

フィードバック制御

2019年度 3Q

担当教員: 藤田政之 教授 (S5-303B)

第11回講義

11月7日(木) 13:20~15:50, S224講義室

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.1 設計手順と性能評価 (pp. 146~149)

キーワード : 設計手順, 性能評価

8.2 PID 補償による制御系設計 (pp. 149~154)

キーワード : P(比例), I(積分), D(微分)

学習目標 : 一般的な制御系設計における手順と制御系の性能評価について説明できる. さらにPID補償の有効性について説明できる.

8. フィードバック制御系の設計法

8.1 設計手順と性能評価

制御系の設計手順

レギュレータ問題(定値制御)

:一定の値に保持(制)

人工衛星の姿勢制御など

http://edu.jaxa.jp/materialDB/list.php?category=theme&node_id=1000000

サーボ問題(追従制御)

:目標値に良好に追従(御)

航空機の自動操縦など

http://spaceinfo.jaxa.jp/gallery/gallery-j/movie_alflex_j.html

制御系の設計手順

[ステップ1]

制御対象の数学的モデルを求める。

[ステップ2]

制御目的から、性能仕様を決める。

[ステップ3]

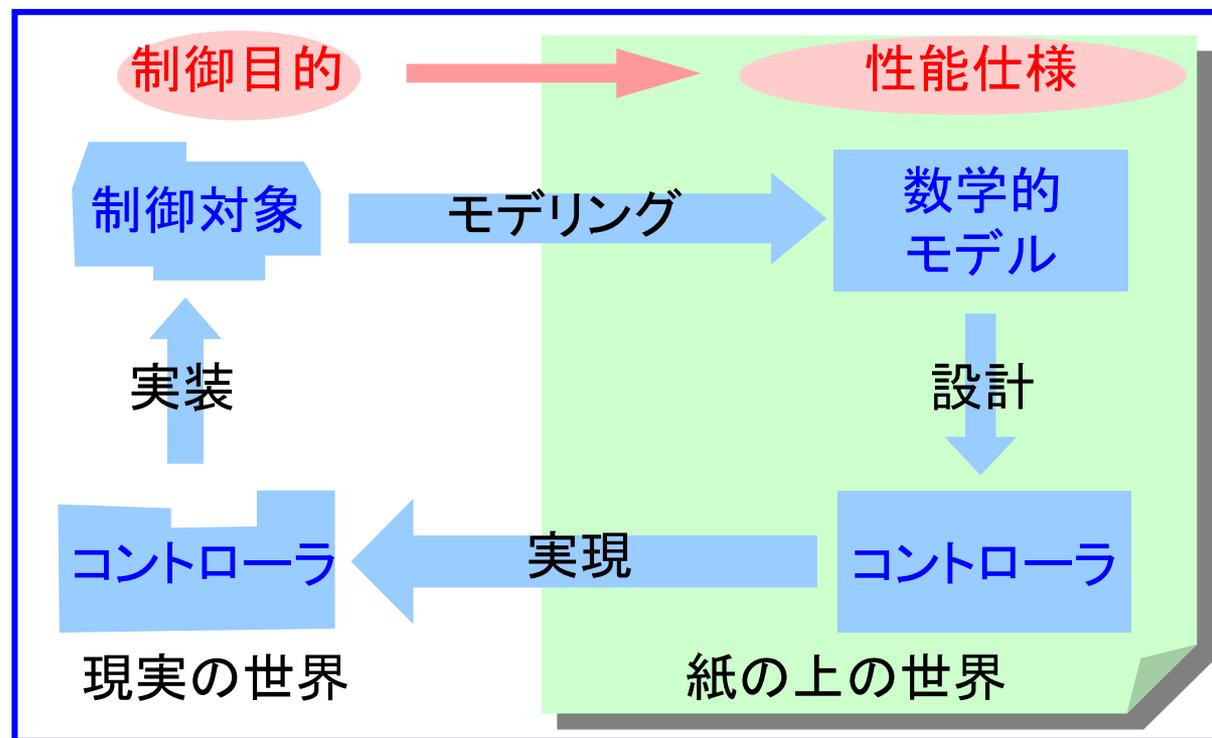
性能仕様を満たすように、コントローラを設計する。

[ステップ4]

シミュレーションにより、設計された制御系を評価する。必要ならば以上のステップを繰り返し設計をやり直す。

[ステップ5]

コントローラを実装し、ハードウェアを用いてテストする。



(広い意味では)

- センサ・アクチュエータの選択・配置
- 制御量・操作量の決定
- 動作環境・拘束条件の分析... など

超音波センサ

サーボモータ

LEGO Mindstorms EV3

カラーセンサ

制御系の性能評価

- 定常特性
- 過渡特性

定常特性 (§ 4.2 : P71 ~)

$$L(s) = P(s)K(s)$$

$$e_s : \text{定常位置偏差} \quad e_s = \frac{1}{1 + L(0)}$$

$$K_p : \text{位置偏差定数} \quad K_p = L(0)$$

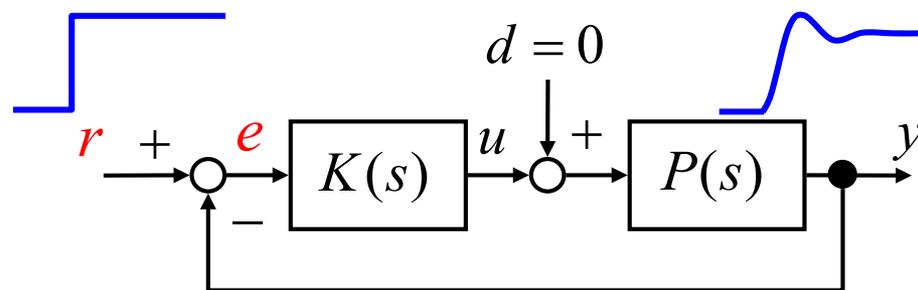


表4.1 制御系の型と定常偏差

制御系の型	$r(t) = 1$	$r(t) = t$	$r(t) = t^2 / 2$
0 型	$\frac{1}{1 + K_p}$	∞	∞
1 型	0	$\frac{1}{K_v}$	∞
2 型	0	0	$\frac{1}{K_a}$

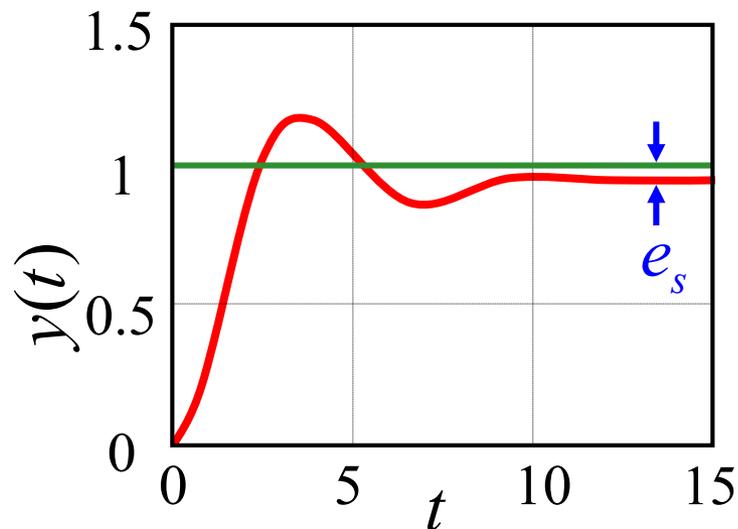


図4.4 定常位置偏差

制御系の性能評価



過渡特性

時間応答に基づく性能評価 (§ 3.4 : P50 ~)

立上り時間 T_r

遅れ時間 T_d

行過ぎ時間 T_p

オーバーシュート A_{\max}

整定時間 T_s

減衰比

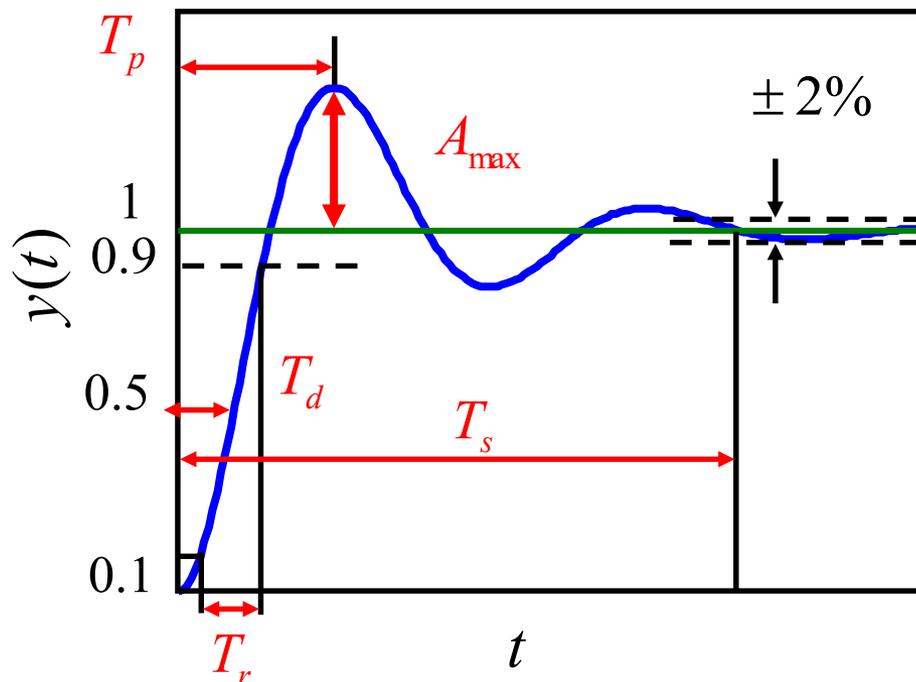


図3.10 過渡応答と諸特性値

制御系の性能評価



に基づく性能評価

過渡特性

時間応答に基づく性能評価

周波数領域における速応性の指標

1次系 $T_r \cong 2.2T$ $T_s \cong 4T$

2次系 $T_r \cong \frac{1.8}{\omega_n}$ $T_s \cong \frac{4}{\zeta\omega_n}$

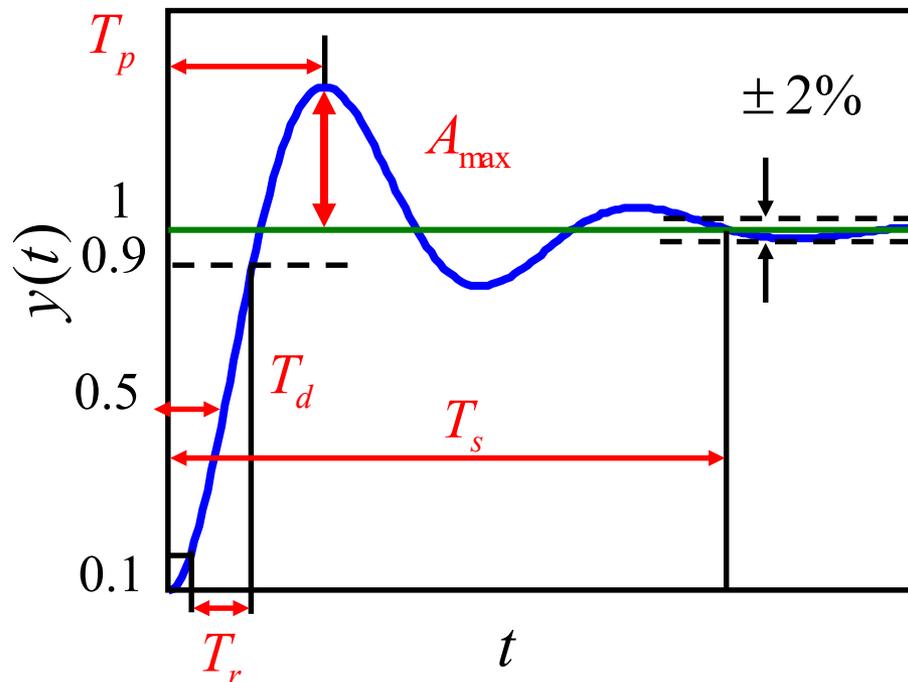


図3.10 過渡応答と諸特性値

[例] 立ち上り時間 $T_r < 0.1s$

1次系: $T_r \cong 2.2T < 0.1s$

2次系: $T_r \cong \frac{1.8}{\omega_n} < 0.1s$

$\frac{1}{T} > 22\text{rad/s}$

$\omega_n > 18\text{rad/s}$

制御系の性能評価



過渡特性

時間応答に基づく性能評価 (§ 3.3 : P45 ~)

2次系
$$P = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

ω_n : 自然角周波数
 ζ : 減衰係数 (2次系)

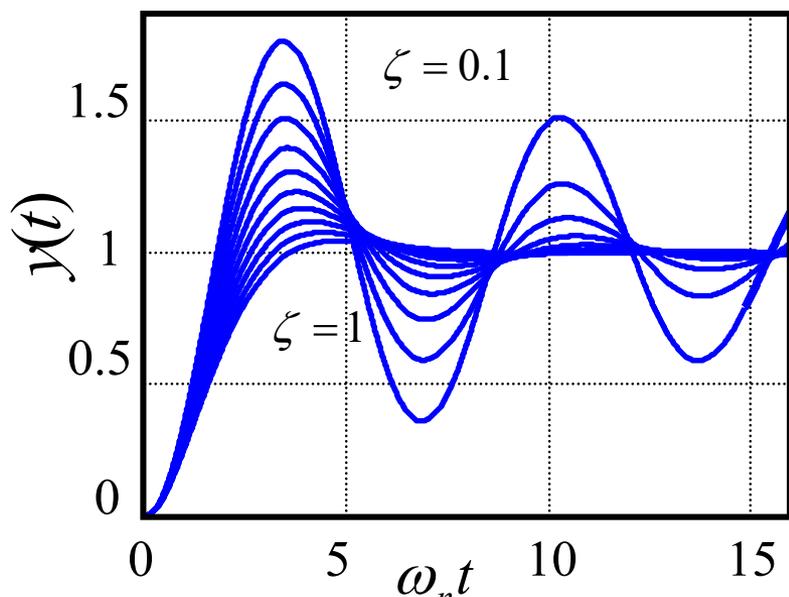


図3.7 2次系のステップ応答

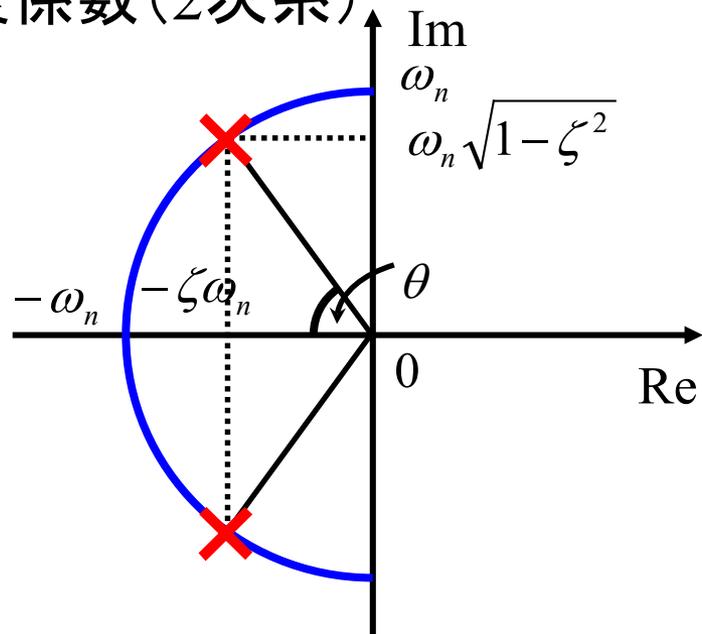


図3.8 2次系の極の位置

制御系の性能評価



過渡特性

時間応答に基づく性能評価(続き) (§ 3.4 : P50 ~)

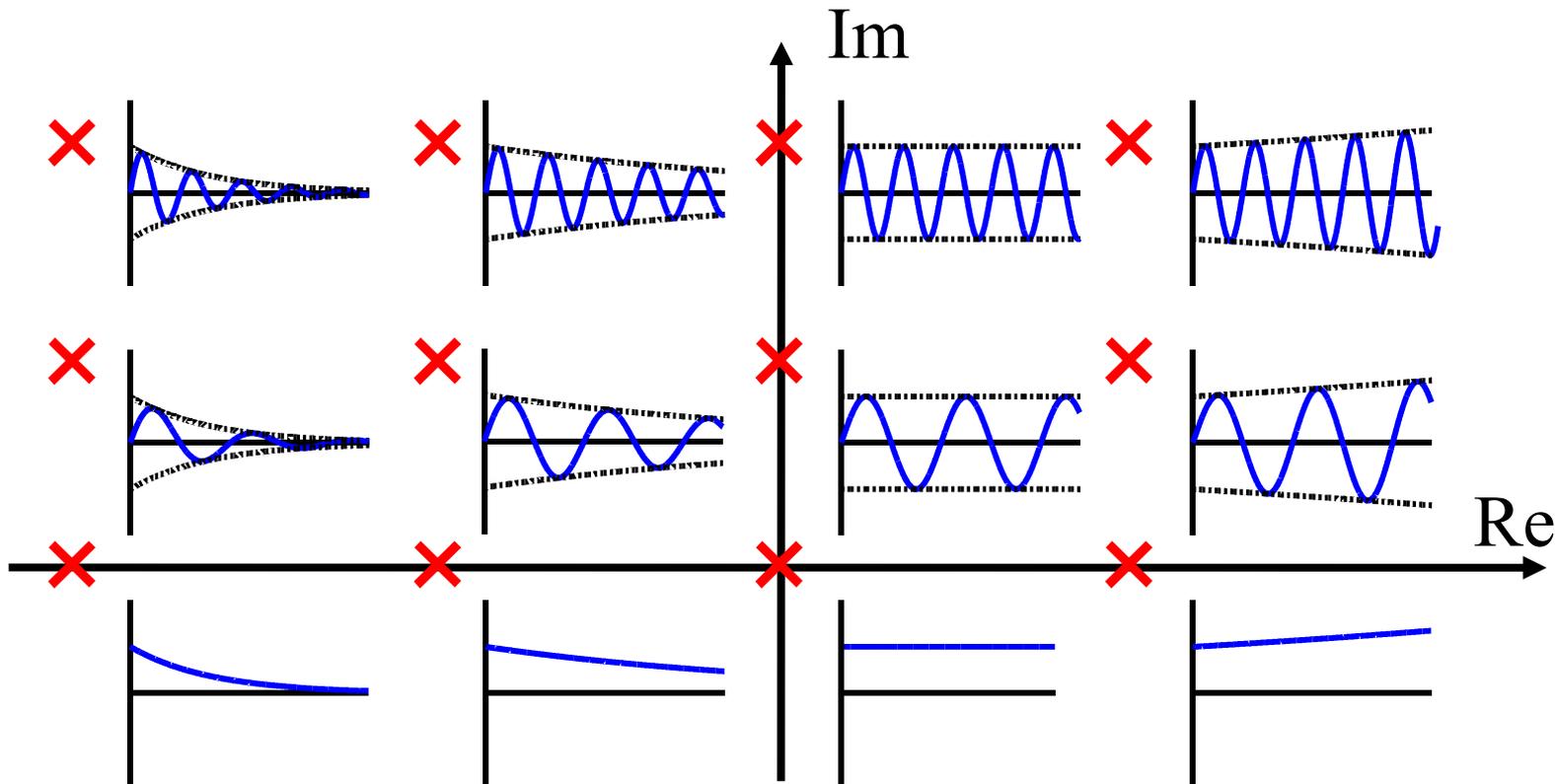
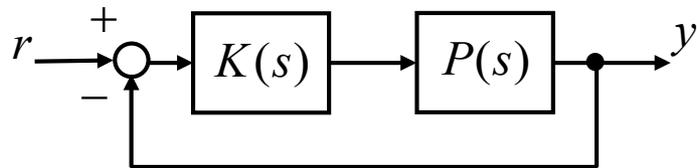


図3.9 極の位置とインパルス応答

制御系の性能評価



閉ループ伝達関数に基づく性能評価



バンド幅
 $\omega_{bw} : -3\text{dB} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \text{倍} \right]$ 速応性

ピークゲイン
 $M_r : M_r = 1.1 \sim 1.5 (M_r = 1.3)$ 減衰特性

共振周波数 ω_r

$|T(0)| = 0$ の場合

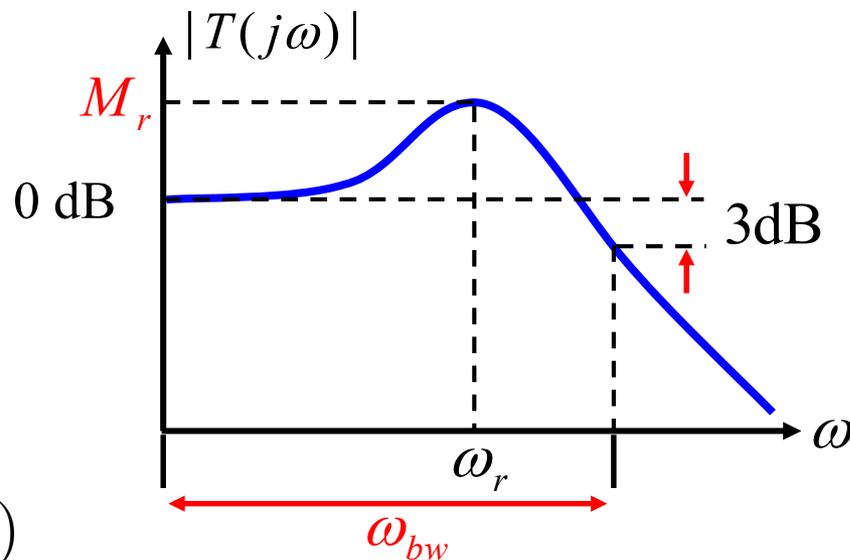
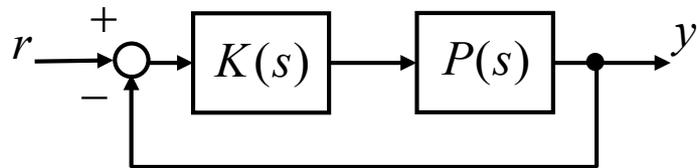


図8.1 閉ループゲイン特性
 (相補感度関数ゲイン特性)

制御系の性能評価



閉ループ伝達関数に基づく性能評価



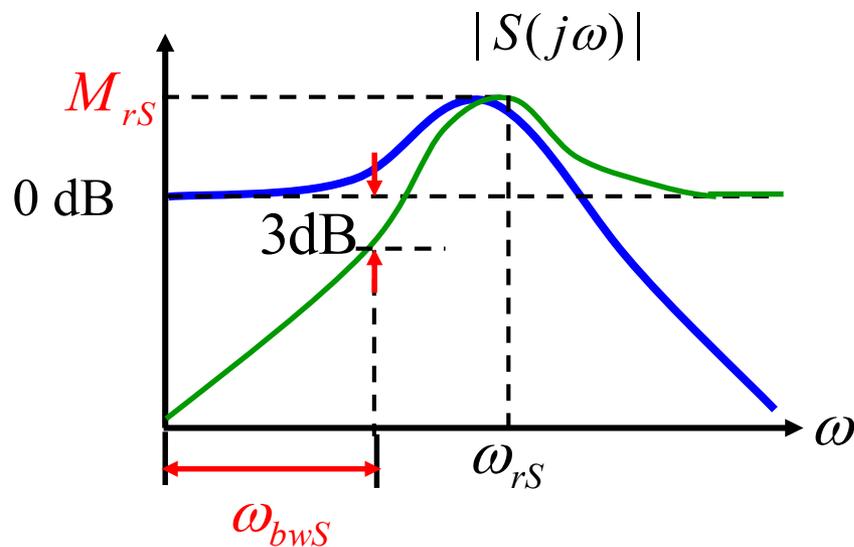
バンド幅

$$\omega_{bwS} : -3\text{dB} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \text{倍} \right]$$

ピークゲイン

$$M_{rS} : M_{rS} < 2$$

共振周波数 ω_{rS}



感度関数ゲイン特性

制御系の性能評価

定常特性
過渡特性

時間応答
周波数応答

閉ループ
開ループ

伝達関数に基づく性能評価

開ループ伝達関数に基づく性能評価

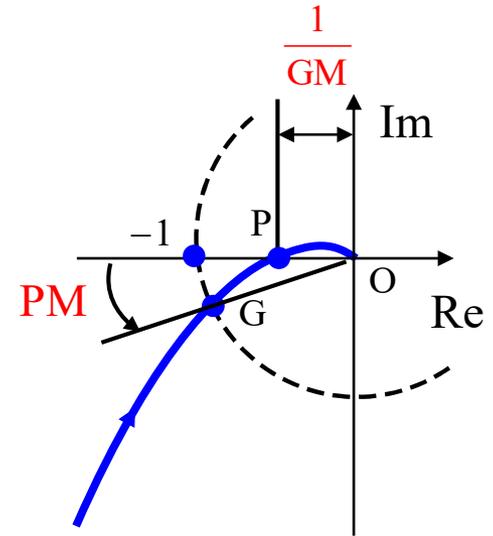
安定余裕 [ゲイン余裕 / 位相余裕]

[ゲイン/位相]交差周波数

(速応性): ゲイン交差周波数 ω_{gc} $\omega_{gc} \leq \omega_{bw}$ (PM $\leq 90^\circ$)

(減衰特性): 位相余裕 PM

$$PM \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2M_r} \right)$$



経験的指針

追従制御: PM = 40 ~ 60°, GM = 10dB ~ 20dB

定値制御: PM $\geq 20^\circ$, GM = 3dB ~ 10dB

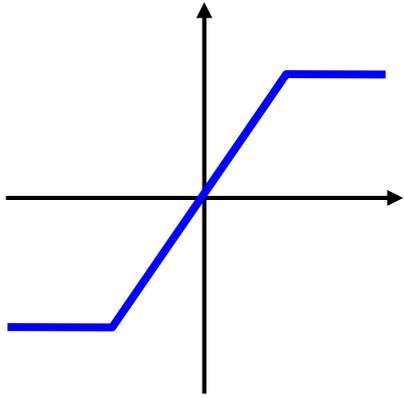
2次系の場合: PM $\approx 100 \times \zeta$

感度・相補感度関数

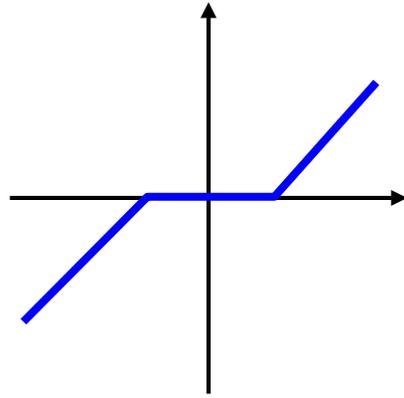
開ループ伝達関数

ステップ応答

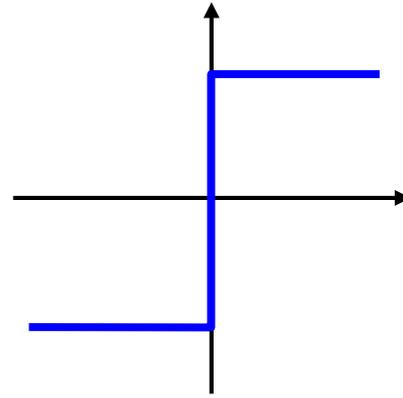
代表的な非線形要素



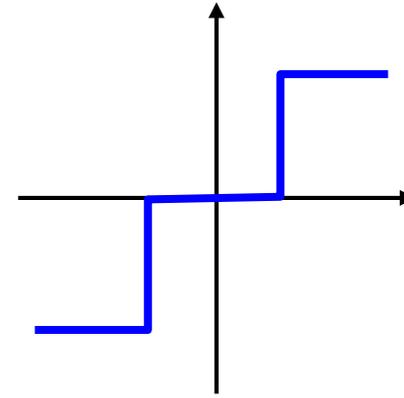
(a) 飽和



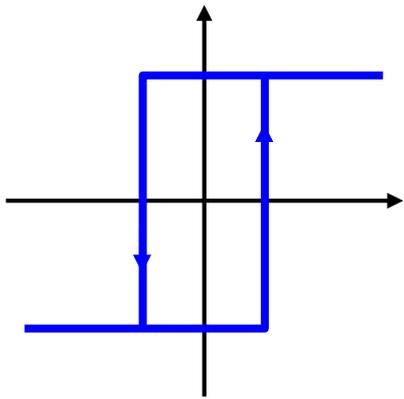
(b) 不感帯



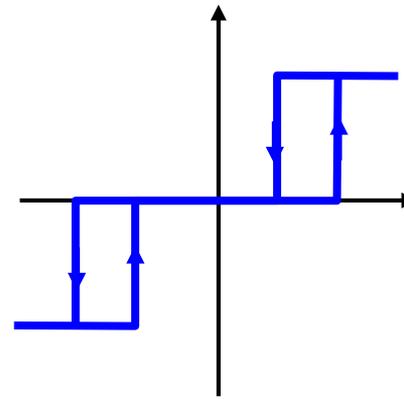
(c) 二位置リレー



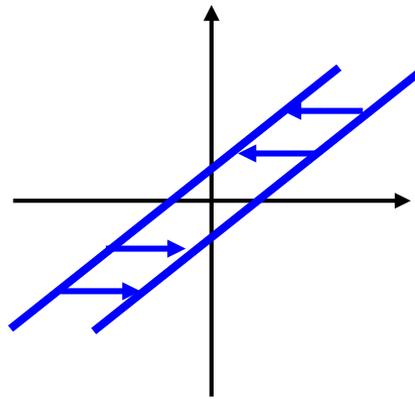
(d) 三位置リレー



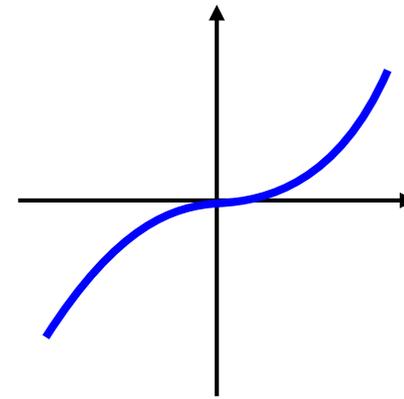
(e) 二位置リレー
(ヒステリシスあり)



(f) 三位置リレー
(ヒステリシスあり)



(g) バックラッシュ



(h) わん曲

Norbert Wiener (1894～1964)

Cybernetics (サイバネティックス)

control and communication in the animal and the machine

サイバネティックスの語源はギリシア語で「舵をとる人」という意味である。船頭が波と風の影響を受けながらも、灯台を頼りに舵をとって港に行く様子がサイバネティックスの基本概念であると考えることができる。灯台から光を受け取るように「通信」を行い、船の舵をとるように「フィードバック」(修正動作)を行うものは、すべてサイバネティックスの研究対象であるとウィナーは提唱した。

Cyber Physical Systems

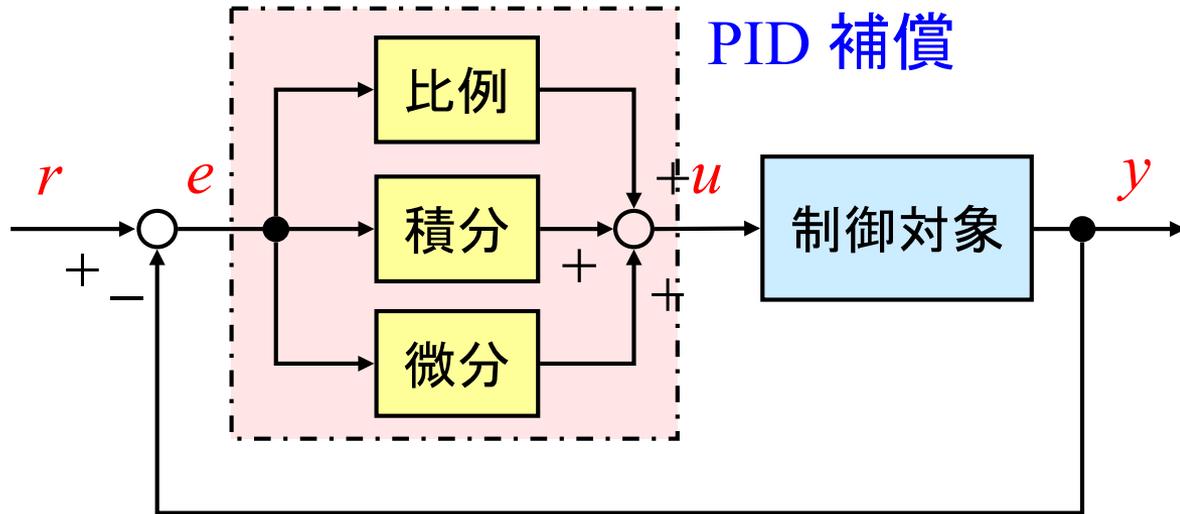
8.2 PID補償による制御系設計

(偏差の)

比例 (Proportional)

積分 (Integral)

微分 (Derivative)



➡ PID制御

図8.2 PID 補償

P 補償

コントローラ $K_P(s) = K_P$ 比例ゲイン (定数)

・定常位置偏差を(必ずしも) 0 にできない (積分器が必要 : 型)

・ゲインの増大 ➡ 不安定になり得る

PI 補償

コントローラ

$$K_{PI}(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$$

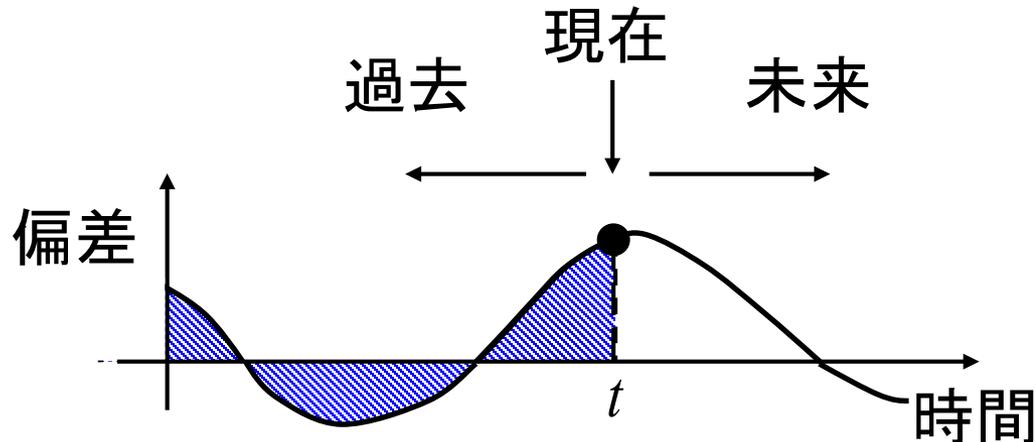
$$= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

$$T_I = \frac{K_P}{K_I} \quad (\text{積分時間})$$

“偏差が残っている限り,これが積分されて操作量に反映される”

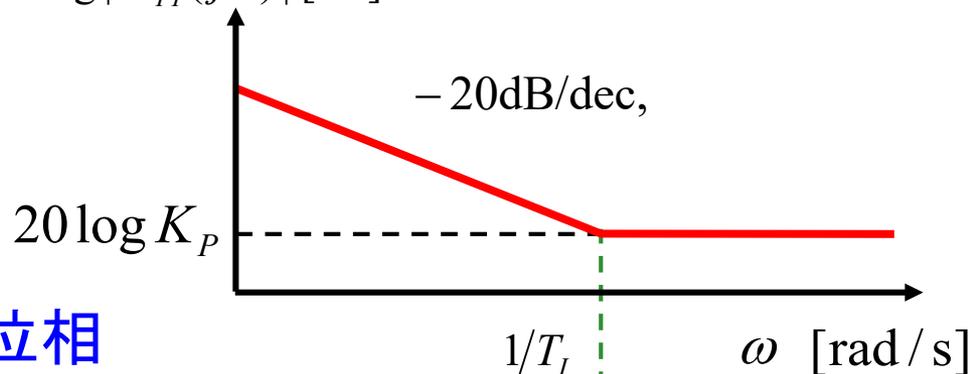
定常特性の改善

低周波: -20dB/dec , ゲイン大,
 $\omega \rightarrow 0$ で ∞



ゲイン

$20 \log |K_{PI}(j\omega)|$ [dB]



位相

$\angle K_{PI}(j\omega)$

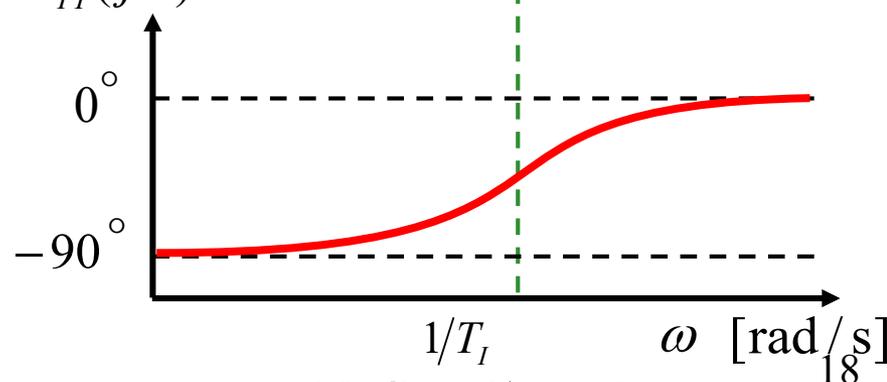


図8.3 PI 補償のボード線図

[例 8.1]

制御対象 $P(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}$

P 補償

$$K_P = 10,$$

$$L_P = PK_P = \frac{100}{(s+1)(s+10)}$$

PI 補償

$$K_{PI} = \frac{s+1}{s} = 1 + \frac{1}{s} \quad \begin{pmatrix} K_P = 1 \\ K_I = 1 \end{pmatrix}$$

$$L_{PI} = PK_{PI} = \frac{10}{s(s+10)}$$



定常偏差 = 0

低周波ゲインが大きい

(しかし応答は遅い)

ゲイン交差周波数が低い

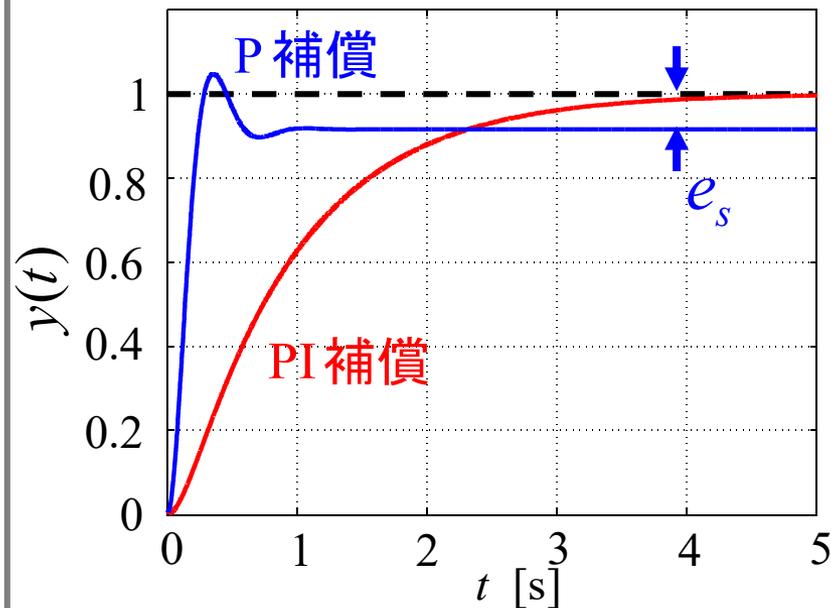
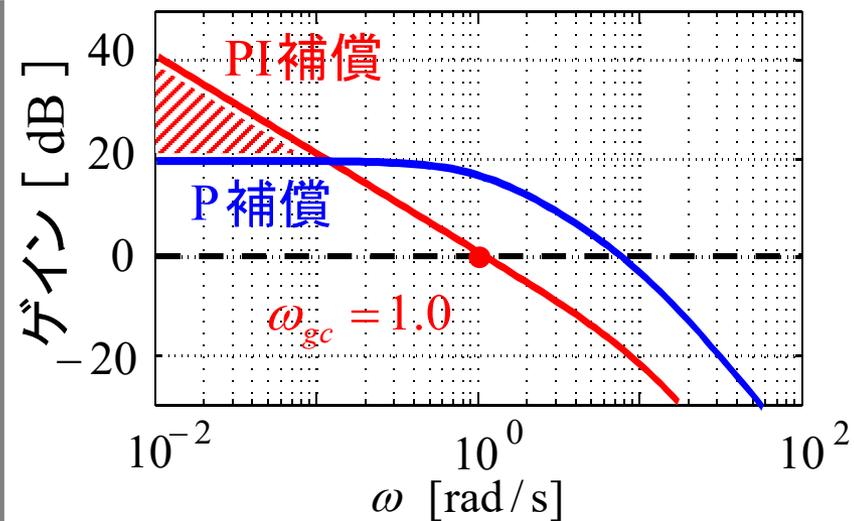


図8.4 開ループゲインとステップ応答

PD 補償

コントローラ

$$K_{PD}(s) = K_P + K_D s$$
$$= K_P (1 + T_D s)$$

$$T_D = \frac{K_D}{K_P} \quad (\text{微分時間})$$

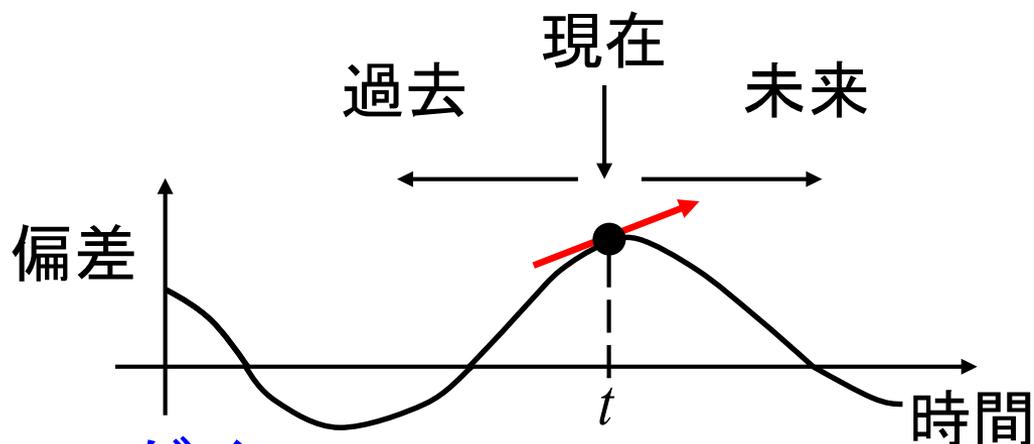
過渡特性の改善

“ 偏差が増加(減少)しつつあるとき, その先を見越して操作量を大きく(小さく)する ”

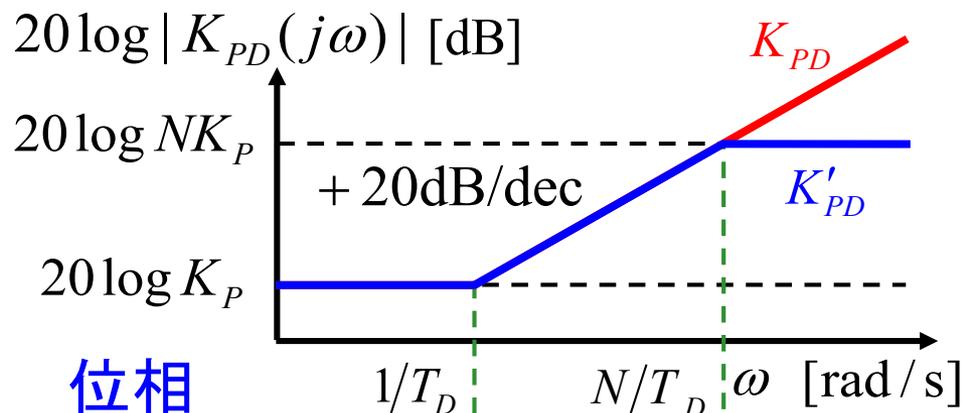
[注] 理想的な微分器は実現困難

$$K'_{PD} = \frac{K_P (1 + T_D s)}{1 + (T_D / N) s}$$

$(3 \leq N \leq 20)$



ゲイン



位相

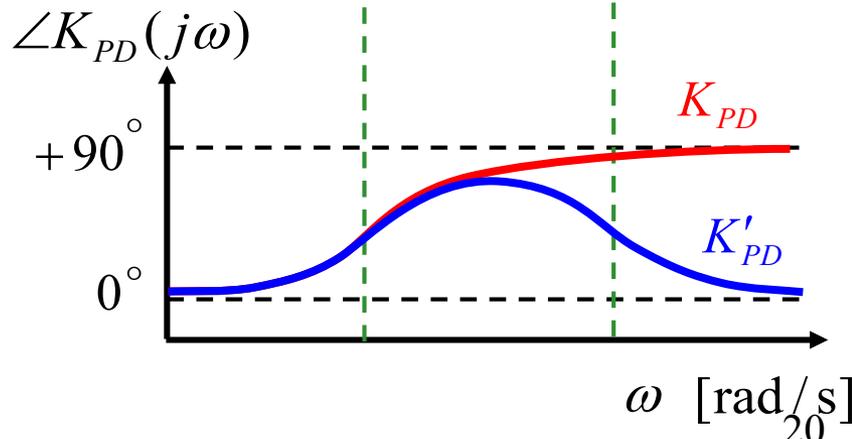


図8.5 PD 補償のボード線図

PID 補償

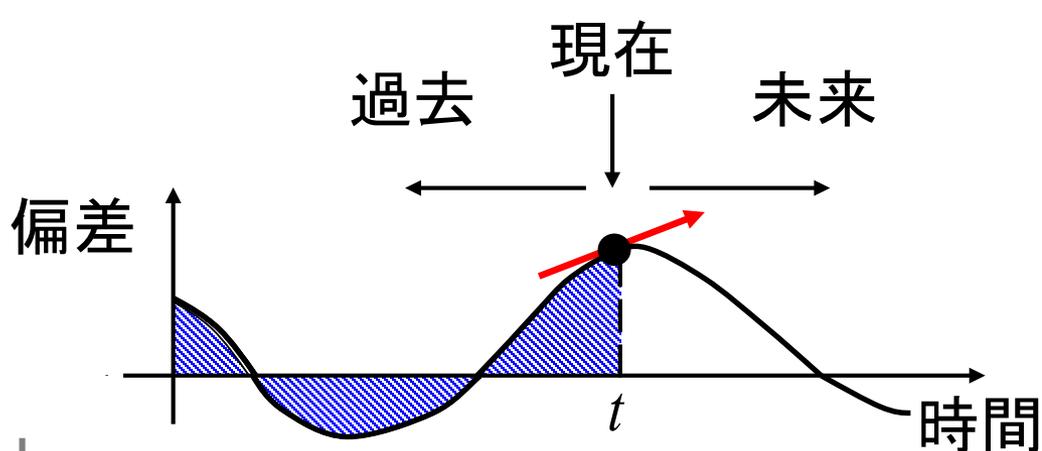
コントローラ

$$K_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$
$$= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

$$T_I = \frac{K_P}{K_I} \quad (\text{積分時間})$$

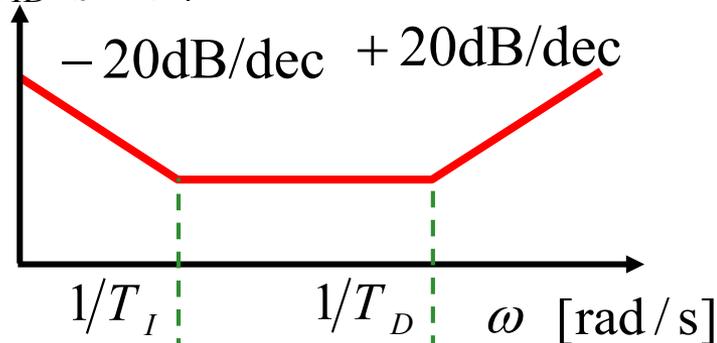
$$T_D = \frac{K_D}{K_P} \quad (\text{微分時間})$$

定常特性と過渡特性を改善



ゲイン

$$20 \log |K_{PID}(j\omega)| \text{ [dB]}$$



位相

$$\angle K_{PID}(j\omega)$$

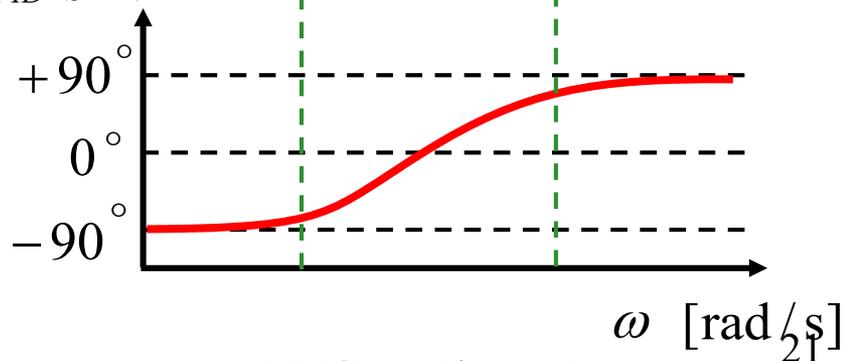


図8.6 PID 補償のボード線図

[例 8.2]

制御対象

$$P(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}$$

コントローラ

$$K_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

$$= \frac{1}{4} \frac{(s+1)(s+10)}{s}$$

$$\left[K_P = 2.75, K_I = 2.5, K_D = 0.25 \right]$$

$$L_{PID} = PK_{PID} = \frac{2.5}{s}$$

定常特性: $L(0) = \infty$

低周波ゲインが大きい

過渡特性(速応性):

ゲイン交差周波数 ω_{gc}

PI 補償と比べて高い

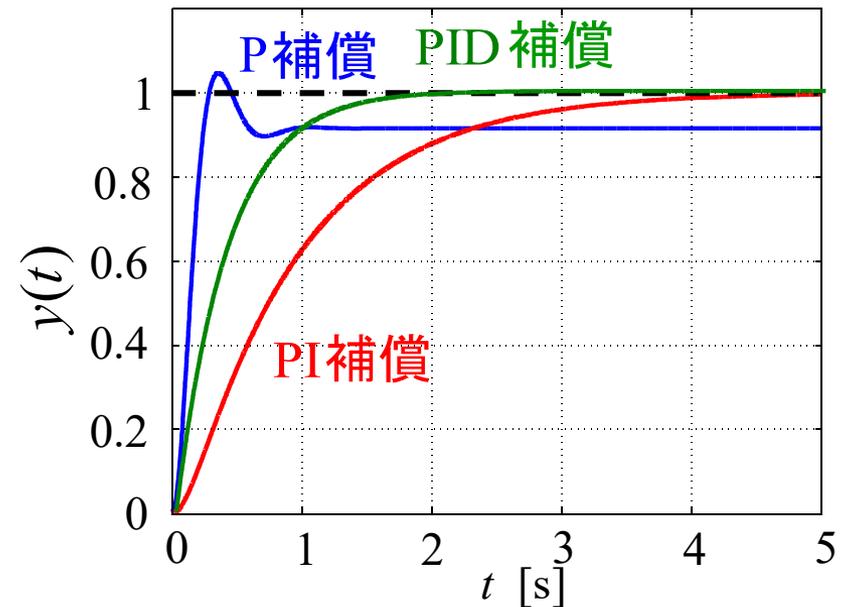
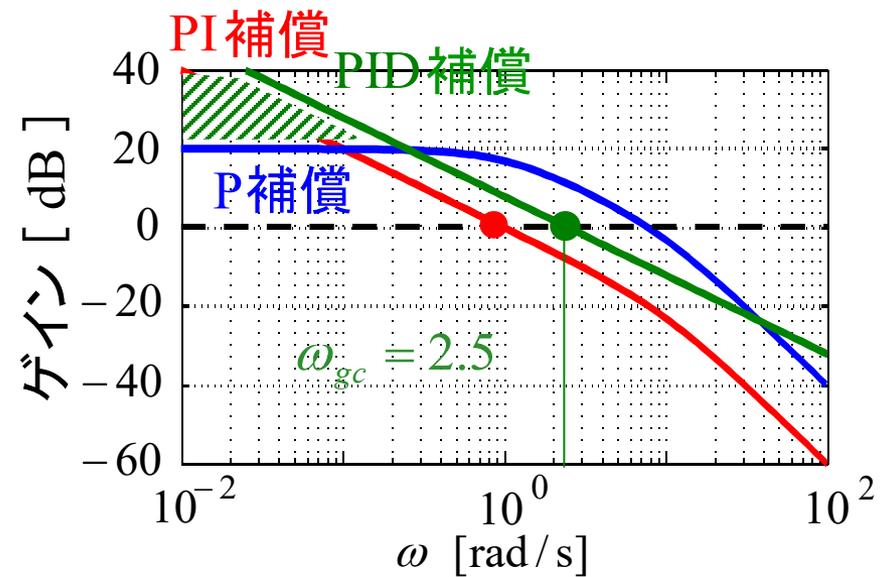


図8.7 開ループゲインとステップ応答

[例 8.2] (続き)

定常特性:

$$L(0) = \infty$$

低周波ゲインが大きい

過渡特性(速応性):

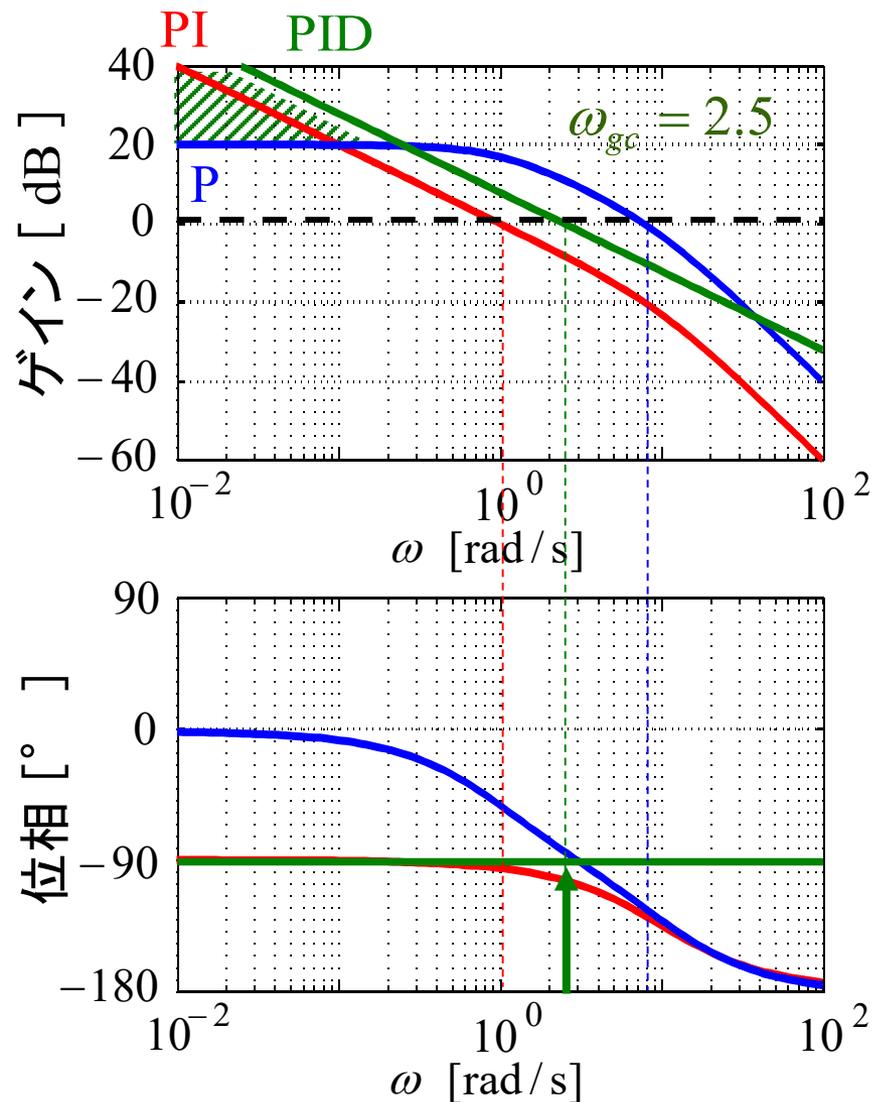
ゲイン交差周波数 ω_{gc}

ω_{gc} を大きくする

減衰特性:

位相余裕 PM

PM を十分に確保する



第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

✓ 8.1 設計手順と性能評価 (pp. 146~149)

キーワード : 設計手順, 性能評価

✓ 8.2 PID 補償による制御系設計 (pp. 149~154)

キーワード : P(比例), I(積分), D(微分)

学習目標 : 一般的な制御系設計における手順と制御系の性能評価について説明できる. さらにPID補償の有効性について説明できる.

Reading Assignment #12

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.2 PID 補償による制御系設計 (pp. 149~155)

キーワード : PIDチューニング

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計 (pp. 156~166)

キーワード : ループ整形, 位相遅れ補償,
位相進み補償, 位相進み-遅れ補償

学習目標 : PID チューニングについて説明できる. また, ループ整形の考え方を理解し, ループ整形に基づいて設計する際の指針について説明できる.