

フィードバック制御

2019年度 3Q

担当教員: 藤田政之 教授 (S5-303B)

第12回講義

11月11日(月) 13:20～15:50, S224講義室

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.2 PID 補償による制御系設計 (pp. 149~155)

キーワード : PIDチューニング

8.3 位相進み一遅れ補償による制御系設計 (pp. 156~158)

キーワード : ループ整形, 経験的指針

学習目標 : PID チューニングについて説明できる. また, ループ整形の考え方を理解し, ループ整形に基づいて設計する際の指針について説明できる.

復習

(偏差の)

比例 (Proportional)

積分 (Integral)

微分 (Derivative)

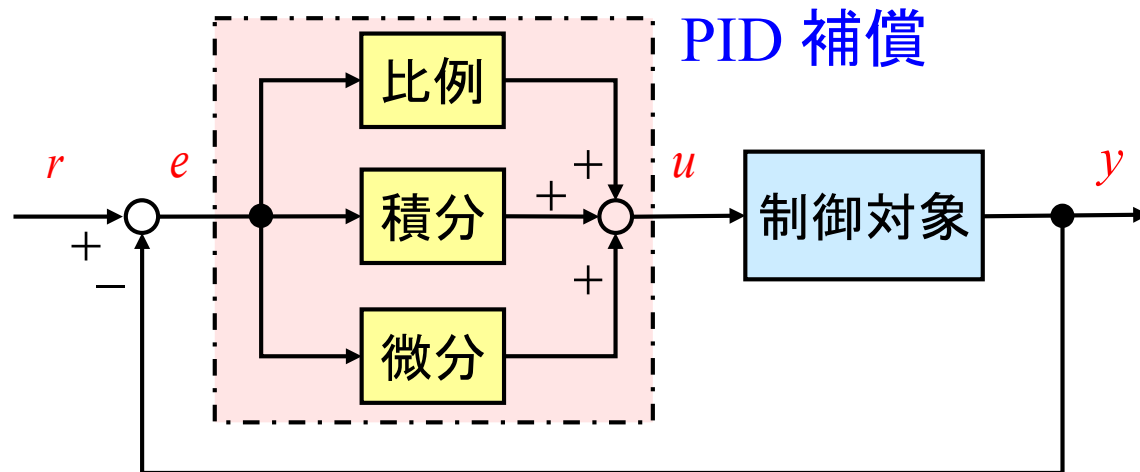
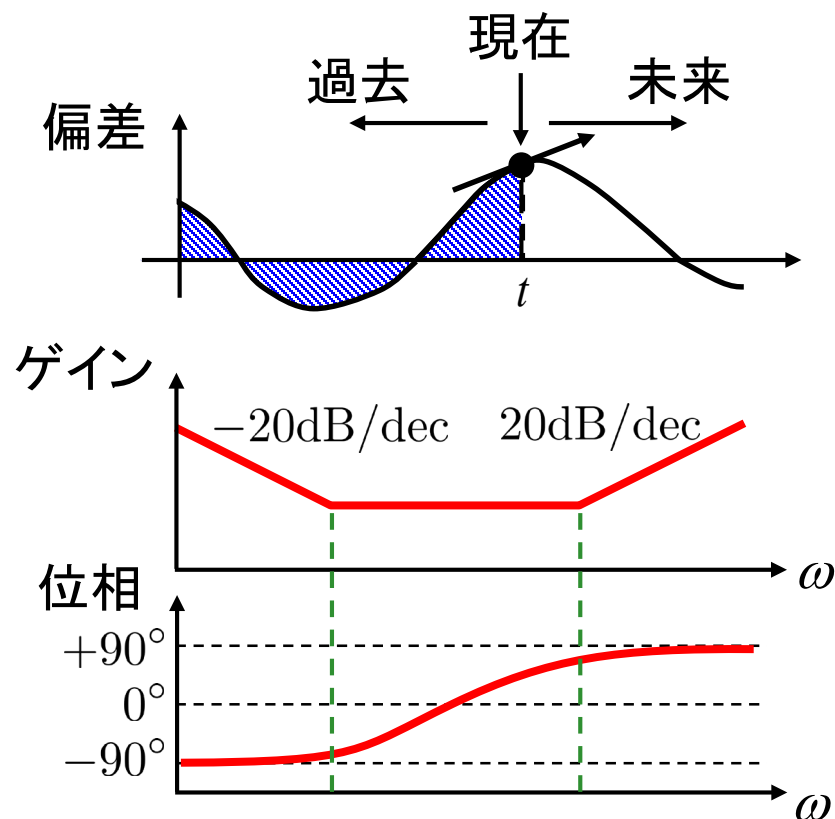


図8.2 PID 補償

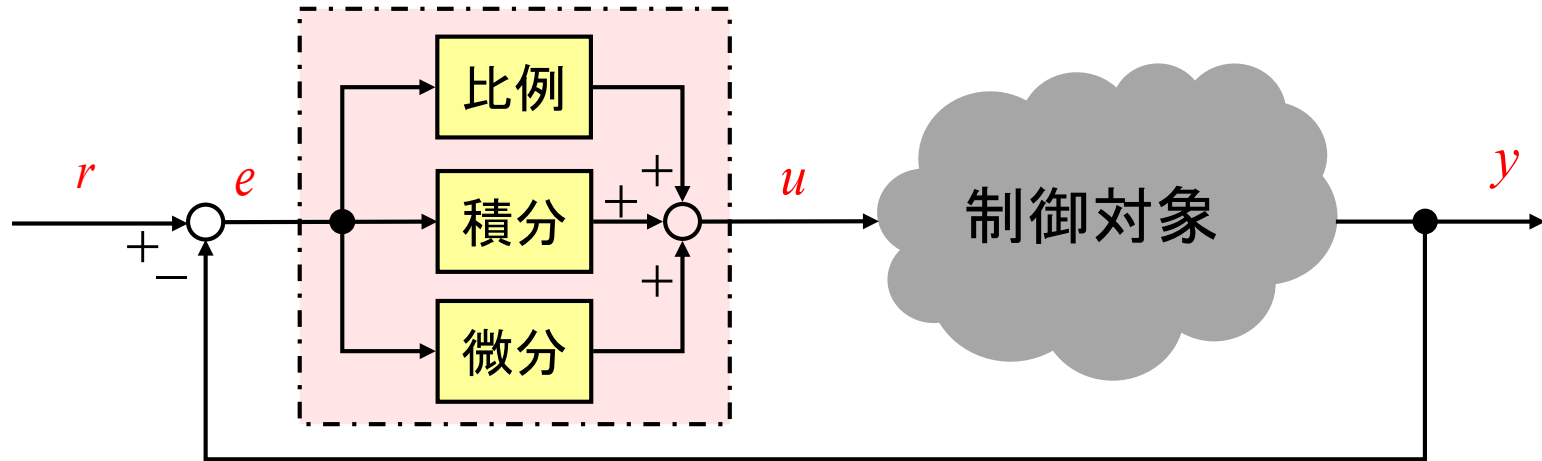


PID制御

$$K_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$
$$= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$



PIDチューニングと応答(モデルレス)



[L. Desborough and R. Miller, AIChE Symposium Series, 2002]

Based on a survey of over eleven thousand controllers in the refining, chemicals and pulp and paper industries, 97% of regulatory controllers utilize PID feedback.

PID チューニング（調整）

Ziegler and Nichols (1942)

（1）限界感度法

限界ゲイン K_u ， 限界周期 P_u



表 8.1 限界感度法

コントローラ	K_P	T_I	T_D
P	$0.5K_u$	—	—
PI	$0.45K_u$	$P_u/1.2$	—
PID	$0.6K_u$	$0.5P_u$	$P_u/8$

(2) ステップ応答法

プロセス応答曲線

“1次遅れ+むだ時間”で近似

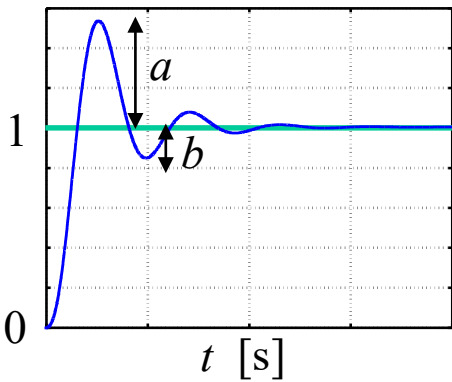
$$P(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls}$$

(定位プロセス)

$$cf : P(s) = \frac{R}{s} e^{-Ls}$$

(無定位プロセス)

減衰比:
$$\frac{b}{a} = \frac{1}{4}$$



(ひとつの性能仕様)

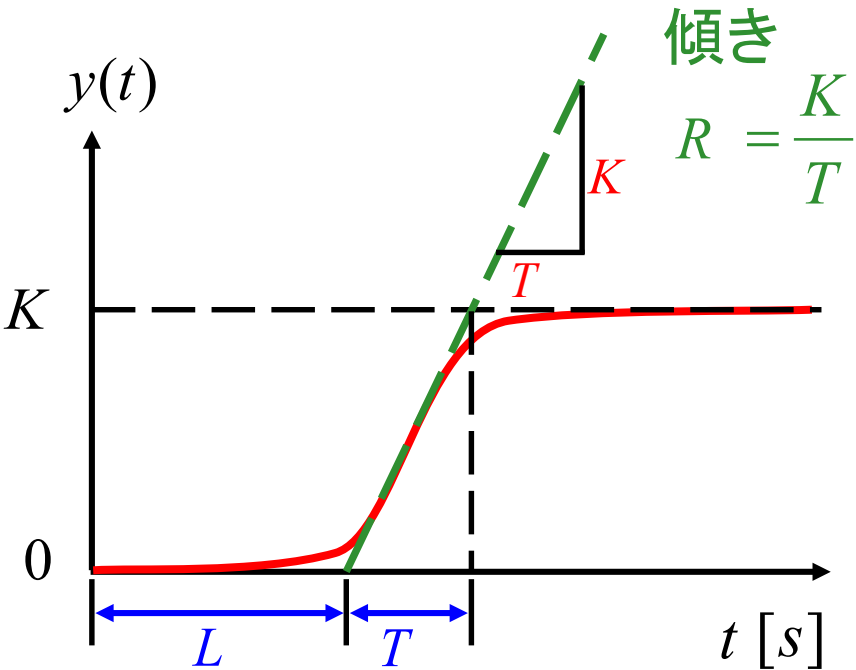


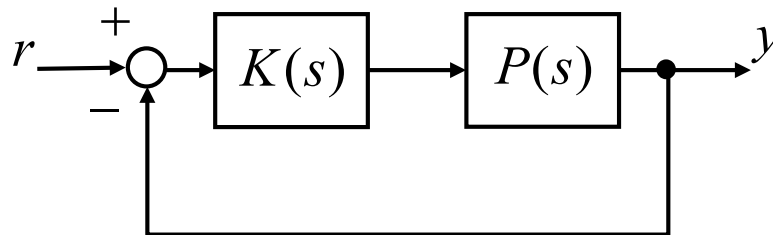
図 8.8 プロセス反応曲線

表 8.2 ステップ応答法

コントローラ	K_P	T_I	T_D
P	$1/RL$	—	—
PI	$0.9/RL$	$L/0.3$	—
PID	$1.2/RL$	$2L$	$0.5L$

[例] 限界感度法

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

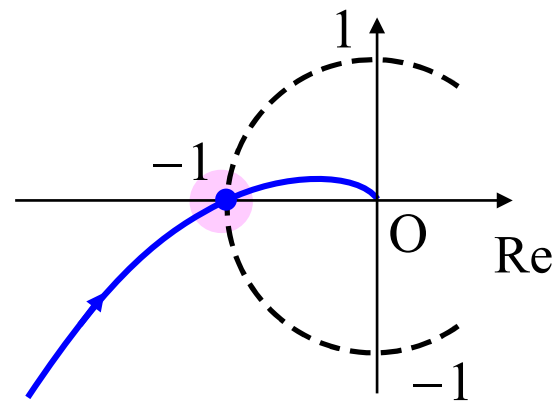


[step1] 限界ゲイン K_u の設定

安定限界のとき, $(-1,0)$ を通過

$$P(j\omega_u)K_u = -1 \Leftrightarrow K_u = -(j\omega_u + 1)^3$$

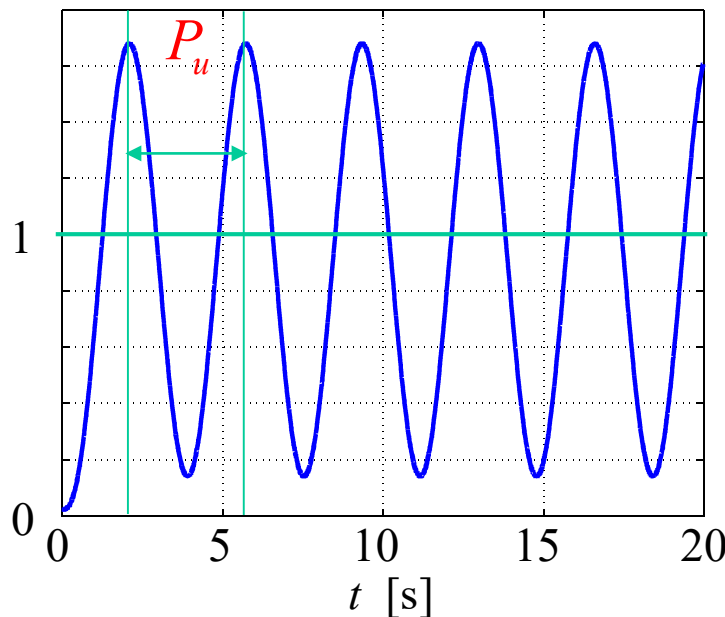
$$K_u = (3\omega_u^2 - 1) - j\omega_u(3 - \omega_u^2)$$



限界ゲイン $K_u = 8,$

$$\omega_u = \sqrt{3} \text{ rad/s}$$

限界周期 $P_u = \frac{2\pi}{\omega_u} \approx 3.63 \text{ s}$



[step2] PIDゲインの設定

限界ゲイン $K_u = 8$

限界周期 $P_u \approx 3.63$

$$\begin{aligned} K_{PID}(s) &= K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \\ &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \end{aligned}$$

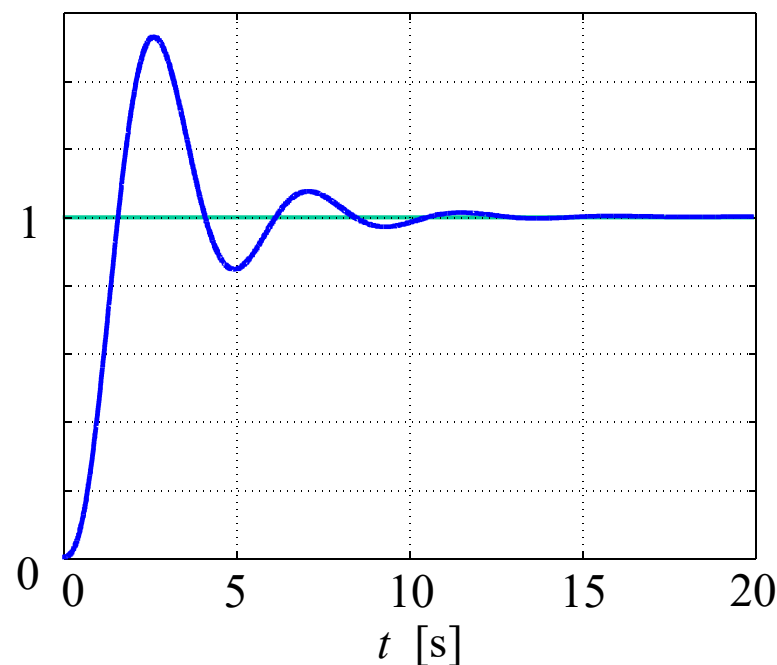
$$K_P = 0.6 \times K_u = 4.8$$

$$T_I = 0.5 \times P_u \approx 1.81$$

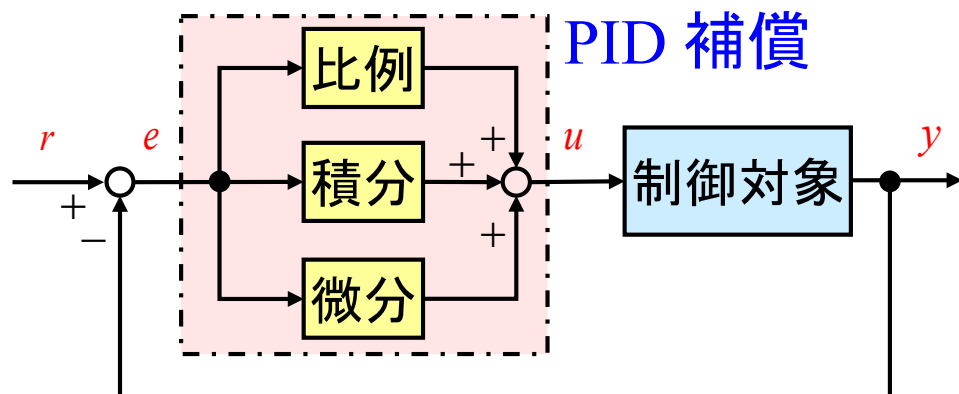
$$T_D = P_u / 8 \approx 0.45$$

表 8.1 限界感度法

コントローラ	K_P	T_I	T_D
P	$0.5K_u$	—	—
PI	$0.45K_u$	$P_u/1.2$	—
PID	$0.6K_u$	$0.5P_u$	$P_u/8$



windup (saturation phenomenon) [AM09]



PID 補償

制御入力がアクチュエータ
の限界に到達

→ 出力が飽和

→ 積分値が大きくなり、
制御入力も大きくなる
(windup)

Anti-windup

フィードバックの追加

$$e_s = u - v : \text{偏差}$$

$$e_s = 0 \rightarrow \text{飽和なし}$$

出力が飽和したとき、 e_s がゼロになる
ように積分項に e_s をフィードバック

→ 制御入力 that アクチュエータの
限界付近に保たれる

制御器の実装 [AM09]

理想的な微分器

高周波信号に対する高ゲイン
高周波観測雑音は大きな変動を引き起こしかねない



理想的な制御器に極を付加

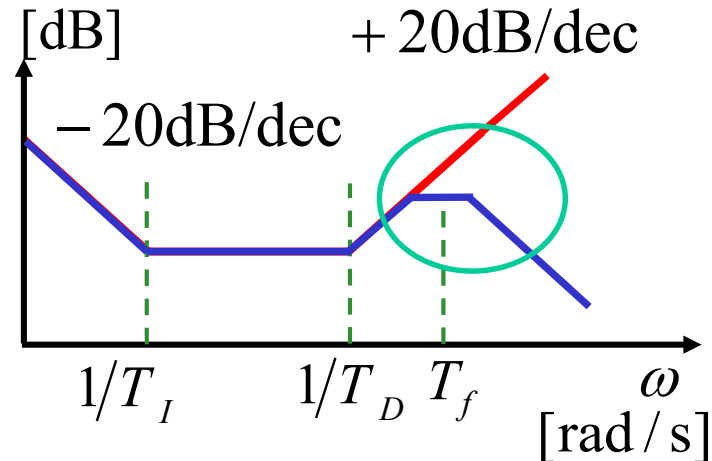
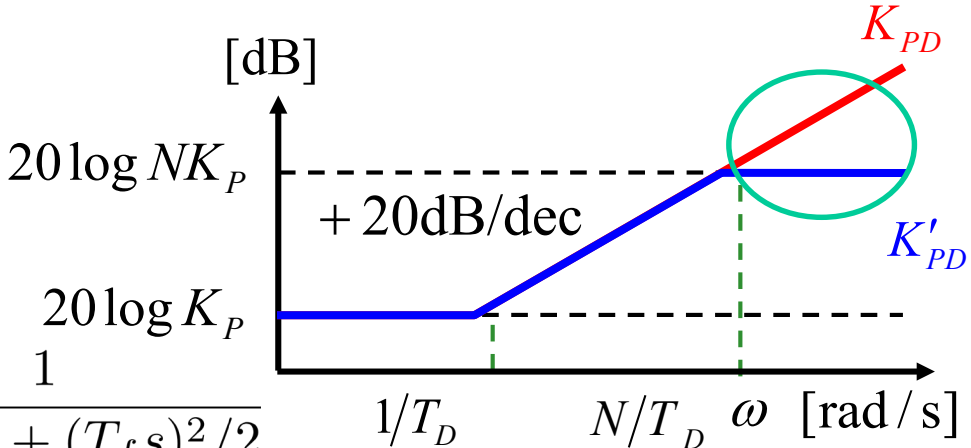
$$K(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \frac{1}{1 + T_f s + (T_f s)^2/2}$$

$T_f = T_D/N$ ローパスフィルター

重み ピークを避ける

$$u = K_P(\beta r - y) + K_I \int_0^t (r(\tau) - y(\tau)) d\tau + K_D \left(\gamma \frac{dr}{dt} - \frac{dy}{dt} \right)$$

β : 目標値重み
 γ : 定置重み



■ PID制御の歴史

1922年 Minorsky : P, I, D 3項動作の着想

1936年 Callender : PIDの原型

1942年 Ziegler and Nichols : PID制御の調整法の提案

John G. Ziegler

Taylor 社で36年間働く

「数学が大の苦手なで、正弦波は私の
数学能力をはるかに超えている」

解析はNathaniel V. Nichols が担当

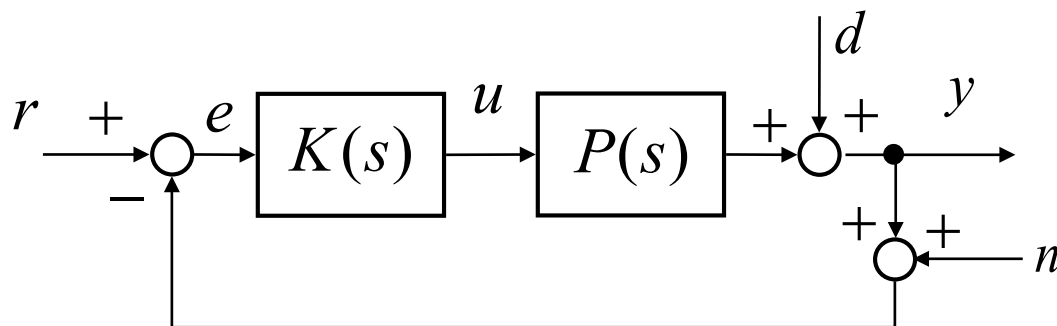
IEEE CSS Video Clip Contest 2015

2015
Finalist

Click

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

ループ整形



感度関数 $S(s)$ を小さくする : (ノミナル)性能

- 低感度特性 (パラメータ変動) : $\Delta_T = S\Delta_P$

$\Rightarrow$ • 外乱抑制 : $y = Sd$

$$S(s) = \frac{1}{1 + P(s)K(s)}$$

• 目標値追従 : $e = Sr$ $|W_1 S| < 1$

相補感度関数 $T(s)$ を小さくする : ロバスト安定性

$\Rightarrow$ • ロバスト安定性 : $|W_2 T| < 1$

$$T(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)}$$

• 雑音除去 : $y = -Tn$

拘束 $S(s) + T(s) = 1 \Rightarrow$ 同時に 0 に近づけることは出来ない

周波数帯を分ける

低周波数帯: S を小さくする $\omega \leq \omega_s$ でフィードバックの効果
 高周波数帯: T を小さくする $\omega \geq \frac{1}{\tau}$ で不確かさ100%以上

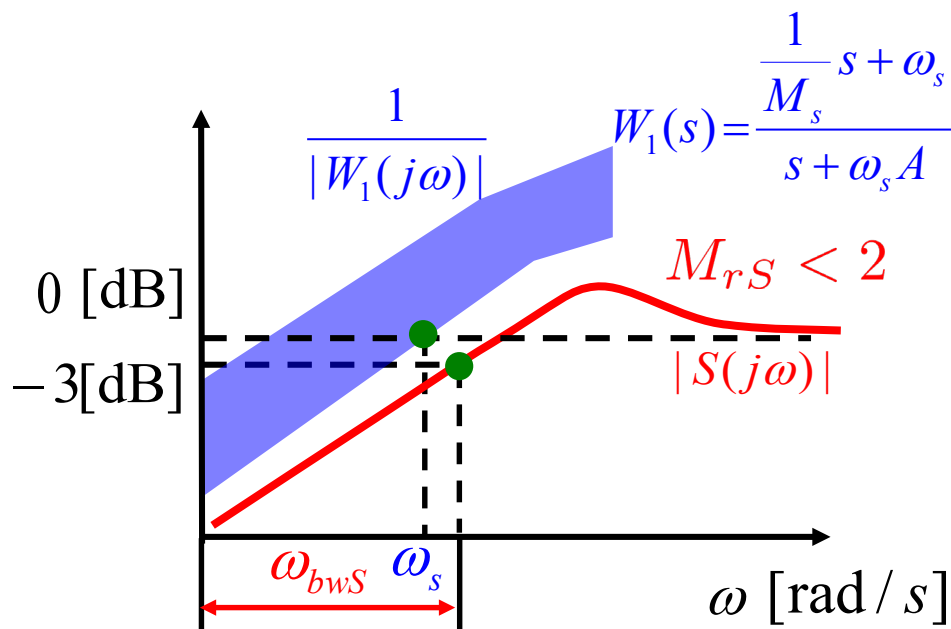


図7.14 感度関数とノミナル性能

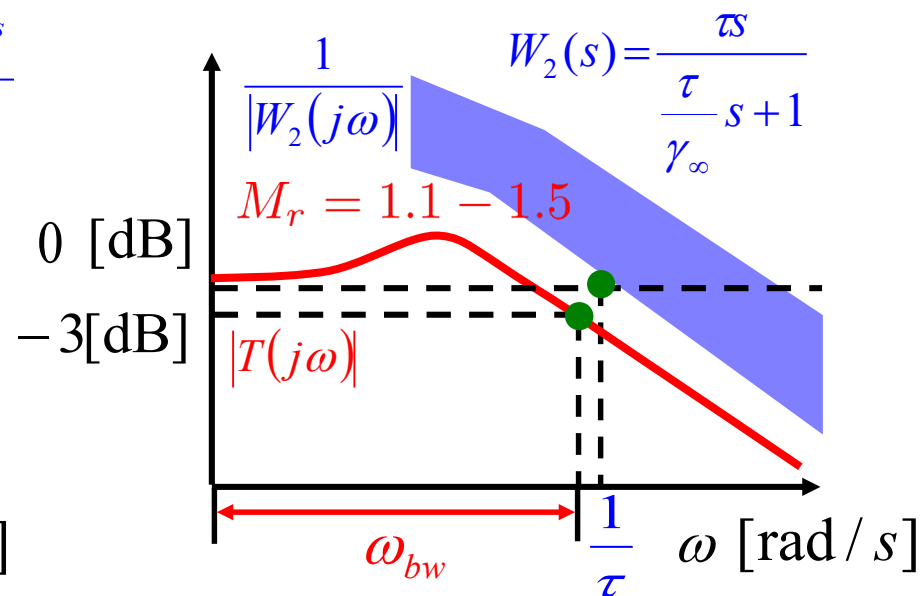


図7.11 相補感度関数と
ロバスト安定性

$S = \frac{1}{1+L}$ より, 低周波域で $|L|$ を大きく ($|L| \gg 1$) $\Rightarrow S$: 小

$T = \frac{L}{1+L}$ より, 高周波域で $|L|$ を小さく ($|L| \ll 1$) $\Rightarrow T$: 小

(閉ループ伝達関数から, 開ループ伝達関数へ)

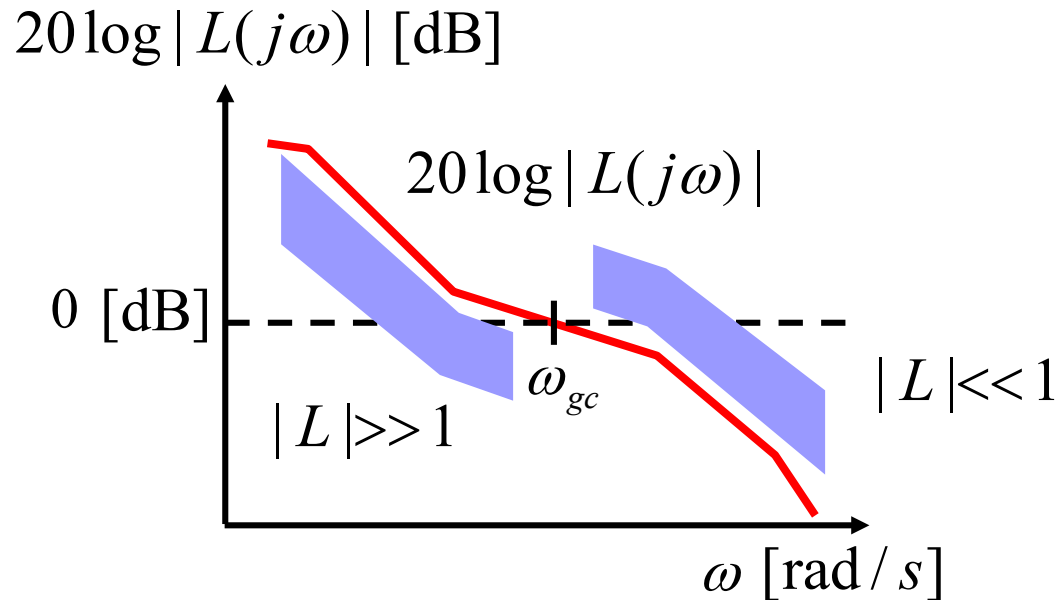


図8.9 ループ整形

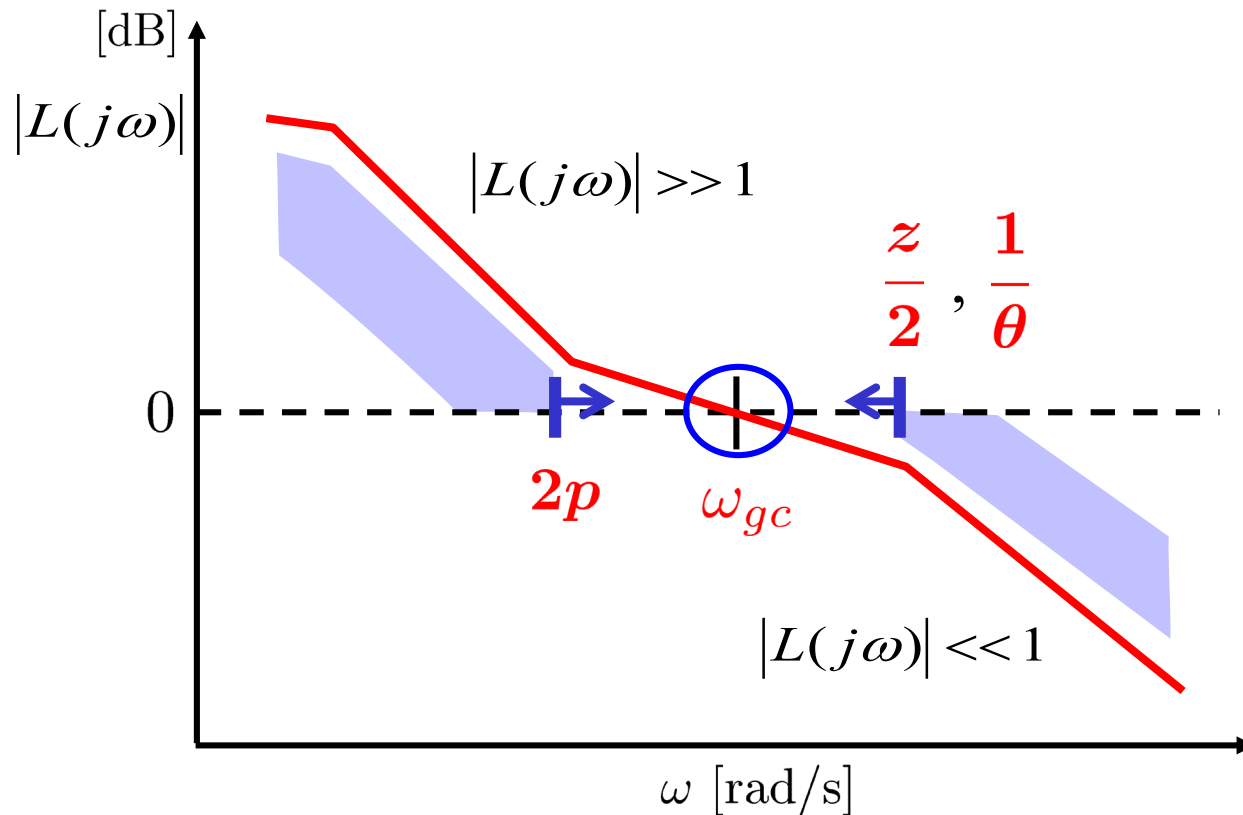
追従制御 : $PM = 40 \sim 60^\circ$, $GM = 10\text{dB} \sim 20\text{dB}$

定値制御 : $PM \geq 20^\circ$, $GM = 3\text{dB} \sim 10\text{dB}$

不安定極 p : $\omega_{gc} > 2p$

不安定零点 z : $\omega_{gc} < \frac{z}{2}$

むだ時間 θ : $\omega_{gc} < \frac{1}{\theta}$



不安定零点と不安定極は十分に遠く $z/p < 1/6$ or $6 < z/p$

不安定極とむだ時間の積は十分小さく $p\theta < 0.3$

$$\omega_{bwS} < \omega_{gc} < \omega_{bw} \quad (PM < 90^\circ)$$

ゲイン交差周波数

ω_{gc}

感度関数

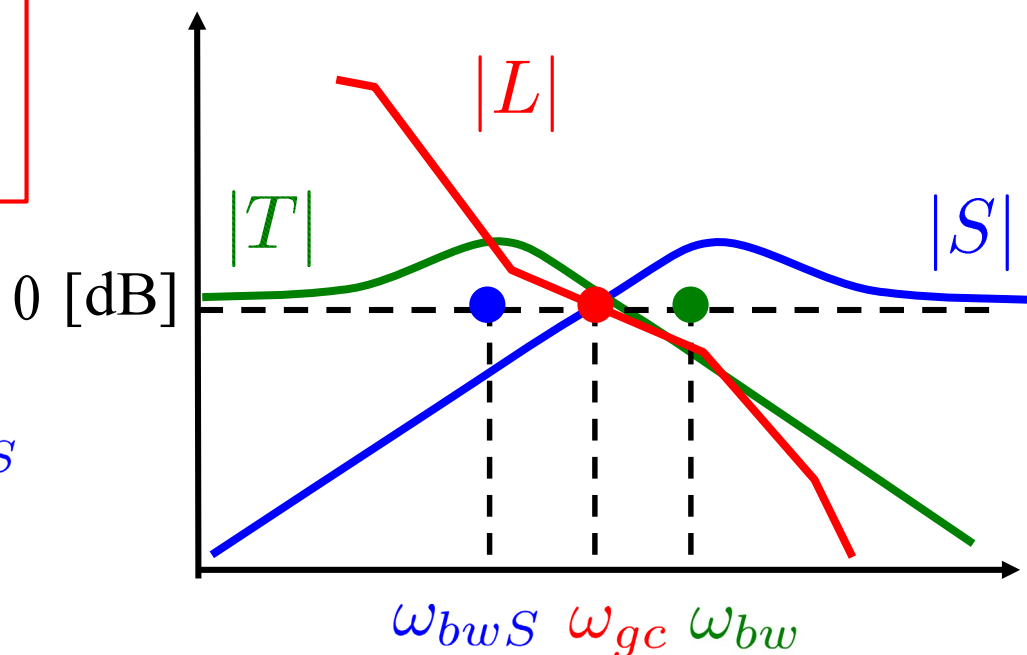
バンド幅

ω_{bwS}

相補感度関数

バンド幅

ω_{bw}



感度関数

ピークゲイン

$M_{rS} < 2$

相補感度関数

ピークゲイン

$M_r = 1.1 \sim 1.5$ ($M_r = 1.3$)

$$GM \geq \frac{M_{rS}}{M_{rS} - 1}, \quad PM_{[\text{rad}]} \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2M_{rS}} \right)$$

$$GM \geq 1 + \frac{1}{M_r}, \quad PM_{[\text{rad}]} \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2M_r} \right)$$

【Key Points】

- 定常特性:

低周波ゲイン $L(0)$ を大きくとる

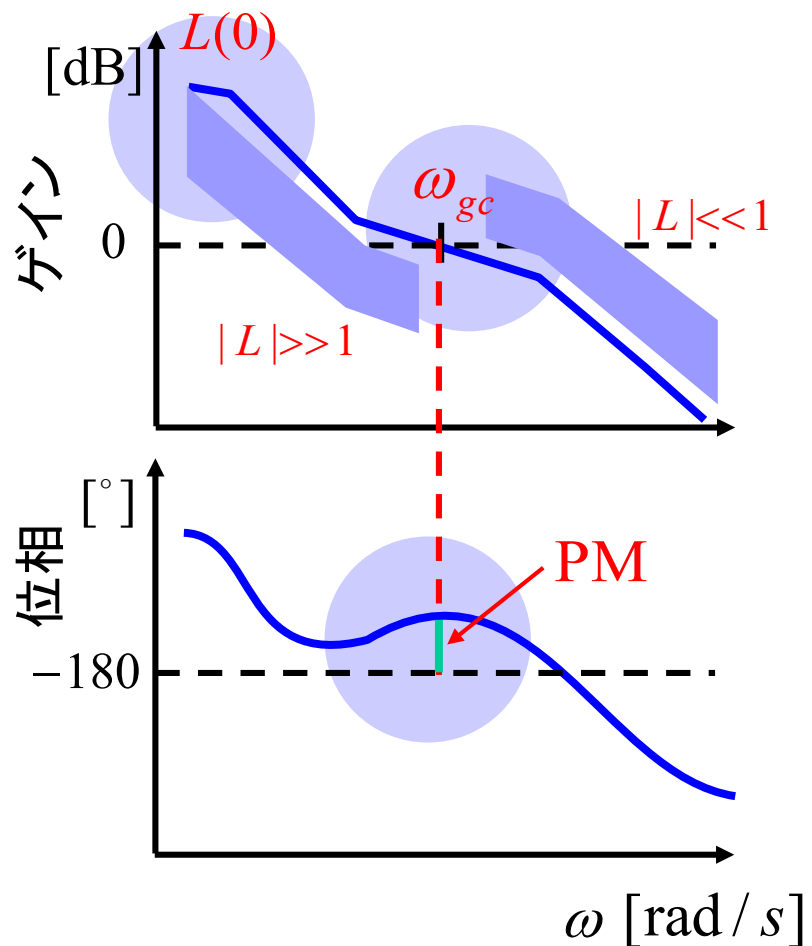
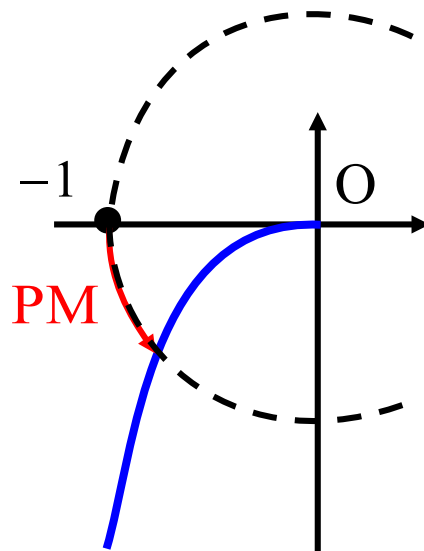
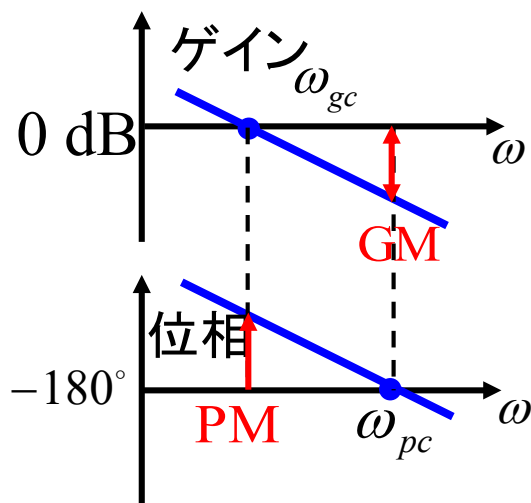
- 速応性:

ゲイン交差周波数 ω_{gc} を高くする

- 減衰特性:

位相余裕 PM を確保する

【復習】位相余裕



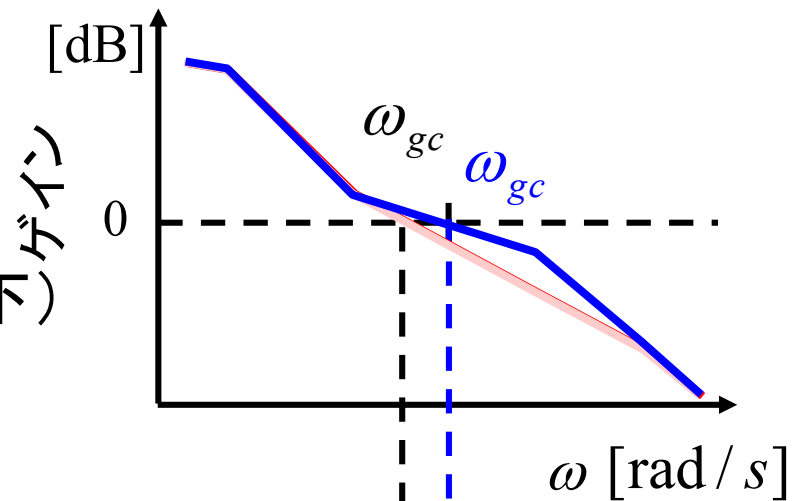
追従制御: $PM = 40^\circ \sim 60^\circ$

定値制御: $PM \geq 20^\circ$

【Key Points】

(交差周波数付近)

ゲインの傾きが急 (-40dB/dec 以下)

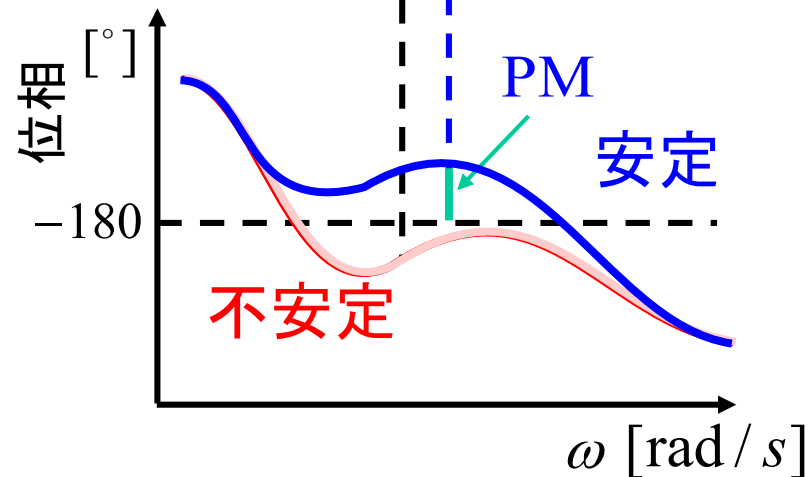


- ゲインと位相の関係
- 最小位相系

(5.4節)

好ましくない位相遅れ

$$\begin{pmatrix} -20\text{dB/dec} \rightarrow -90^\circ \\ -40\text{dB/dec} \rightarrow -180^\circ \end{pmatrix} \text{ 不安定}$$



緩やかなゲインの傾き (-20dB/dec)

【Key Points】

(低周波域)

開ループゲイン $|L|$ を大きく



偏差定数 K_p, K_v が大

定常偏差 $\frac{1}{1+K_p}, \frac{1}{K_v}$ が小

目標値

ステップ状 → 1型 ($1/s$ を含む)

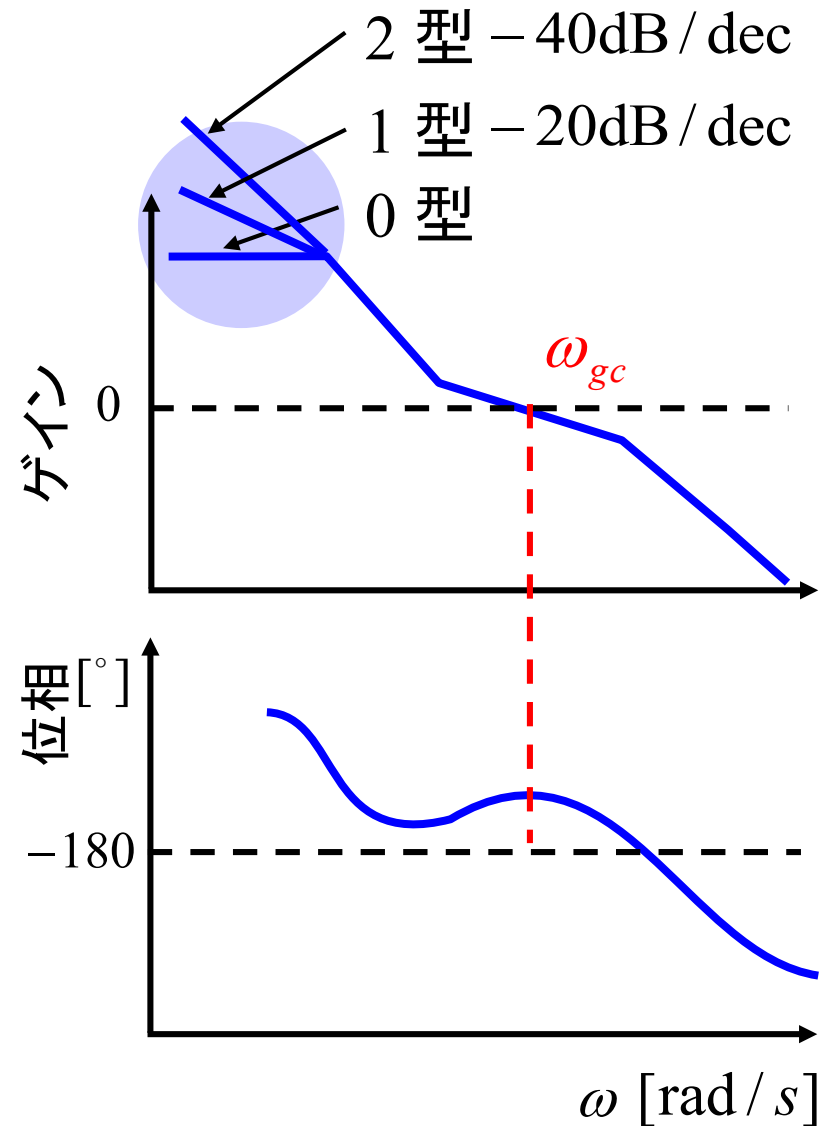


–20dB / dec

ランプ状 → 2型 ($1/s^2$ を含む)



–40dB / dec

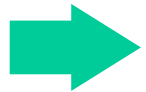


【Key Points】

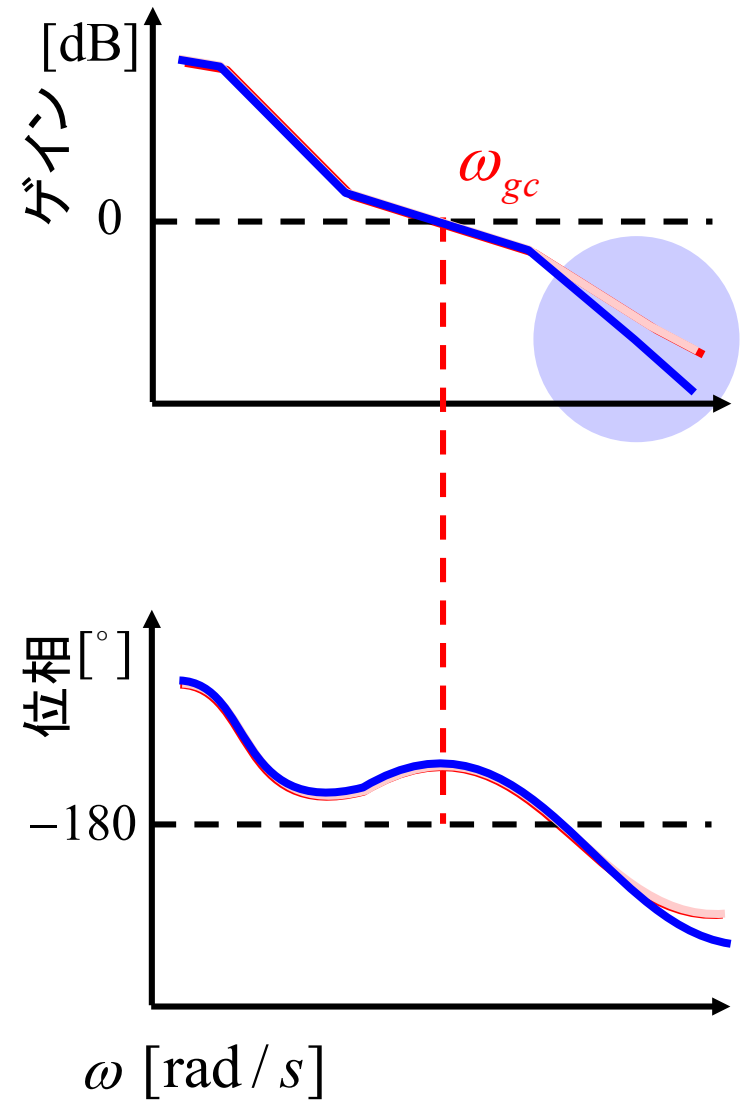
(高周波域)

ロール・オフ特性：

−40 ~ −60dB/dec 以下



ノイズ低減



第 8 章 : フィードバック制御系の設計法



8.2 PID 補償による制御系設計 (pp. 149～155)

キーワード : PIDチューニング



8.3 位相進み一遅れ補償による制御系設計
(pp. 156～158)

キーワード : ループ整形, 経験的指針

学習目標 : PID チューニングについて説明できる. また,
ループ整形の考え方を理解し, ループ整形に
基づいて設計する際の指針について説明できる.

Reading Assignment #13

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み一遅れ補償による制御系設計 (pp.156～166)

キーワード : 位相遅れ補償, 位相進み補償

学習目標 : ループ整形の考え方をを用いて, 位相遅れ補償, 位相進み補償による制御系設計ができる.