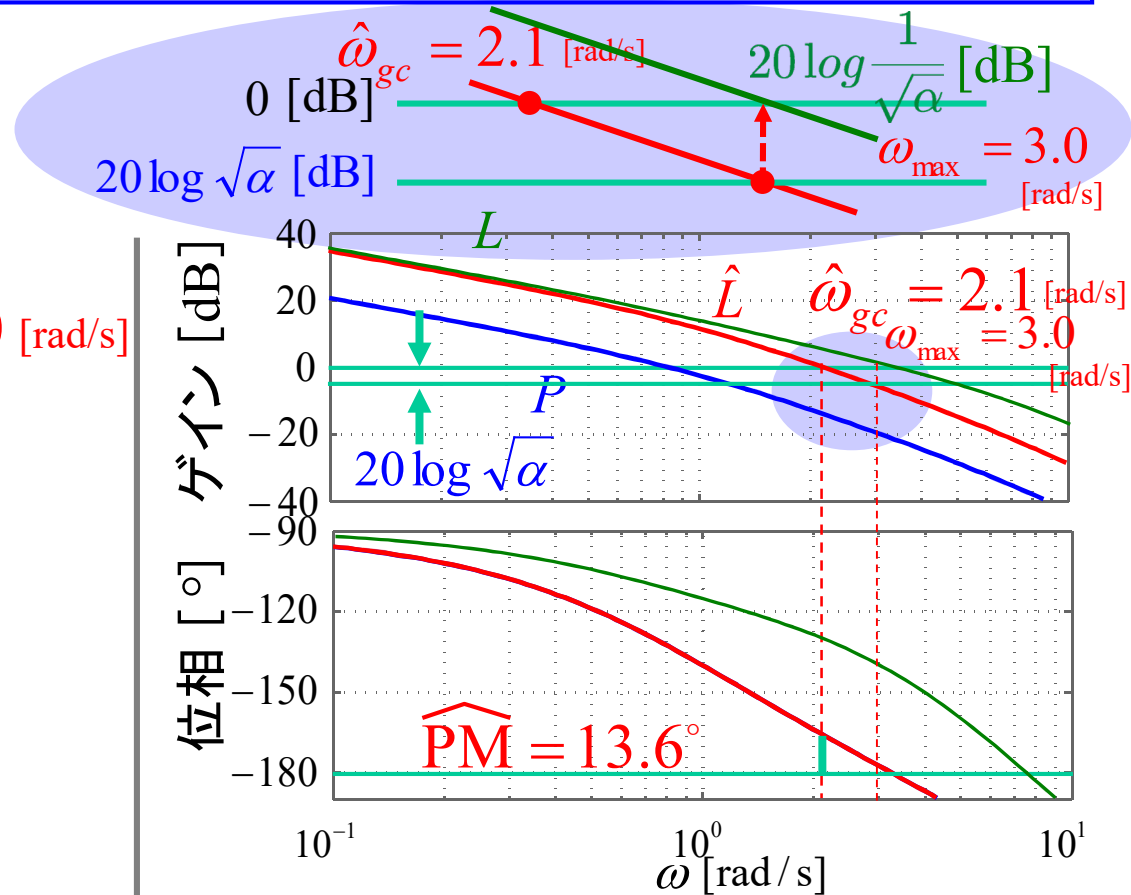
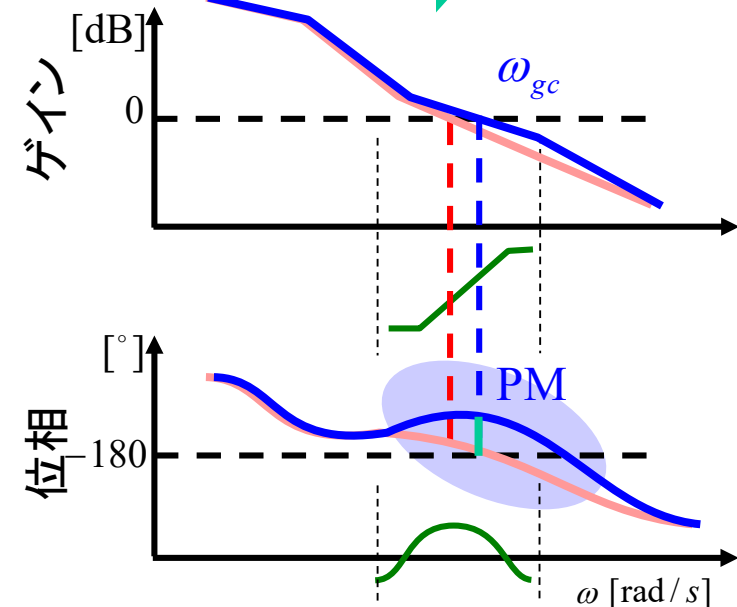


図8.14 開ループ特性 25

[ステップ5] $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$ から, **パラメータ T** の値を決める.

このとき位相進み補償の折点角周波数は,

$1/T = \omega_{\max} \sqrt{\alpha}, \quad 1/(\alpha T) = \omega_{\max} / \sqrt{\alpha}$ となる.

$$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_{\max}}$$

$$\omega_{\max} = 3.0 \text{ [rad/s]}, \quad \alpha = 0.255$$

➡ $T = 0.660$

折点角周波数

$$\frac{1}{T} = 1.52, \quad \frac{1}{\alpha T} = 5.94$$

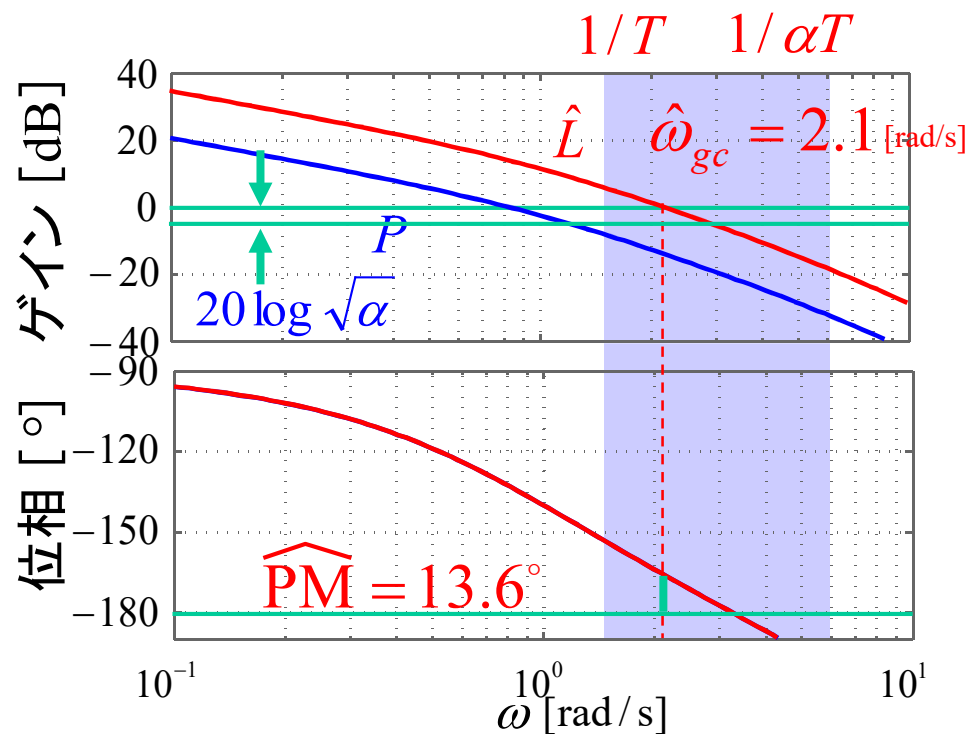


図8.14 開ループ特性 26

[ステップ6] 以上で設計パラメータ K, α, T が定められたので,

$$K(s) = K \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \quad \text{から, 位相進み補償を構成する.}$$

位相進み補償

$$K(s) = K \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}$$

$$K = 5, \alpha = 0.255, T = 0.660$$

$$\begin{aligned} K(s) &= 5 \cdot \frac{0.66s + 1}{0.255 \cdot 0.66s + 1} \\ &= \frac{19.6(s + 1.52)}{s + 5.94} \end{aligned}$$

ゲイン交差周波数 $\omega_{gc} = 3.0$ [rad/s]

位相余裕 $PM = 38^\circ$

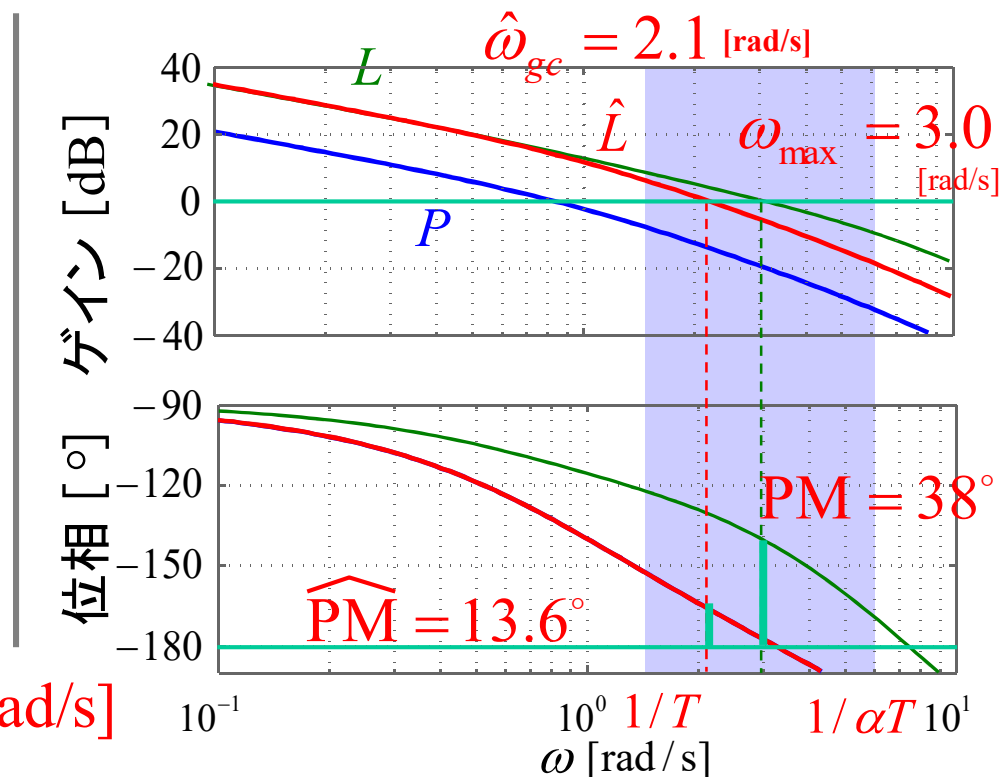


図8.14 開ループ特性

[CHECK]

性能仕様

ゲイン交差周波数(速応性)

$$\omega_{gc} \geq 2 \text{ [rad/s]}$$

位相余裕(減衰特性)

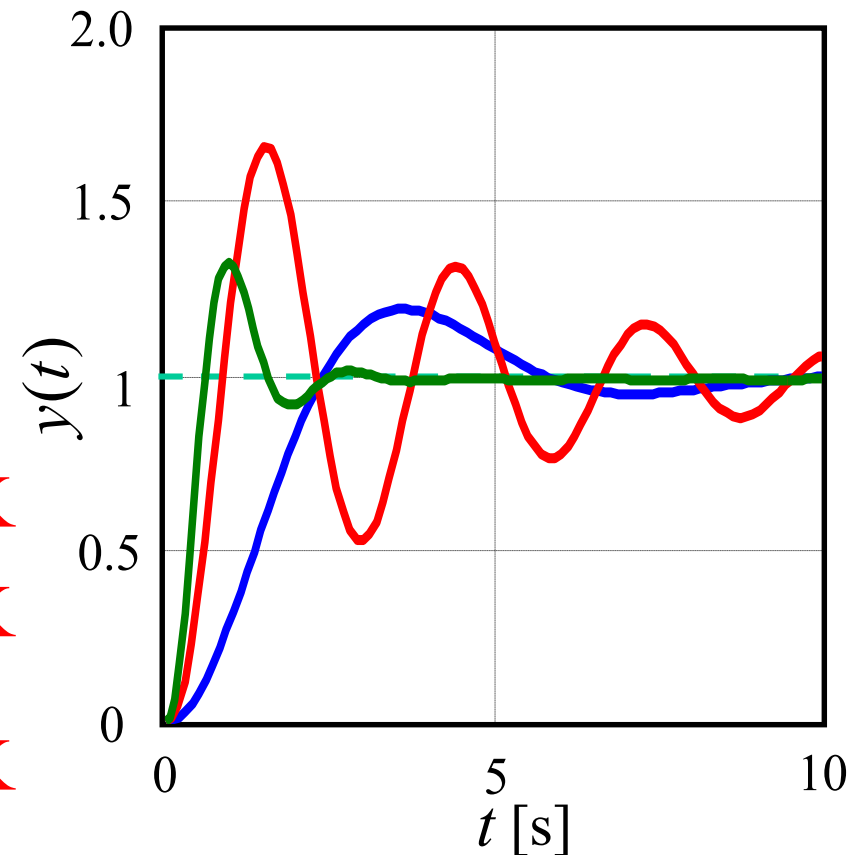
$$\text{PM} \approx 40^\circ$$

$$\omega_{gc} = 3.0 (= \omega_{\max}) \text{ [rad/s]} \quad \text{OK}$$

$$\text{PM} \cong 38^\circ \quad \text{OK}$$

$$\text{ステップ応答} \quad \text{OK}$$

$$\begin{aligned} & \text{--- } K(s) = 1 \\ & \text{--- } K(s) = 5 \\ & \text{--- } K(s) = \frac{19.6(s+1.52)}{s+5.94} \end{aligned}$$



第 8 章 : フィードバック制御系の設計法



8.3 位相進みー遅れ補償による制御系設計

(P156～166)

キーワード : 位相遅れ補償, 位相進み補償

学習目標 : ループ整形の考え方をを用いて, 位相遅れ補償, 位相進み補償による制御系設計ができる.

Reading Assignment #14

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み一遅れ補償による制御系設計 (pp.156～166)

キーワード : 位相進み一遅れ補償

第 9 章 : 2 自由度制御系

9.1 フィードフォワードとフィードバックの役割 (pp.168～170)

キーワード : フィードフォワード, フィードバック

9.2 2 自由度制御系の構造と設計法 (pp.P171～175)

キーワード : 2 自由度制御

学習目標 : ループ整形の考え方をを用いて, 位相進み一遅れ補償による制御系設計ができる. フィードフォワードとフィードバックの役割を理解し, これら 2つの長所を併せ持つ 2 自由度制御系の構造と設計について説明できる.