

フィードバック制御

2019年度 3Q

担当教員: 藤田政之 教授 (S5-303B)

第8回講義

10月28日(月) 13:20~15:50, S224講義室

第7章：フィードバック制御系のロバスト性解析

7.1 不確かさとロバスト性 (pp.127～135)

キーワード： ロバスト性, モデル, 不確かさ,
ノミナルモデル, モデル集合

学習目標：制御系のロバスト性解析として、モデルとそれに含まれる不確かさの概念を説明できる。
モデルの不確かさの記述法を説明できる。

7. フィードバック制御系のロバスト性解析

7.1 不確かさとロバスト性

ロバスト(robust): 強い, 頑健な, 丈夫な...

モデルの不確かさ

- パラメータ値の誤差
- モデル化されない動特性
- 考慮されない非線形性
- 外乱 / 雑音
- 動作範囲 / 環境の変化

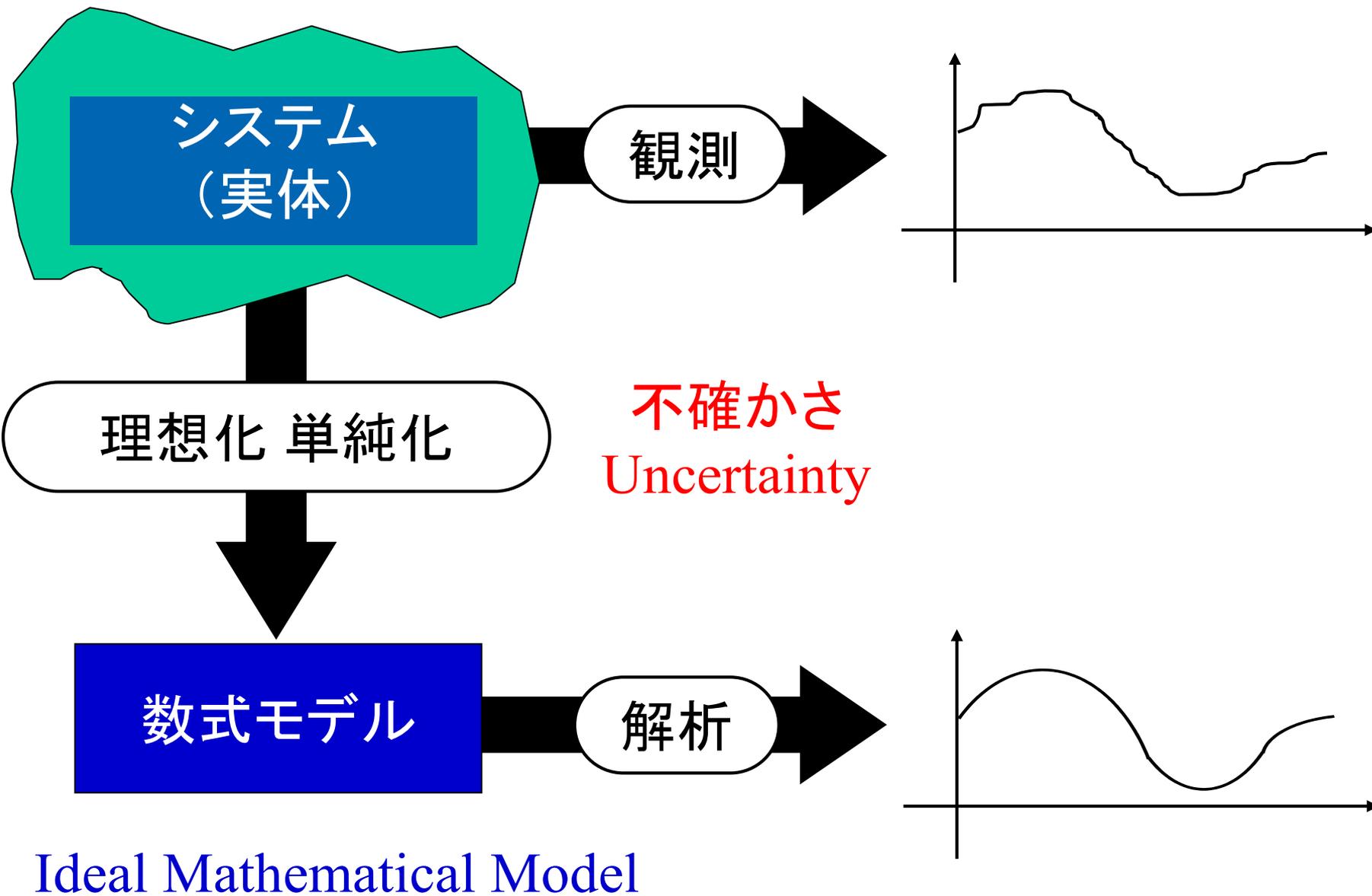
http://mobile.jaxa.jp/gallery_list/index.php?category=iss

現実のシステム



モデル: $P(s)$

Real Physical System



[例 3.3] 代表極 (§ 3.4.2)

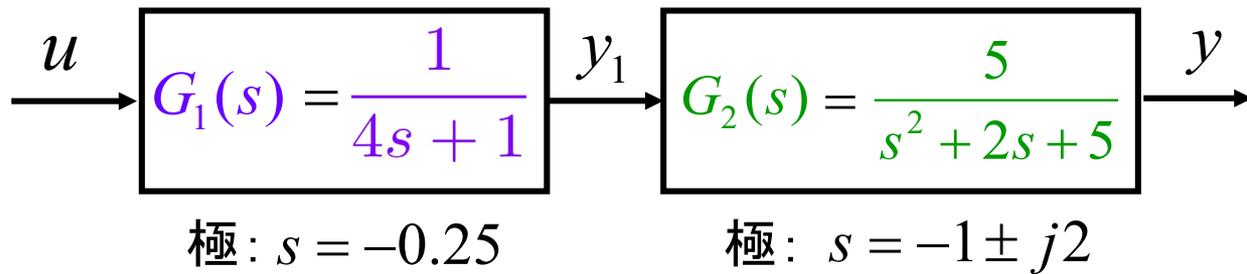
制御対象: $G_1(s) = \frac{1}{4s + 1}$

$\left[\begin{array}{l} \text{極: } -\frac{1}{\tau} = -0.25 \end{array} \right]$

実際の制御対象:

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) \approx G_1$$

$$= \frac{1}{4s + 1} \cdot \frac{5}{s^2 + 2s + 5}$$



代表極: $s = -0.25$

図 3.11 3次系のブロック線図

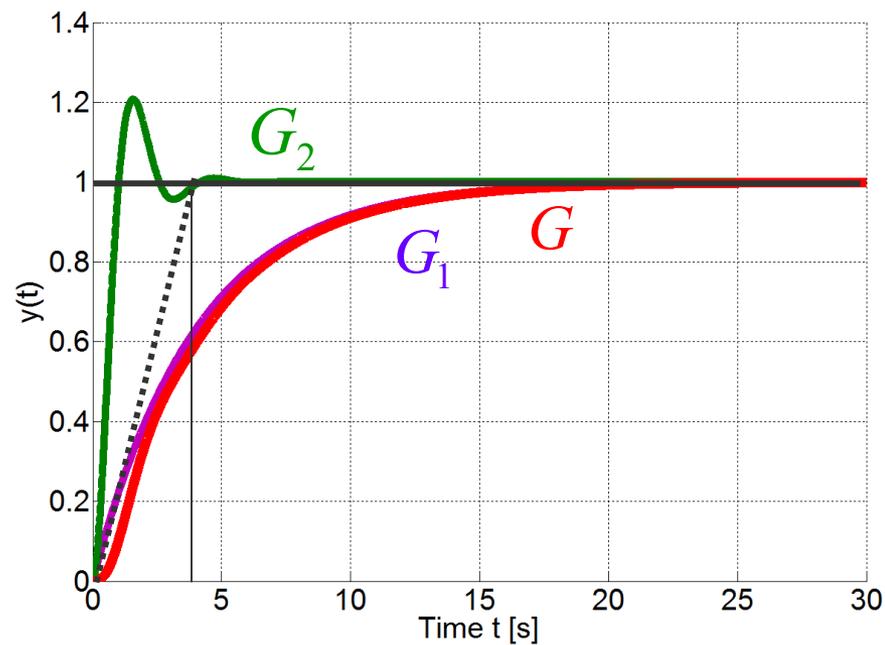
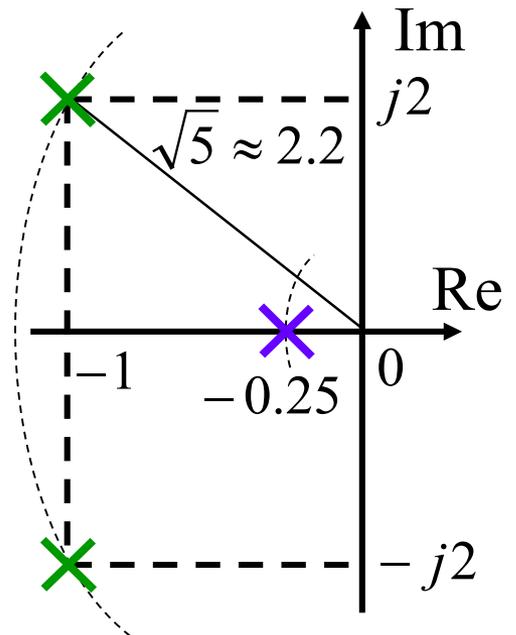
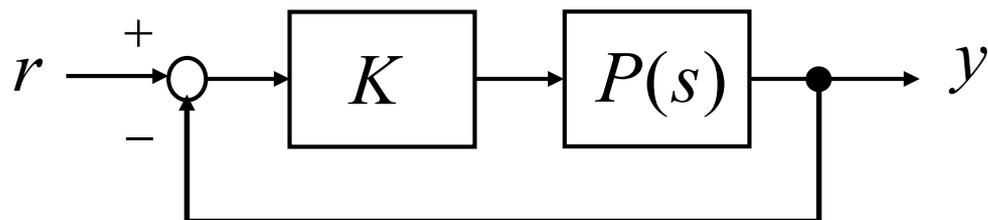


図 3.12 3次系の応答例



[例 7.1] 高次の振動モード



1次系(制御対象)

$$P(s) = \frac{1}{5s + 1}$$

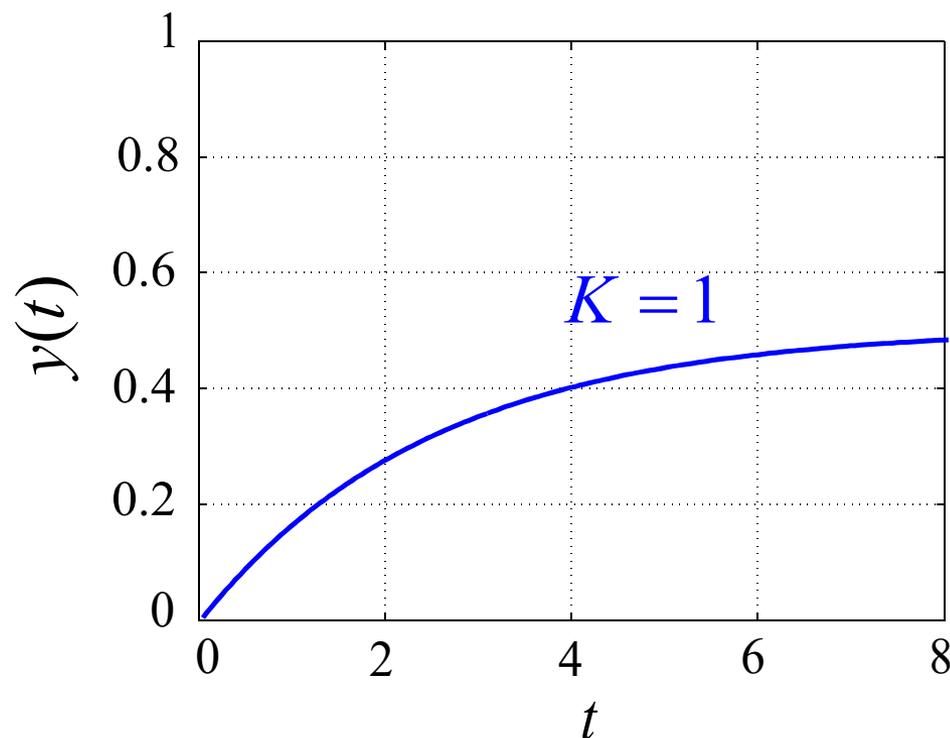
開ループ伝達関数

$$L(s) = \frac{K}{5s + 1} = P(s)K$$

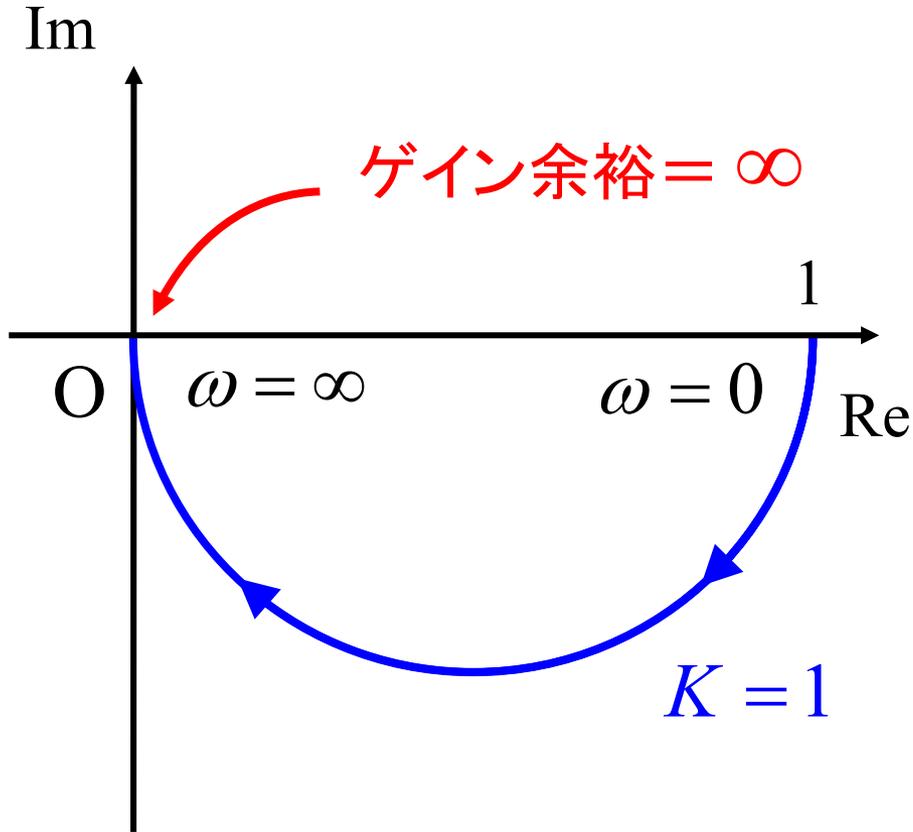
定数ゲイン

$$K = 1$$

図 ハードディスク



[例 7.1]



[復習] ゲイン余裕 GM

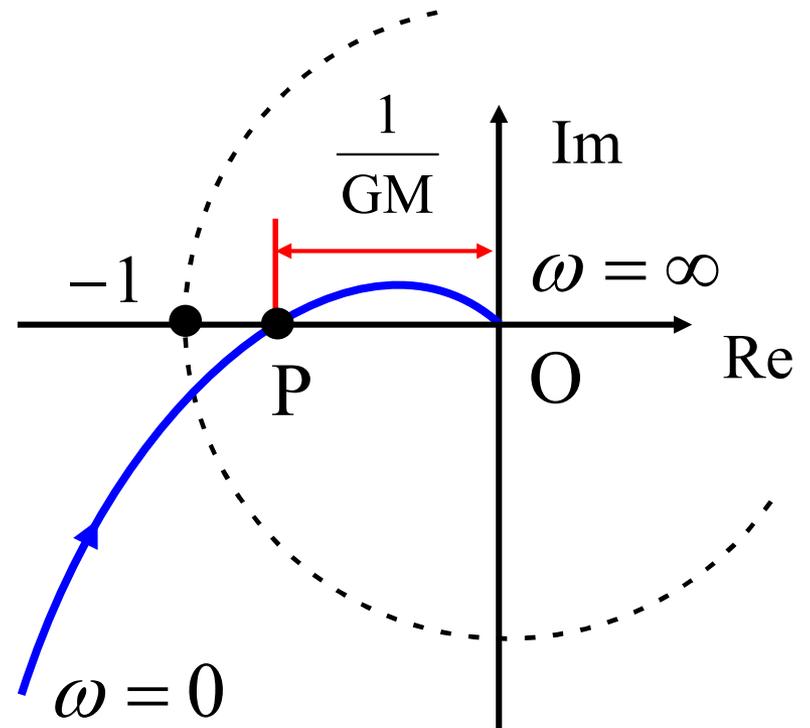


図 7.1 (a) $L(s) = \frac{1}{5s+1}$ のベクトル軌跡

[例 7.1]

制御対象 $P(s) = \frac{1}{5s+1}$



実際の
制御対象 $\tilde{P}(s) = \frac{1}{5s+1} \cdot \underbrace{\frac{4}{s^2 + 2s + 4}}_{\text{振動モード}}$

振動モード: $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$
 $\left[\zeta = 0.5, \omega_n = 2 \right]$

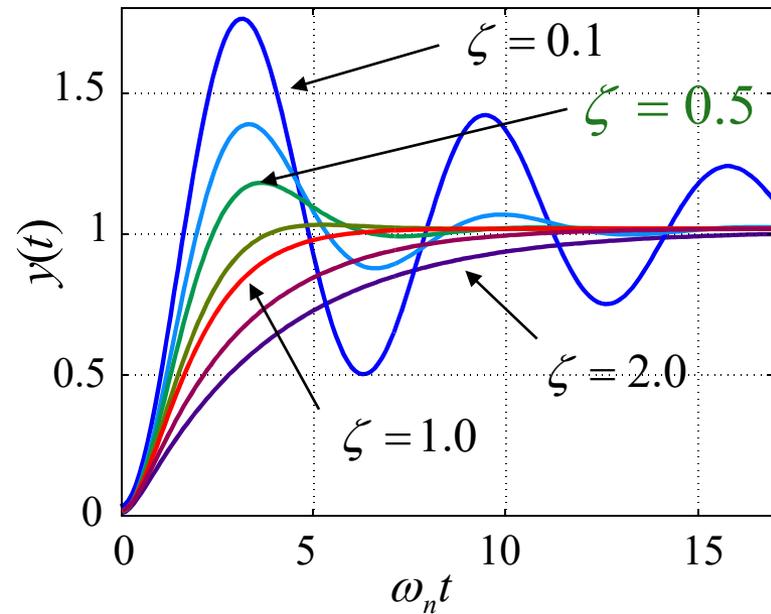


図3.7 2次系のステップ応答

[例 7.1]

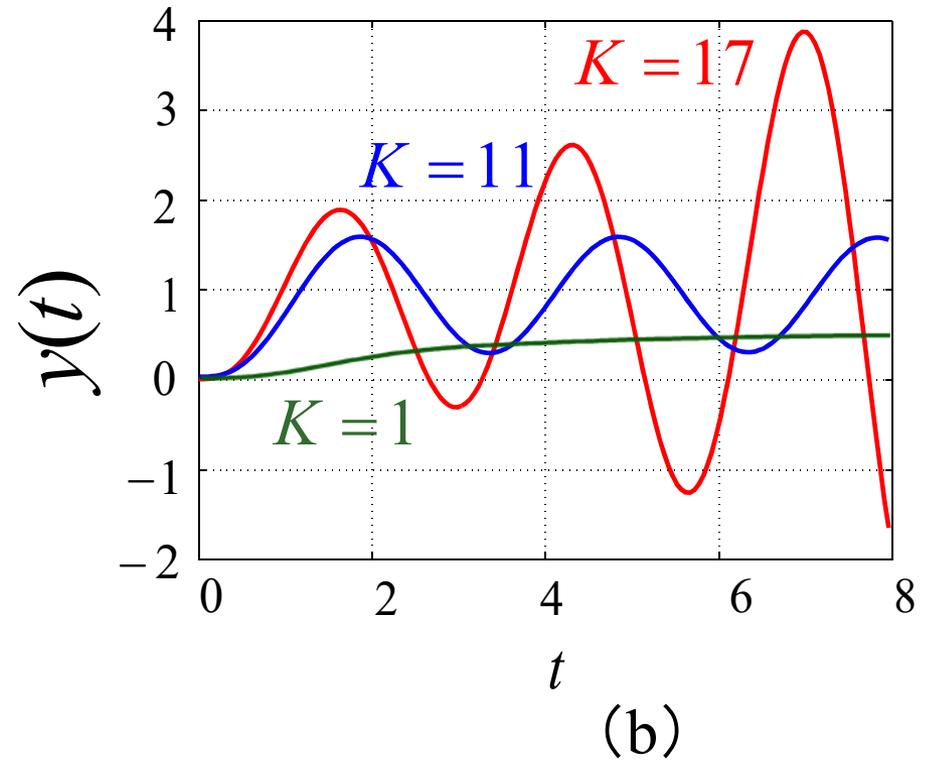
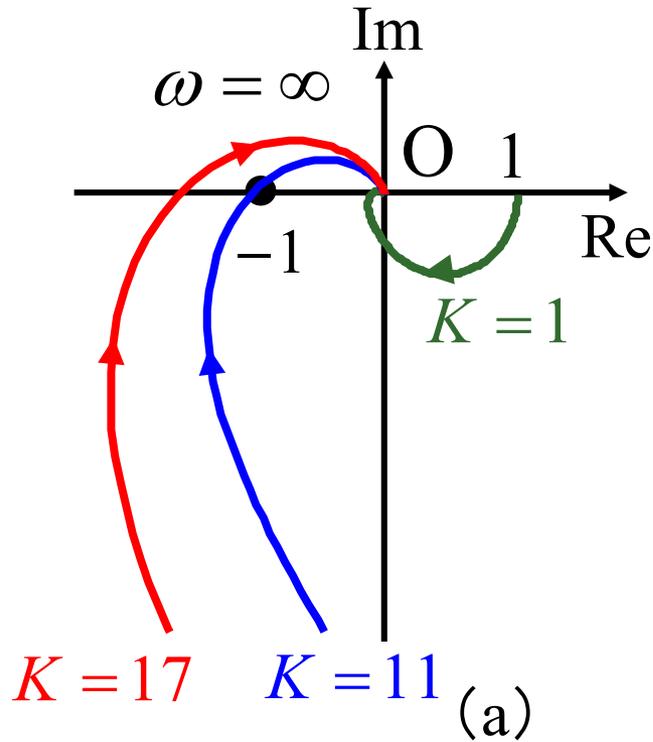


図 7.2 振動モードを有する系のベクトル軌跡とステップ応答

- 小 $K=1$: 低周波域, 定常特性: あまり影響がない
- ↓
- $K=11$: 安定限界
- 大 $K=17$: 不安定

[例 7.1]

小 $K=1$: 低周波域, 定常特性: あまり影響がない



$K=11$: 安定限界

大

$K=17$: 不安定

K を増大  フィードバックの効果

ゲイン余裕 = ∞



トレードオフ: 設計へ

モデルの不確かさに対するロバスト性

[例 7.2] むだ時間

開ループ伝達関数

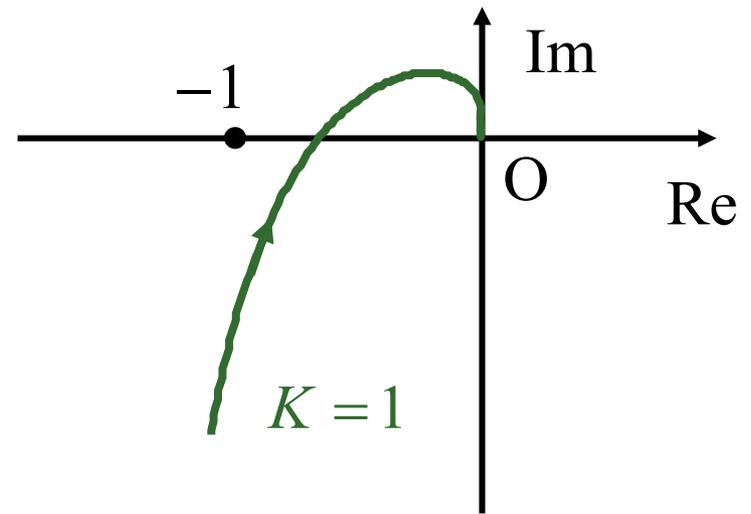
$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

実際の開ループ系

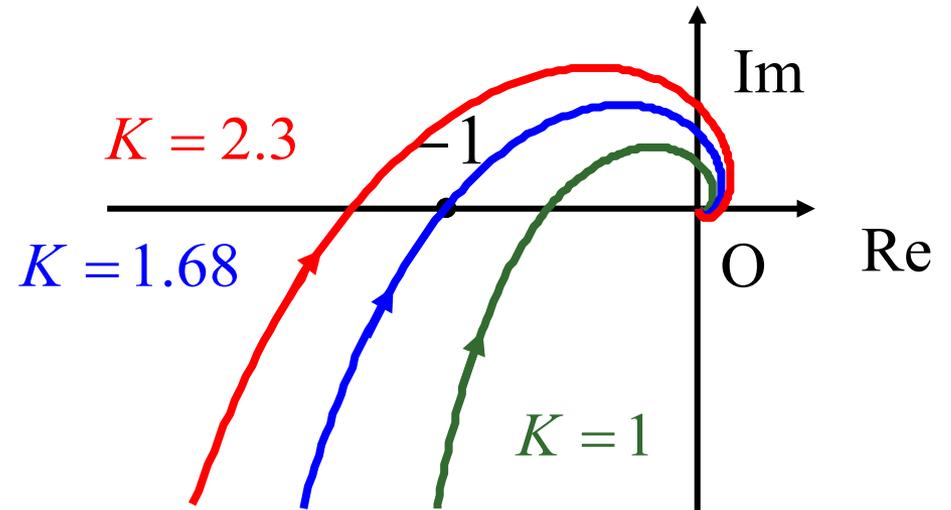
$$\tilde{L}(s) = \frac{K e^{-s}}{s(s+1)(s+2)}$$

e^{-s} : 無視したむだ時間

同様に「モデルの不確かさに対するロバスト性」の問題がある



(a) むだ時間がない場合



(b) むだ時間を含む場合

図 7.3 むだ時間を含む系のベクトル軌跡

IEEE CSS Video Clip Contest 2015

2015
3rd place

Click !

不確かさの記述

[例 7.3] ゲイン変動・時定数変動

制御対象: $P(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad 2 \leq K \leq 3$

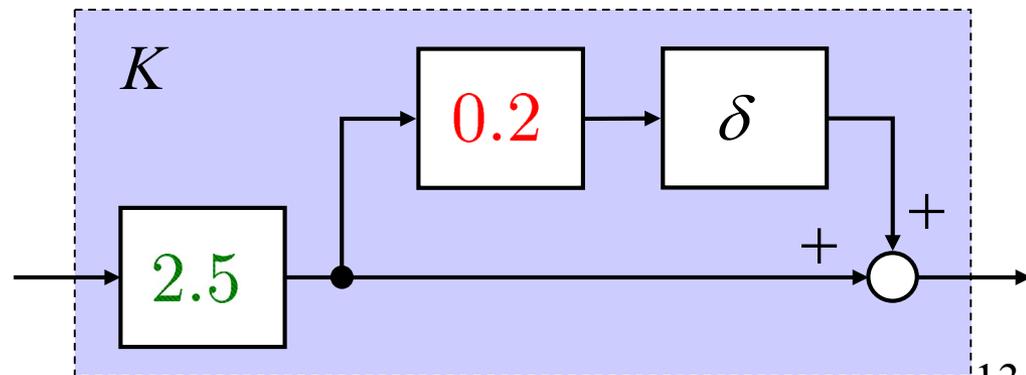
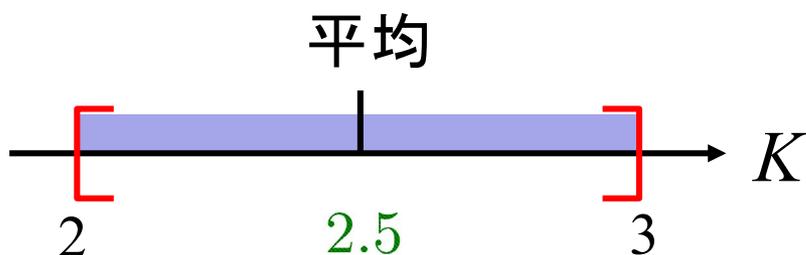
不確かなゲイン: $K = 2.5(1 + \delta \cdot 0.2), |\delta| \leq 1$

2.5 を中心に $\pm 20\%$ の相対的変動



ex) $\delta = 1$ で $K = 3$

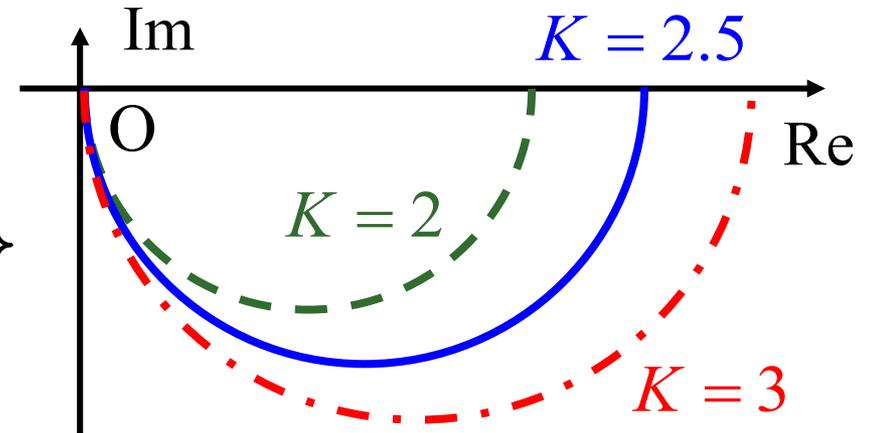
$\delta = -1$ で $K = 2$



[例 7.3]

$$T = 2.5; \quad K = 2, 2.5, 3$$

$$P: \left\{ \frac{2}{2.5s+1}, \frac{2.5}{2.5s+1}, \frac{3}{2.5s+1} \right\}$$



$$2 \leq T \leq 3, \quad 2 \leq K \leq 3,$$

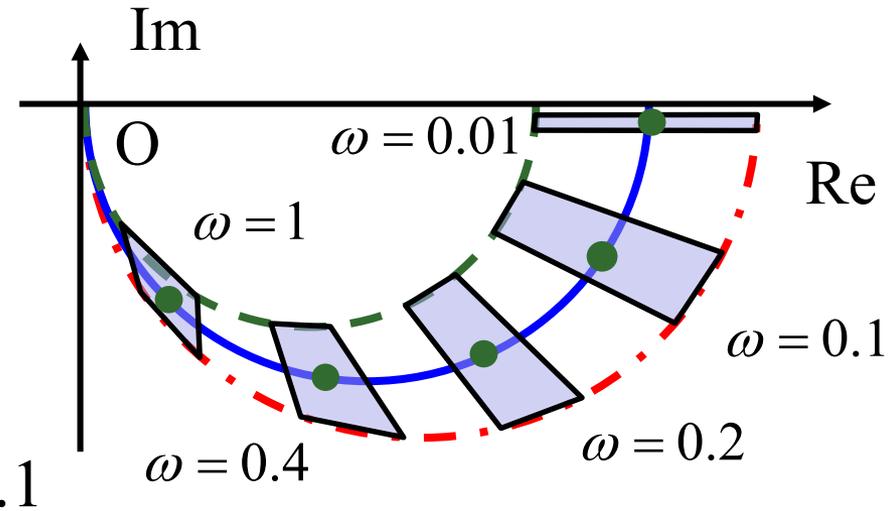
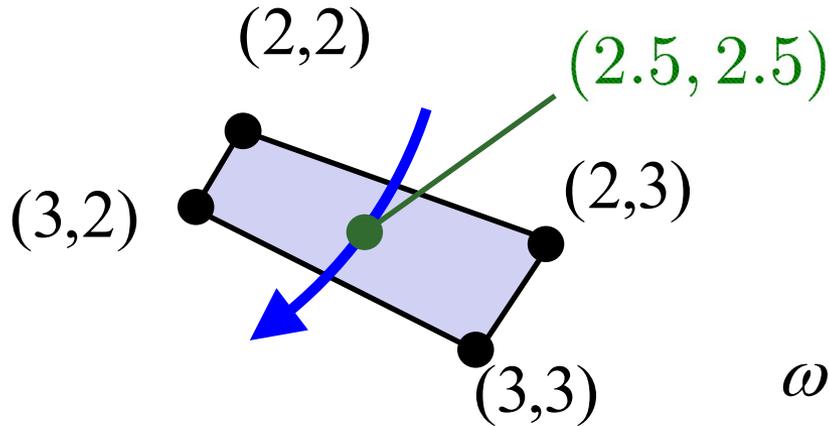


図 7.4 ゲイン変動・時定数変動を有する
1次系のベクトル軌跡

1本のベクトル軌跡 → ベクトル軌跡の「帯」

帯の幅: モデルの不確かさの「大きさ」を表している.
(ゲインに着目)

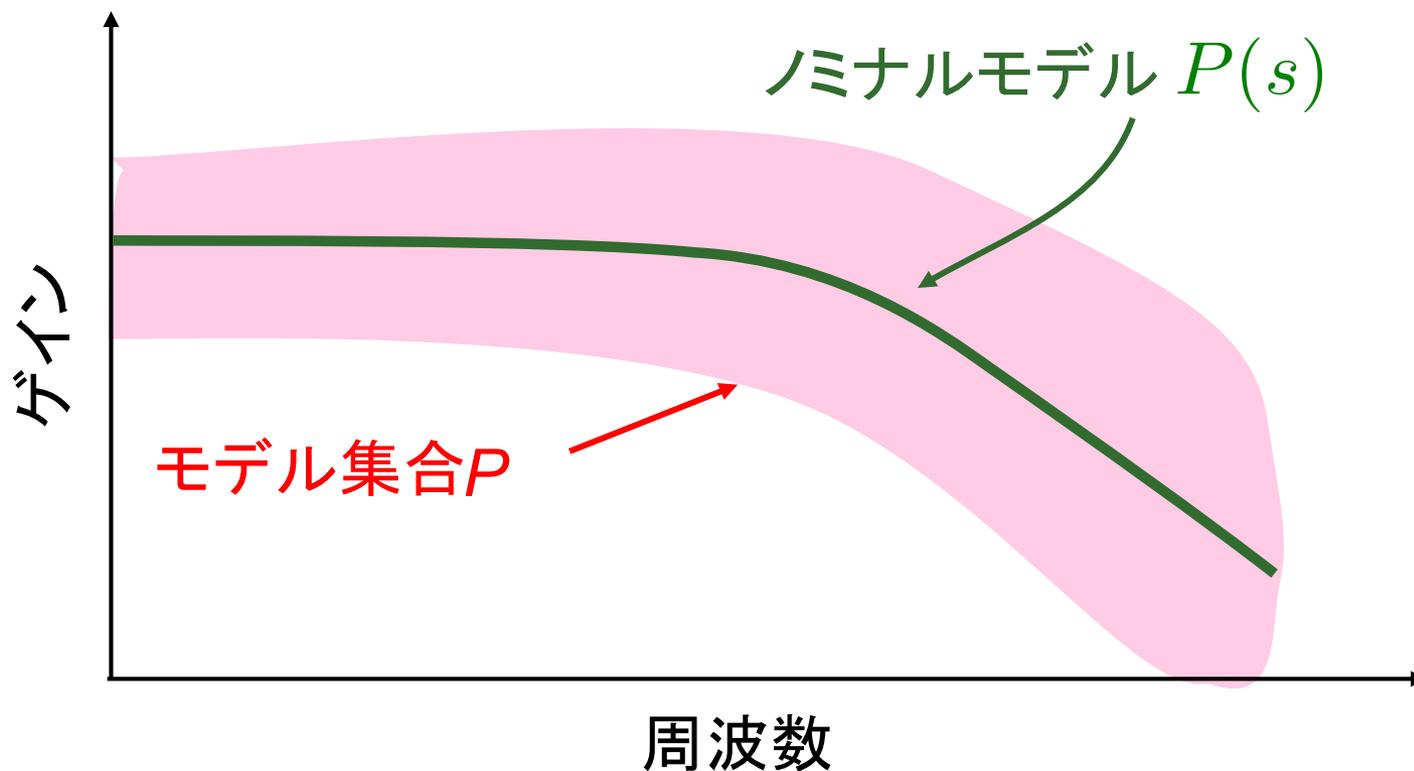


図 7.5 不確かさと周波数応答の帯

不確かなシステム (cf. 不確かなゲイン)

$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta(s)W_2(s))\underline{P}(s) \quad |\Delta(j\omega)| \leq 1, \forall \omega$$

公称モデル (ノミナルモデル)

$W_2(s)$: 不確かさの「**大きさ**」を記述 (ゲインに着目)

$\tilde{P}(s) \in \mathcal{P}$: モデル集合

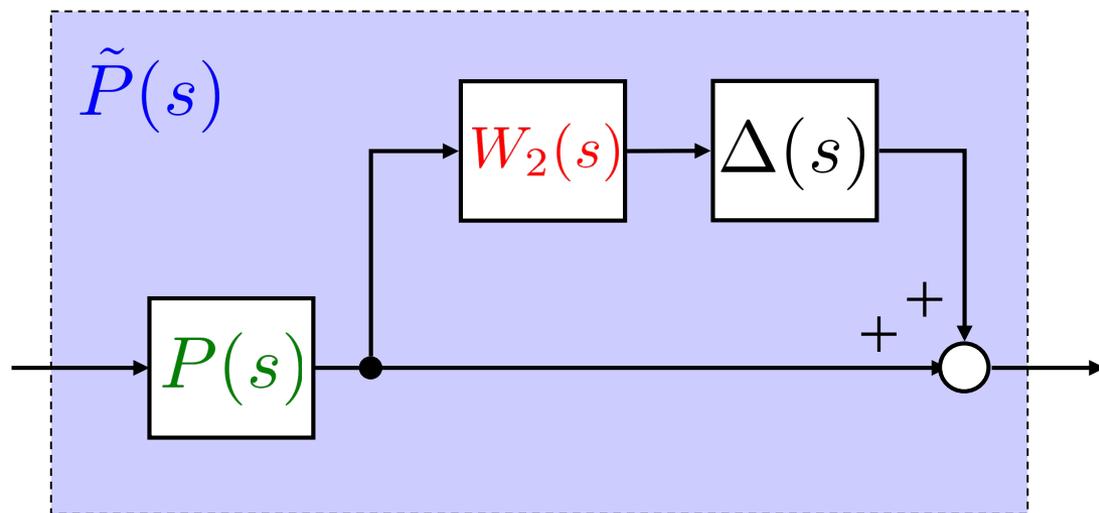
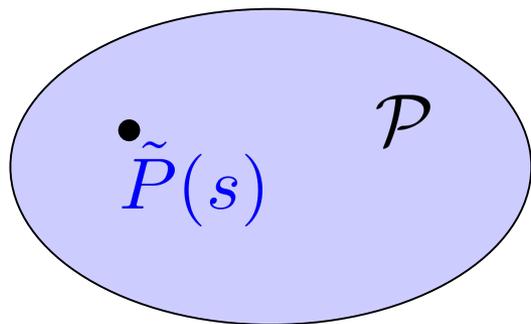
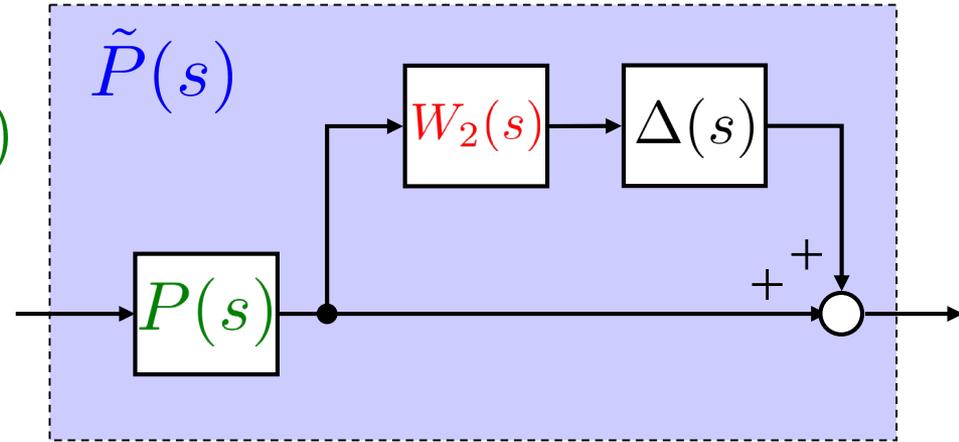


図 7.6 乗法的な不確かさとモデル集合

乗法的な不確かさ

$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)$$

$$\rightarrow \frac{\tilde{P}}{P} - 1 = \frac{\tilde{P} - P}{P} = \Delta W_2$$



円盤型の不確かさ

$$|\tilde{P} - P| = |\Delta W_2 P| \leq |W_2 P|$$

($\because |\Delta| \leq 1$)

cf. 周波数応答軌跡の
「帯」を囲む

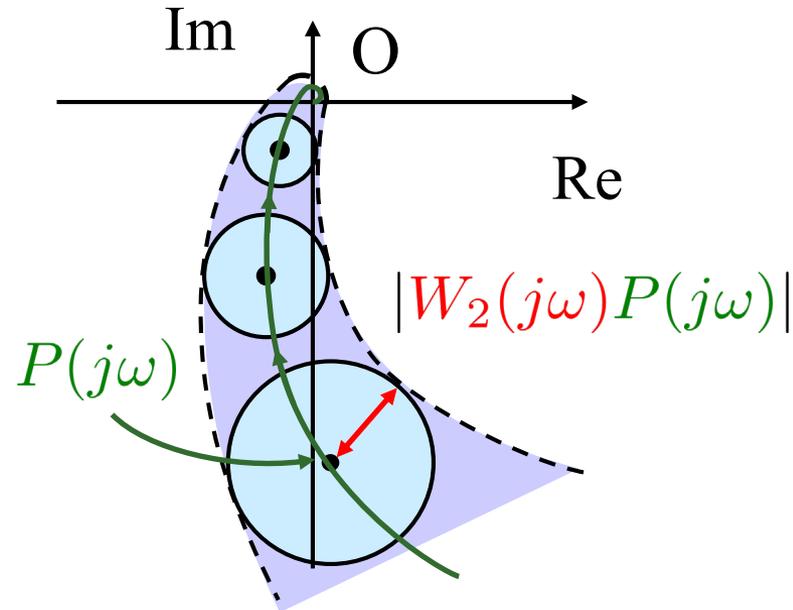
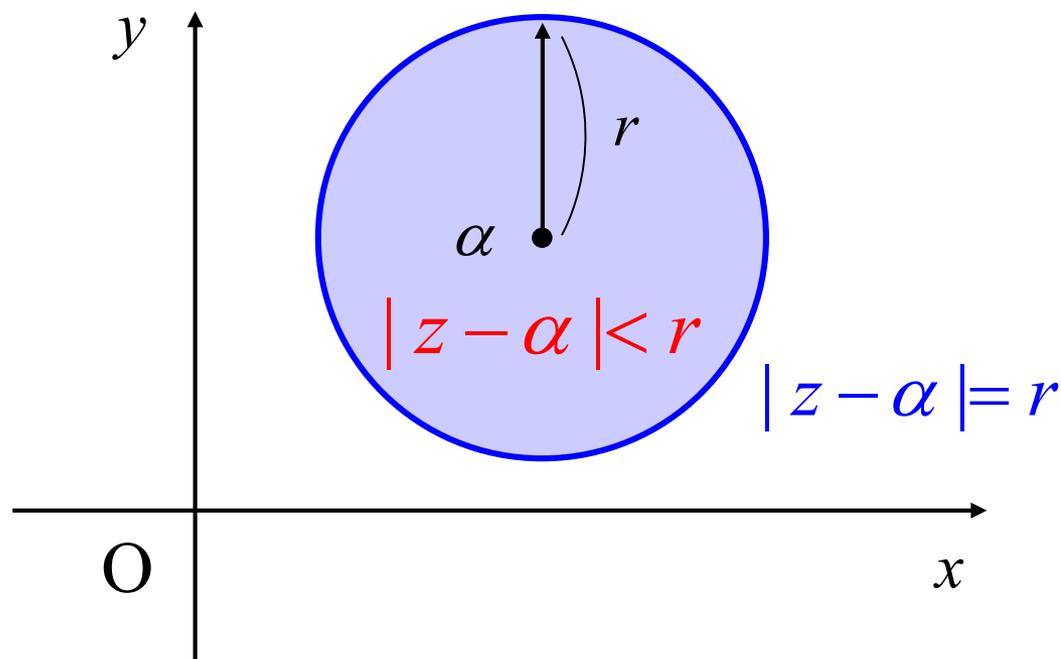


図 7.7 乗法的な不確かさと
モデル集合のベクトル軌跡 17

復習

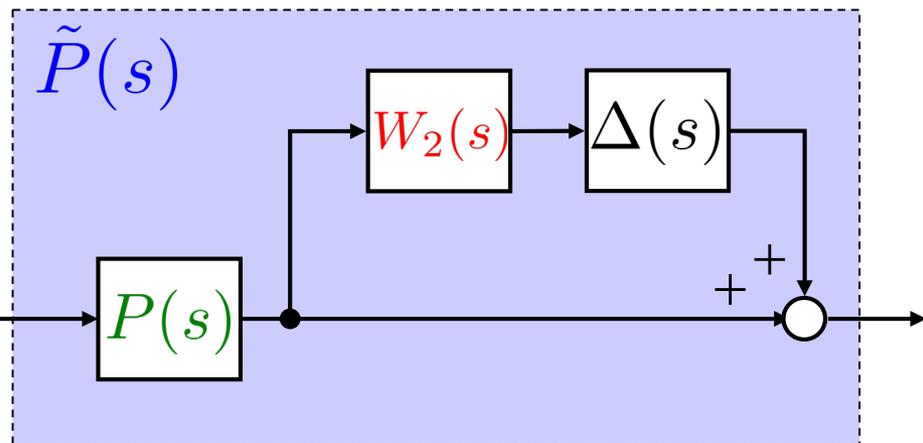
点 α を中心とする半径 r の円 C
の内部の点 z は, z と α の距離
 $|z - \alpha|$ が r より小さい点の集合
だから, 不等式 $|z - \alpha| < r$ を満たす.



乗法的な不確かさ

$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)$$

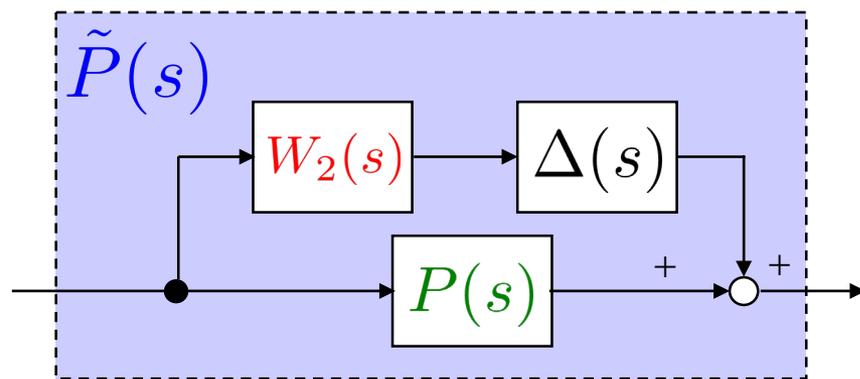
$$\rightarrow \frac{\tilde{P}}{P} - 1 = \frac{\tilde{P} - P}{P} = \Delta W_2$$



加法的な不確かさ

$$\tilde{P}(s) = P(s) + \Delta(s)W_2(s)$$

cf. p. 143 演習問題[3]



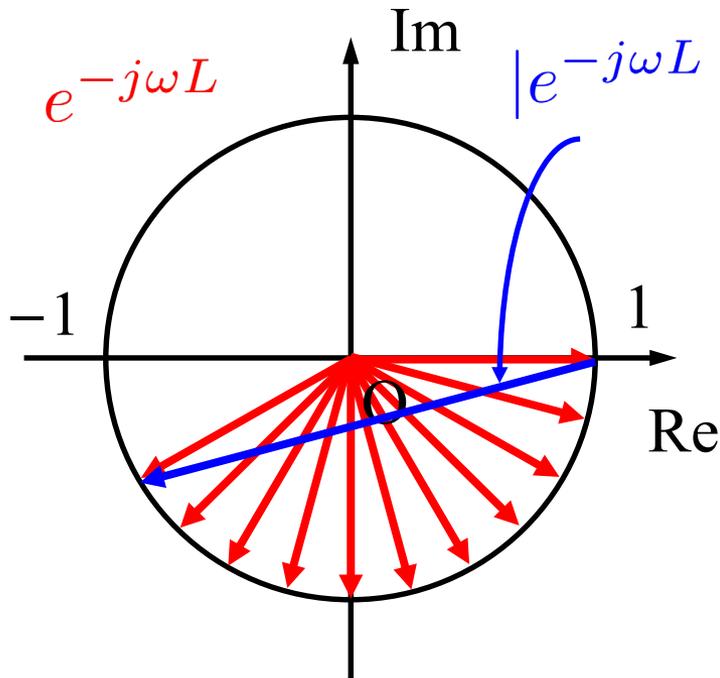
[例 7.4] むだ時間変動

$$\tilde{P}(s) = \frac{1}{s+1} e^{-sL}, 0 \leq L \leq 1$$

STEP 1 ノミナルモデル $P(s) = \frac{1}{s+1}$

STEP 2

乗法的な不確かさの大きさ $\left| \frac{\tilde{P}}{P} - 1 \right| = \left| \frac{\tilde{P} - P}{P} \right| = |e^{-j\omega L} - 1|$



乗法的な不確かさの大きさ
(の上限値)

$$0 \leq \omega < \pi :$$

$$|e^{-j\omega L} - 1| \leq |e^{-j\omega} - 1|$$

$$\omega \geq \pi : \quad (\because 0 \leq L \leq 1)$$

$$|e^{-j\omega L} - 1| \leq 2$$

[例 7.4]

STEP 2

乗法的な不確かさの
大きさ(の上限値)

$$0 \leq \omega < \pi: |e^{-j\omega} - 1|$$

$$\omega \geq \pi: 2$$

STEP 3

不確かさの周波数重み

$W_2(s)$ 起こりうる不確かさを
すべてカバーしている.

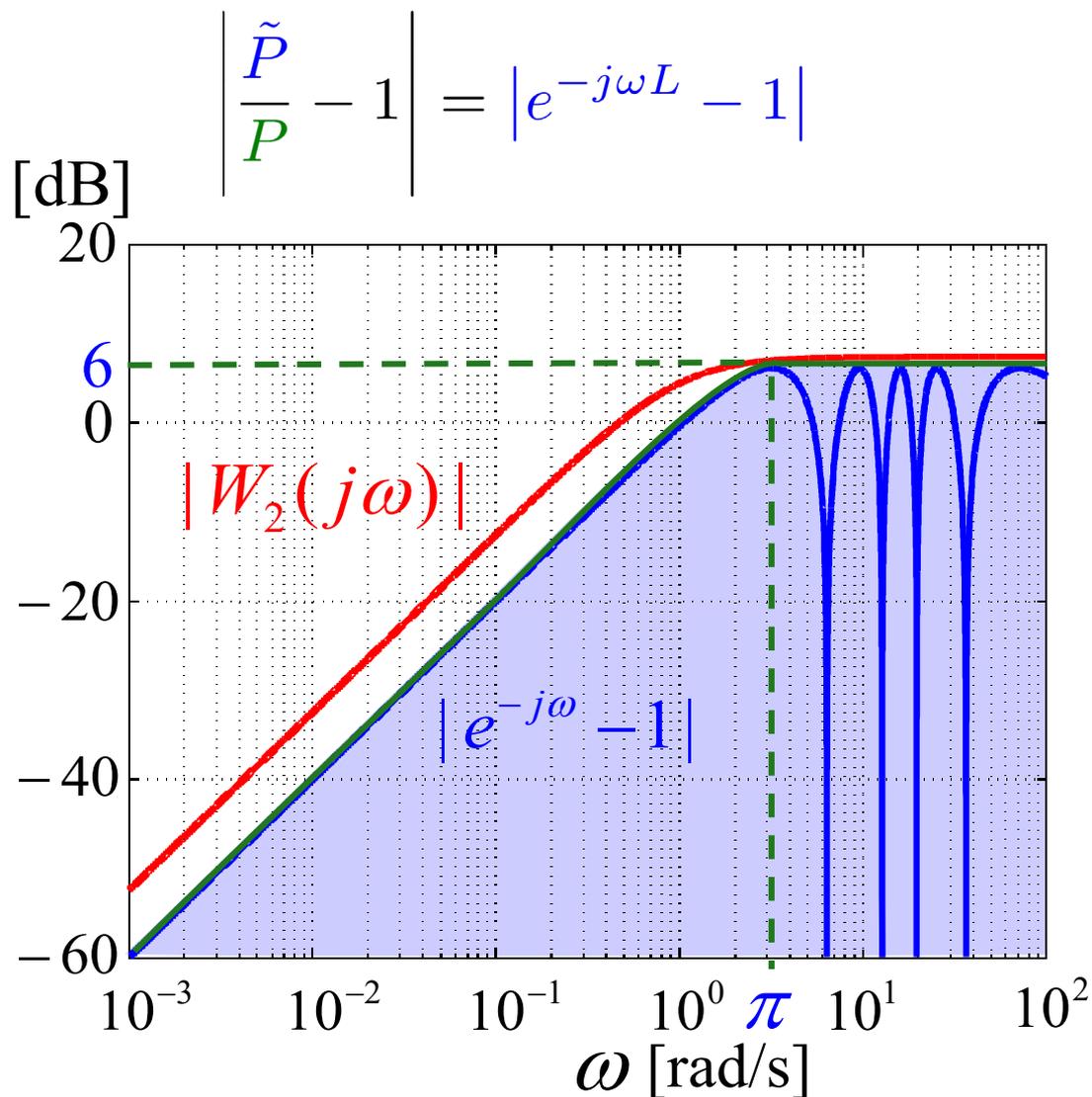
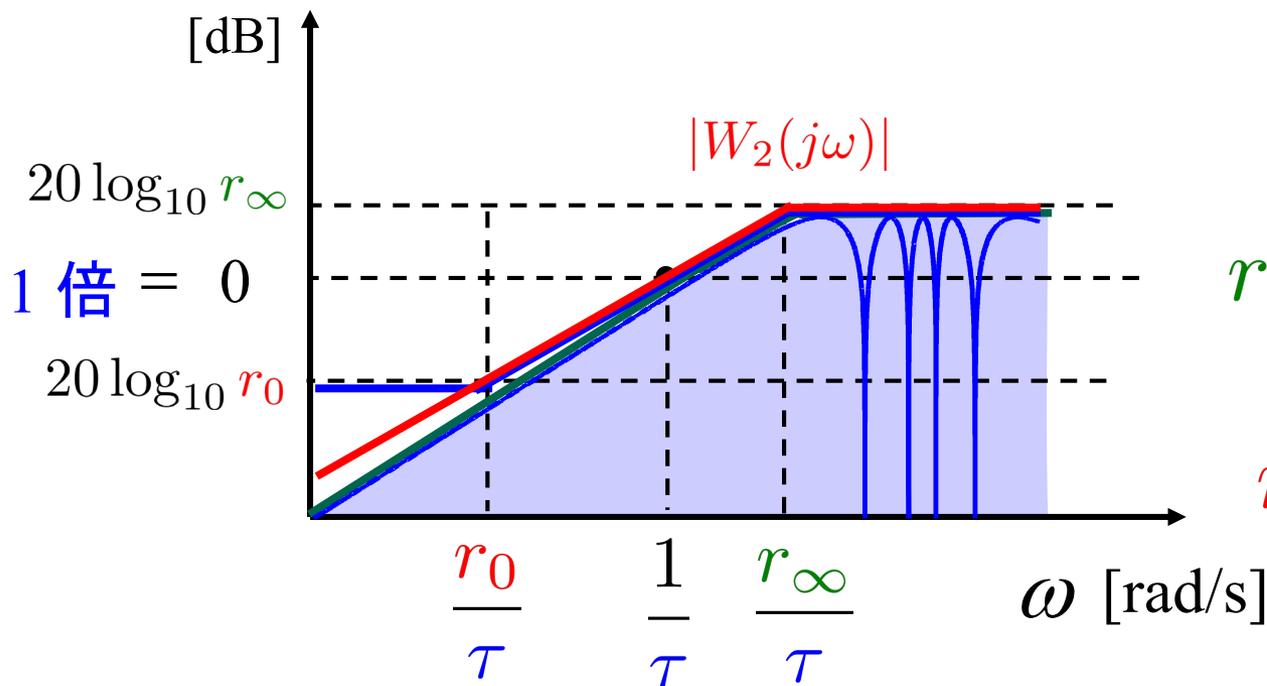


図 7.8 むだ時間変動に対する
周波数重み関数

不確かさの周波数重み $W_2(s)$

$$W_2(s) = \frac{\tau s}{\frac{\tau}{r_\infty} s + 1}$$

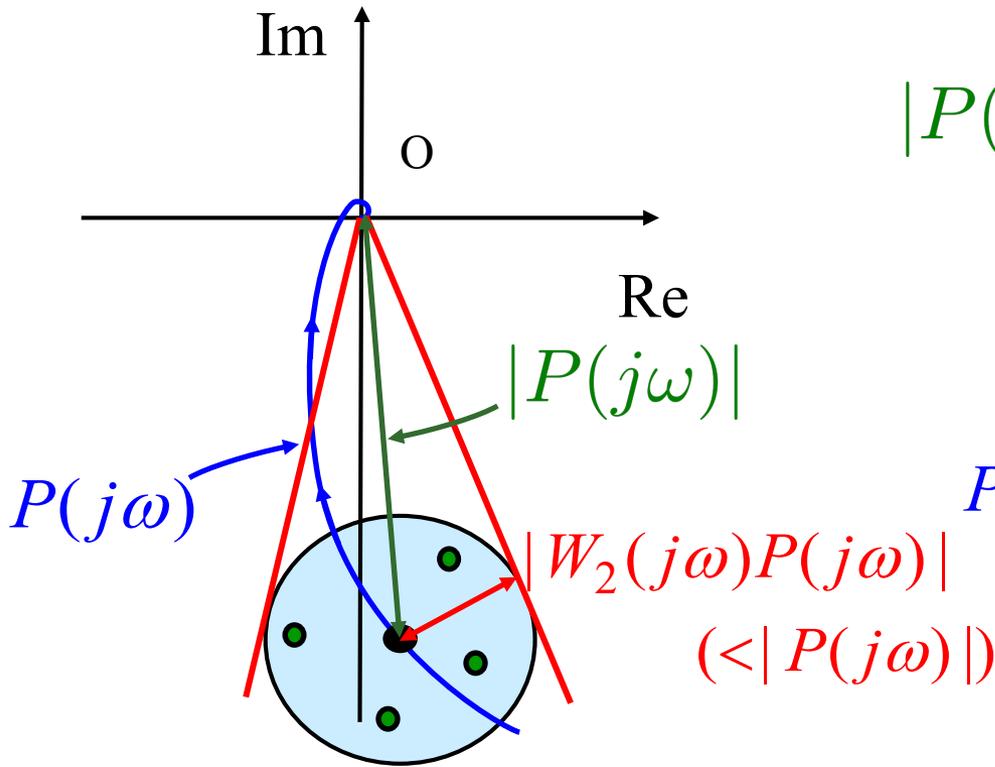
$$W_2(s) = \frac{\tau s + r_0}{\frac{\tau}{r_\infty} s + 1}$$



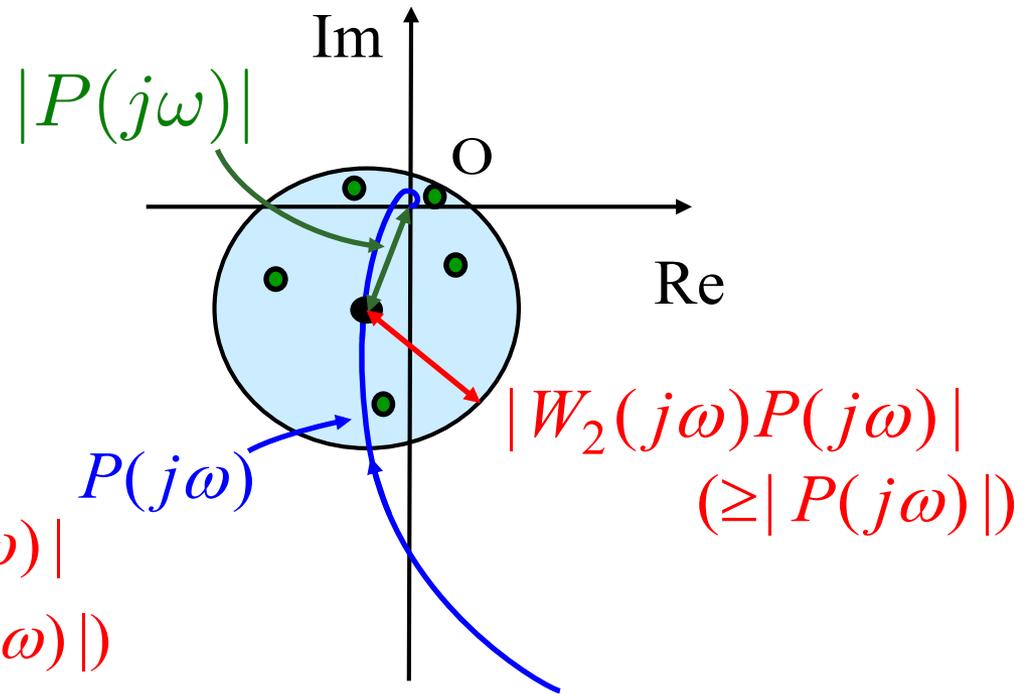
$\frac{1}{\tau}$: 不確かさが1倍
となる時の周波数

r_∞ : 高周波数帯での
不確かさの大きさ

r_0 : 低周波数帯での
不確かさの大きさ



不確かさの大きさが1倍未満



不確かさの大きさが1倍以上

➡ 位相情報がなくなる

[例 7.4] STEP 3 STEP 2

$$\frac{1}{\tau} \quad 0.48 \text{ rad/s} < 1 \text{ rad/s}$$

$$= 1/2.1$$

不確かさの大きさ $-6\text{dB}=1/2$ $0\text{dB}=1$

$$r_\infty \quad 6.4 \text{ dB} > 6 \text{ dB}$$

$$= 2.1 \quad = 2$$

$$r_0 = 0 \geq 0$$

ノミナルモデル $P(s) = \frac{1}{s+1}$

不確かさの周波数重み

$$W_2(s) = \frac{2.1s}{s+1} \quad \text{として,}$$

モデル集合 $\mathcal{P} = \{(1 + \Delta(s)W_2(s))P(s), |\Delta(j\omega)| \leq 1, \forall \omega\}$ を考えると,

任意の $\tilde{P}(s) = \frac{1}{s+1}e^{-sL}, 0 \leq L \leq 1$ はこのモデル集合の中に含まれる.

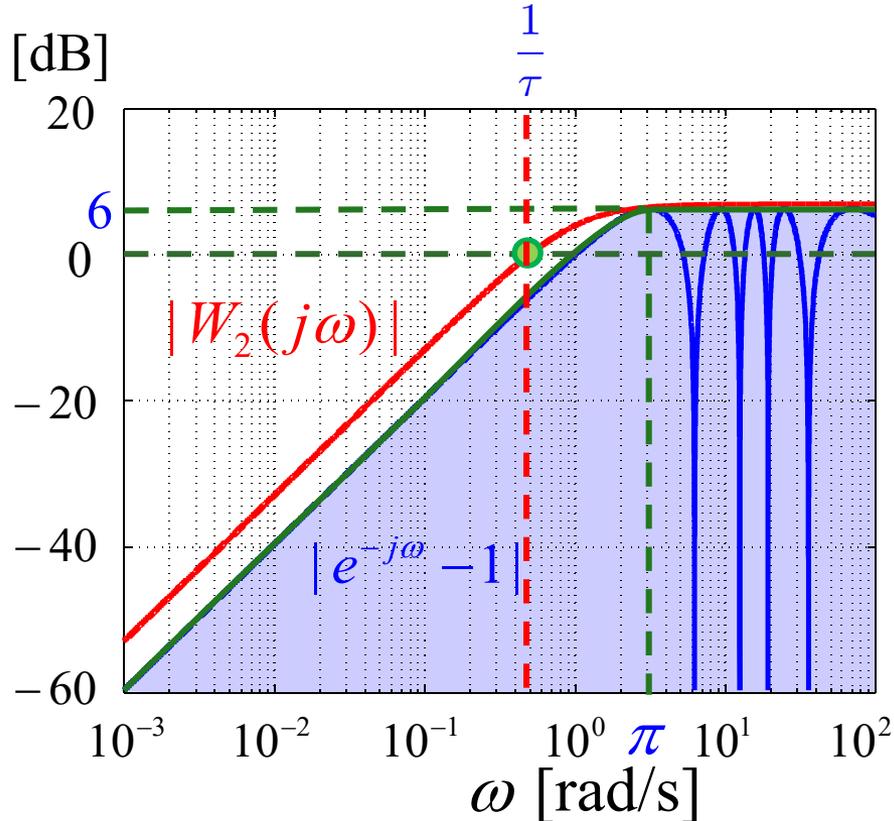


図 7.8 むだ時間変動に対する周波数重み関数

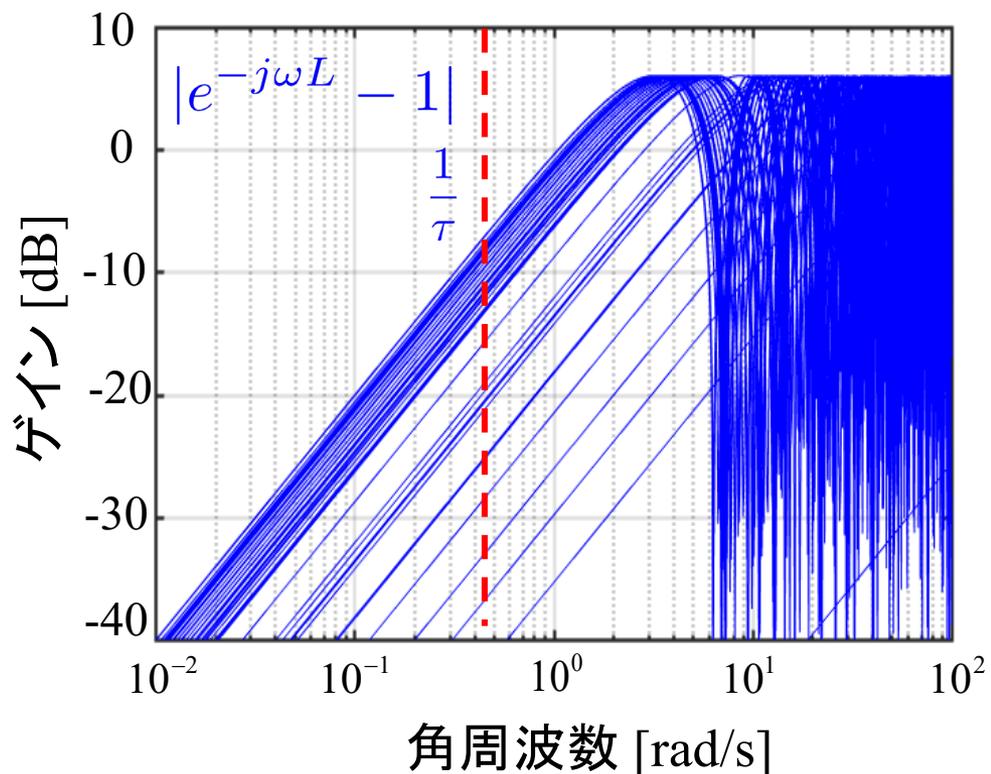
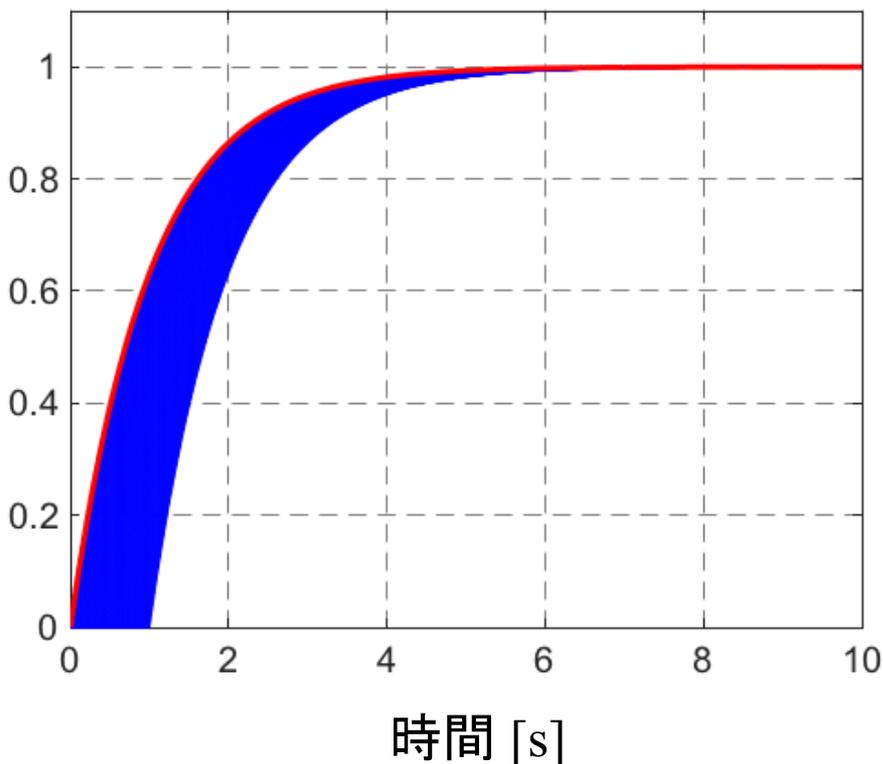
ノミナルモデル $P(s) = \frac{1}{s+1}$

不確かさの
周波数重み

$$W_2(s) = \frac{2.1s}{s+1}$$

プラント集合 $\mathcal{P} = \{(1 + \Delta(s)W_2(s))P(s), |\Delta(j\omega)| \leq 1, \forall \omega\}$

ステップ応答



第7章 : フィードバック制御系のロバスト性解析



7.1 不確かさとロバスト性 (pp.127~135)

キーワード : ロバスト性, モデル, 不確かさ,
ノミナルモデル, モデル集合

学習目標 : 制御系のロバスト性解析として, モデルとそれに含まれる不確かさの概念を説明できる.
モデルの不確かさの記述法を説明できる.

Reading Assignment #10

第7章：フィードバック制御系のロバスト性解析

7.2 ロバスト安定性 (pp. 135～138)

キーワード： ロバスト安定性, 相補感度関数

7.3 制御性能のロバスト性 (pp. 139～142)

キーワード： ノミナル性能, 感度関数, ロバスト性能

学習目標： ロバスト安定性について、その性質と条件を説明できる。また、ノミナル性能について理解し、制御性能のロバスト性について説明できる。