

第1回

光通信システム (基礎的なこと)

講義スケジュール(1)

植之原	日付	教科書	内容
第1回	11/29	OCW-i掲載資料(第1回)の精読と理解	光通信システム(基礎的なこと)
第2回	12/ 3	OCW-i掲載資料(第2回)の精読と理解	光通信システム (長距離海底系, コア・メトロ系)
第3回	12/ 6	OCW-i掲載資料(第3回)の精読と理解	光通信システム (アクセス系・データセンタネットワーク系)
第4回	12/10	OCW-i掲載資料(第4回)の精読・PN符号の説明	光変調符号
第5回	12/13	OCW-i掲載資料(第5回)の精読・信号の数式・スペクトル表現	光変復調技術(強度変調・位相変調)
第6回	12/17	OCW-i掲載資料(第6回)の精読・機能ブロックの理解	光変復調技術 (デジタル・コヒーレント関連技術)
第7回	12/20	OCW-i掲載資料(第7回)の精読・波動方程式の解法・モードの理解	光ファイバのモード特性(波動方程式)
第8回	12/24	OCW-i掲載資料(第8回)の精読・分散と帯域の関係式	ファイバの伝送特性(分散・分散伝送限界)

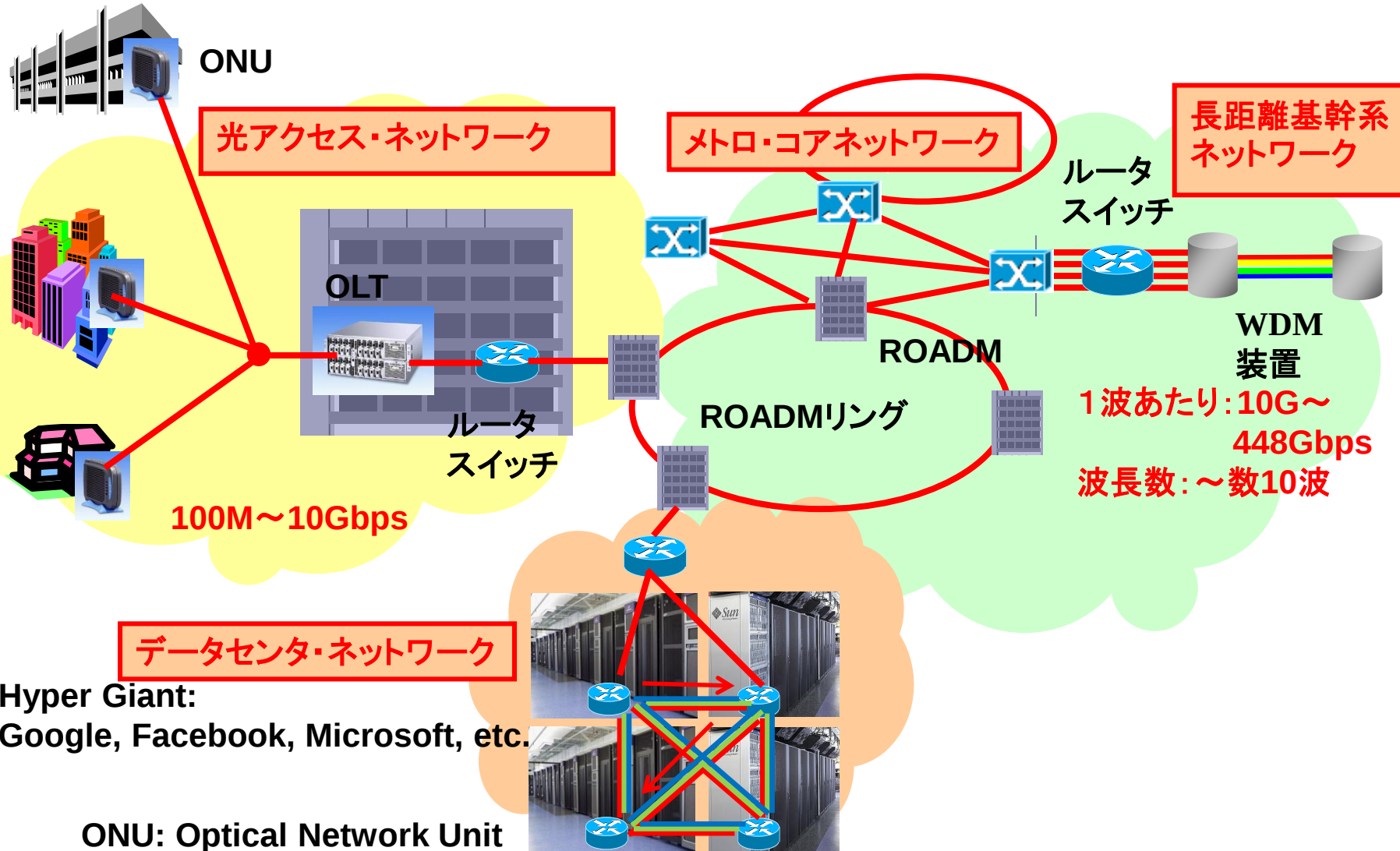
講義スケジュール(2)

小山	日付	教科書	内容
第9回	1/7	OCW-i掲載資料(第9回)の精読・分散補償の概念の理解	ファイバの伝送特性(分散補償技術)
第10回	1/10	OCW-i掲載資料(第10回)の精読・動作原理の説明	光増幅器
第11回	1/17	OCW-i掲載資料(第11回)の精読・ビット誤り率の計算	ビット誤り率(強度変調・直接検波)
第12回	1/21	OCW-i掲載資料(第12回)の精読・ビット誤り率の相対比較	ビット誤り率 (コヒーレント、多値変調、光増幅)
第13回	1/24	OCW-i掲載資料(第13回)の精読・WDMの性能的課題	波長多重(WDM)伝送 (分散マネジメント技術)
第14回	1/28	OCW-i掲載資料(第14回)の精読・WDMの変調方式による性能差の理解	波長多重(WDM)伝送(変調技術)
第15回	1/31	OCW-i掲載資料(第15回)の精読・理解	光スイッチング技術・ 最新の光通信関連技術

まずは基本から

- 光ネットワークの構成
- 最近の研究開発トレンド
- 信号多重・スイッチング
- フレーム構成
- 電話由来ネットワークとインターネットの違い

光通信ネットワークの構成



Hyper Giant:
Google, Facebook, Microsoft, etc.

ONU: Optical Network Unit
OLT: Optical Line Terminal
ROADM: Riconfigurible Optical Add-Drop Multiplexer
WDM: Wavelength Division Multiplexing

● 長距離系

- ・ビットレート：10Gbps → 40Gbps → 112Gbps → 400G/1Tbps
- ・変調方式：OOK → MPSK → 16QAM, シングルキャリア → マルチキャリア
- ・多重方式：時間分割多重, 波長分割多重, 偏波多重, 空間分割多重
(マルチコア, マルチモード) → > 10Pbps/fiber, ~Ebps・km

● メトロ・コア系

- ・リングNWの接続・メッシュ構成も可に
- ・帯域／変調方式可変にも対応（ROADM・WSSの高性能化）
- ・リソースを仮想化して適応的に対応

● アクセス系

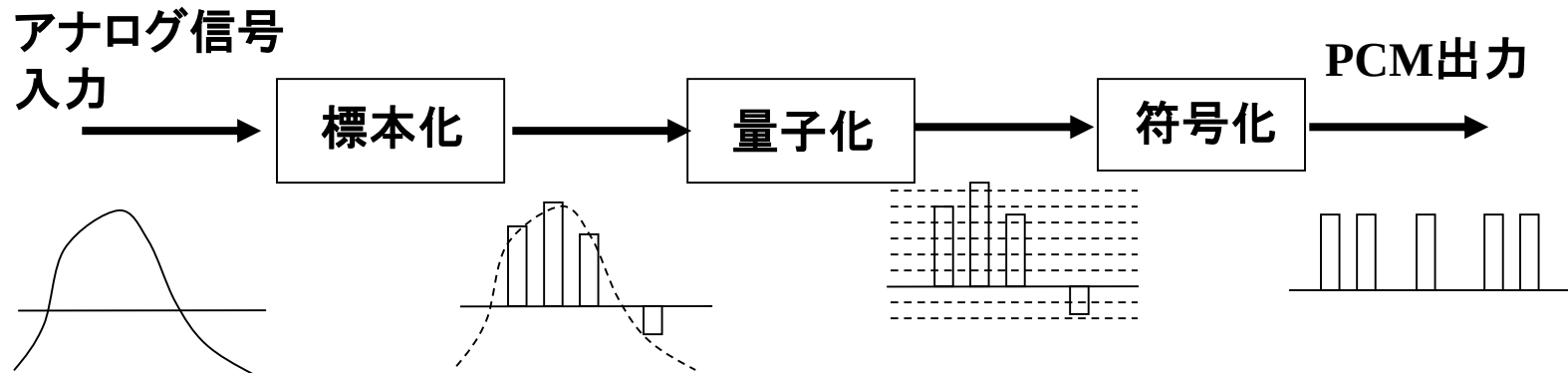
- ① 高速化(>40Gbps) ② 多分岐化 (64) ③ 長距離化 (60~100km)

● データセンター系

- ・特にOTT(Over The Top)事業者のデータセンターの需要増大が顕著
- ・ビットレート：10Gbps → 40/100Gbps → 200/400/800Gbps
- ・ボーレート：10Gaud → 10/25Gbaud → 25/50Gbaud (→ > 100Gbaudの模索)
- ・小型・高密度集積・低消費電力・低コストのためのSi Photonics技術

デジタル信号のビットレートの開始点 ー音声信号のデジタル化ー

PCM変調(Pulse Coded Modulation)



① 標本化(Sampling)

- ・シャノンの標本化定理により、
原信号の最高周波数の2倍以上の
速度で標本化を行えば、再生可能。
- ・音声信号帯域(可聴周波数範囲)は
0.3~3.4kHzであるため、8kHzで
サンプリング

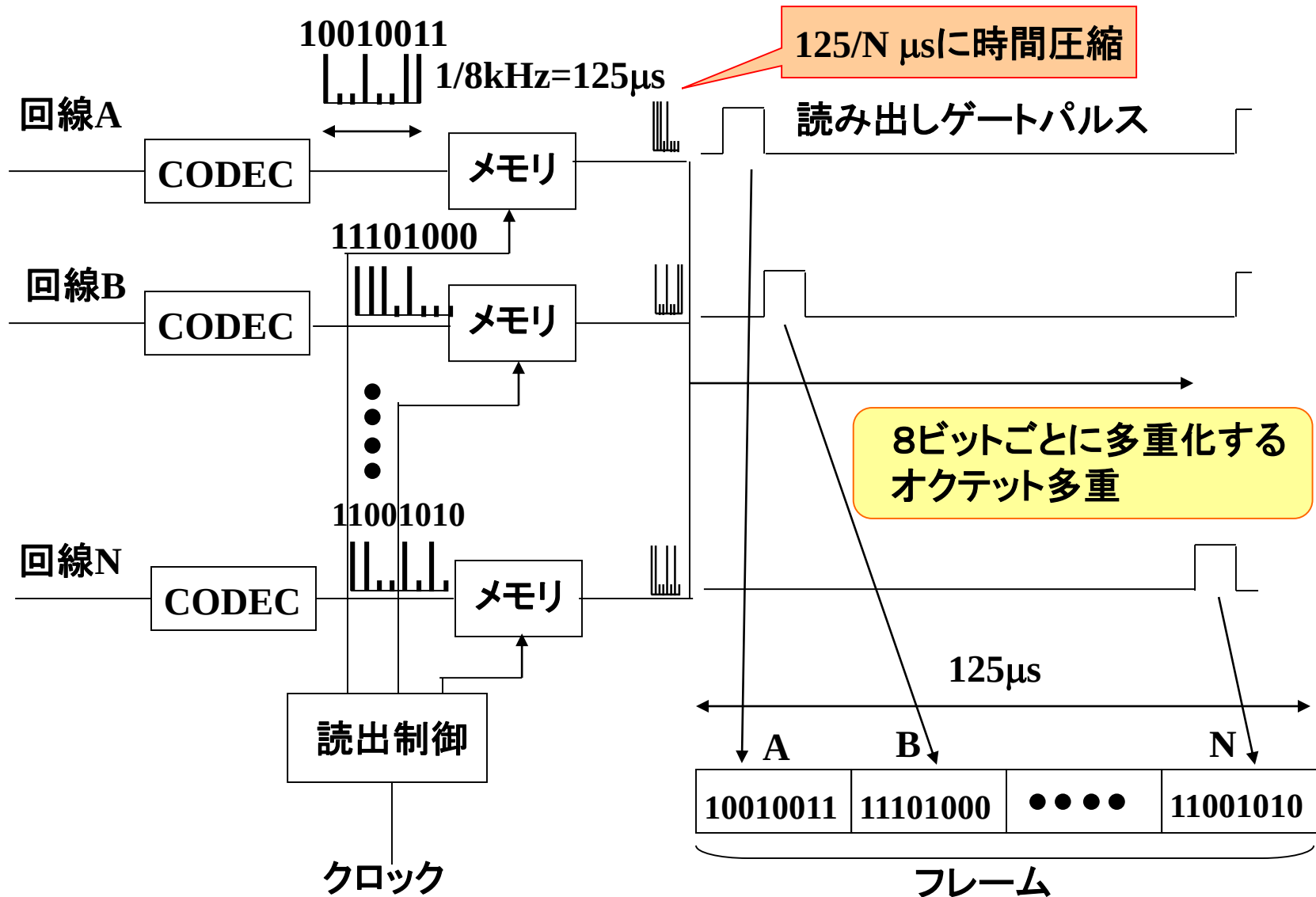
② 量子化(Quantization)

- ・8ビット量子化により、
 $2^8=256$ 階層の振幅値を使用
- ・ダイナミックレンジは
 $20\log 2^8 = 48\text{dB}$

③ 符号化(PCM)

- ・音声1チャネルの伝送速度は、
 $8\text{kHz} \times 8\text{ビット} = 64\text{kHz}$ (-> Bチャネル帯域)

信号の多重化

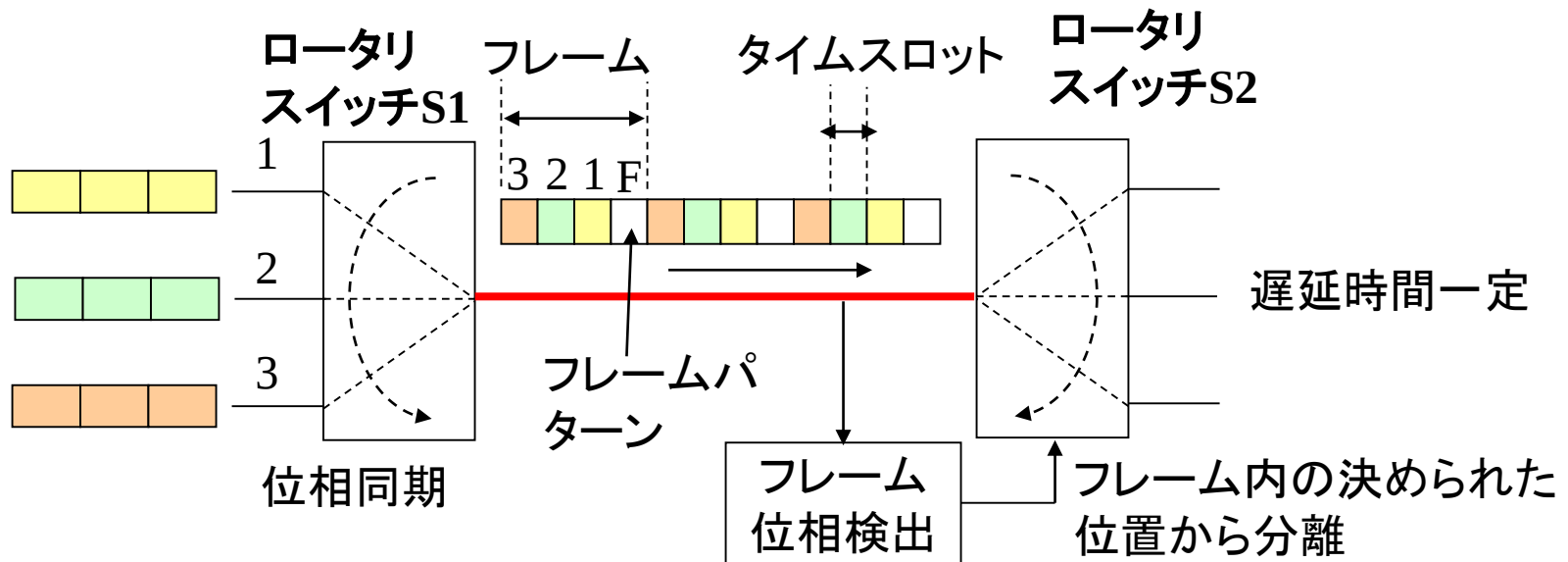


同期化とフレーム同期

- ① 送信側の各入力ポートのメモリに入力されるパルス速度はすべて等しく、ロータリスイッチS1の回転速度と一定の関係を保つ（同期化）。

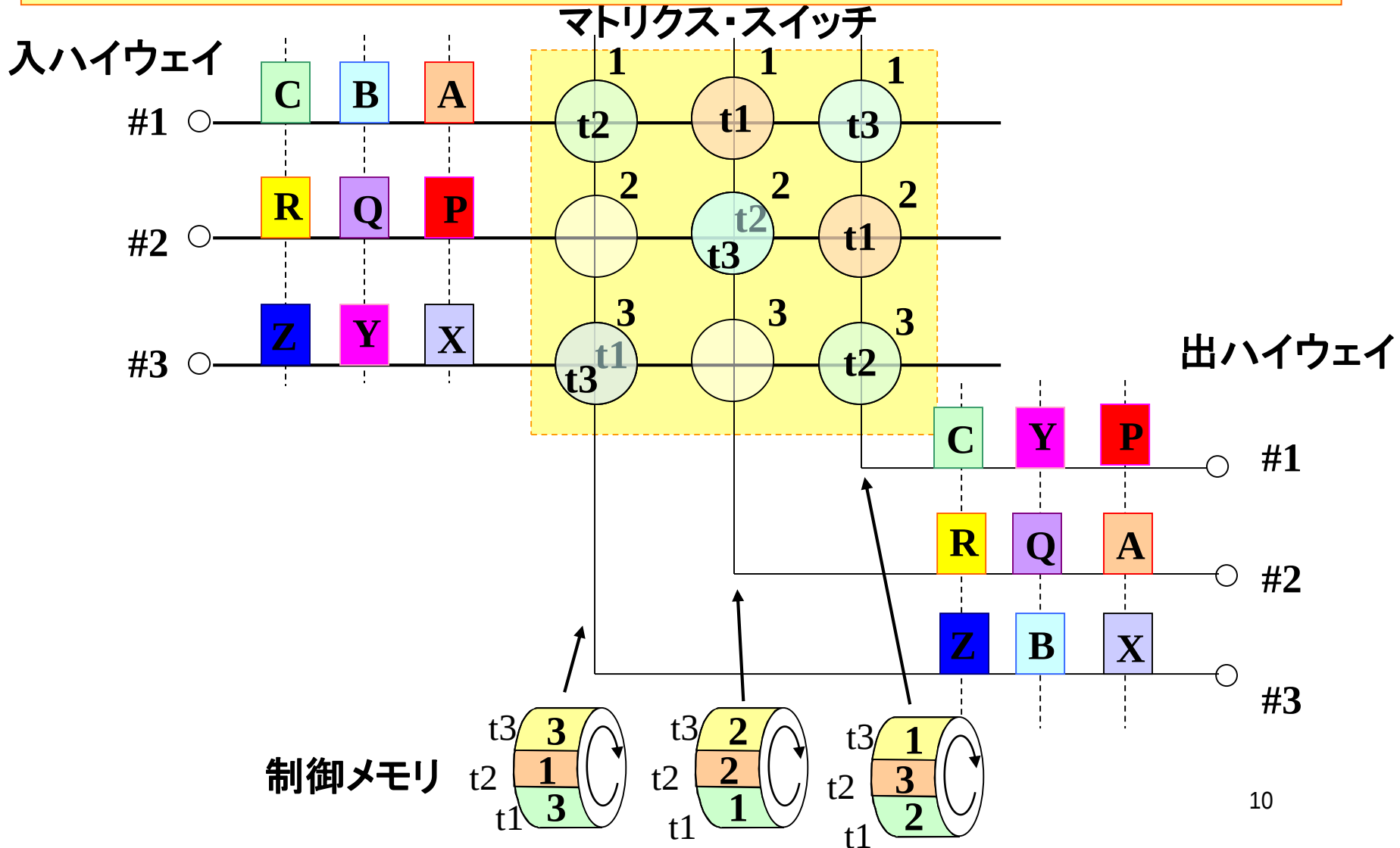
入力パルス速度 × ポート数 = ロータリスイッチS1の回転速度

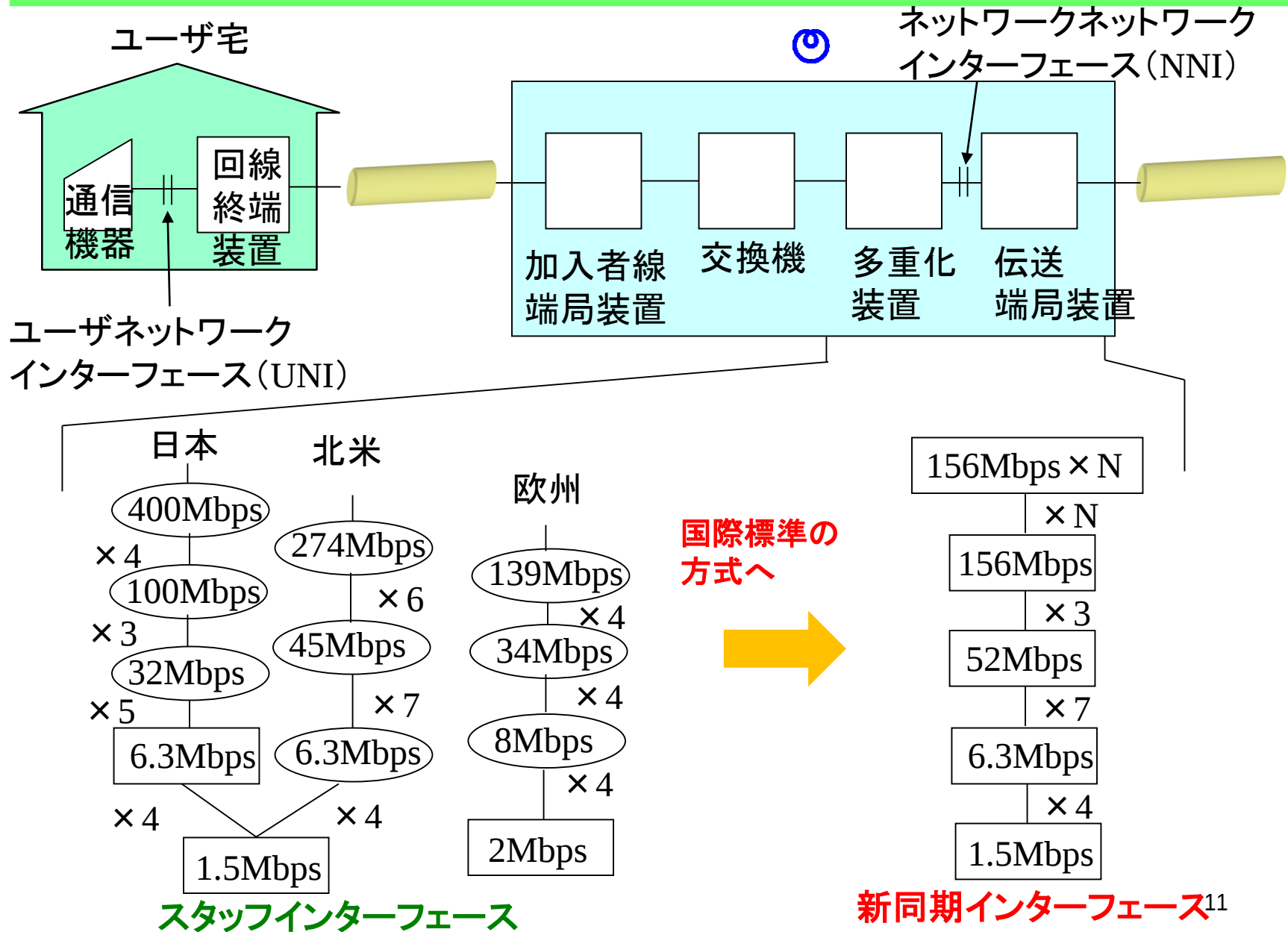
- ② 受信側のロータリスイッチS2がS1と同一速度・位相で回転するように、回転速度・位相情報を送信側から受信側に転送（フレーム同期）。



空間スイッチング

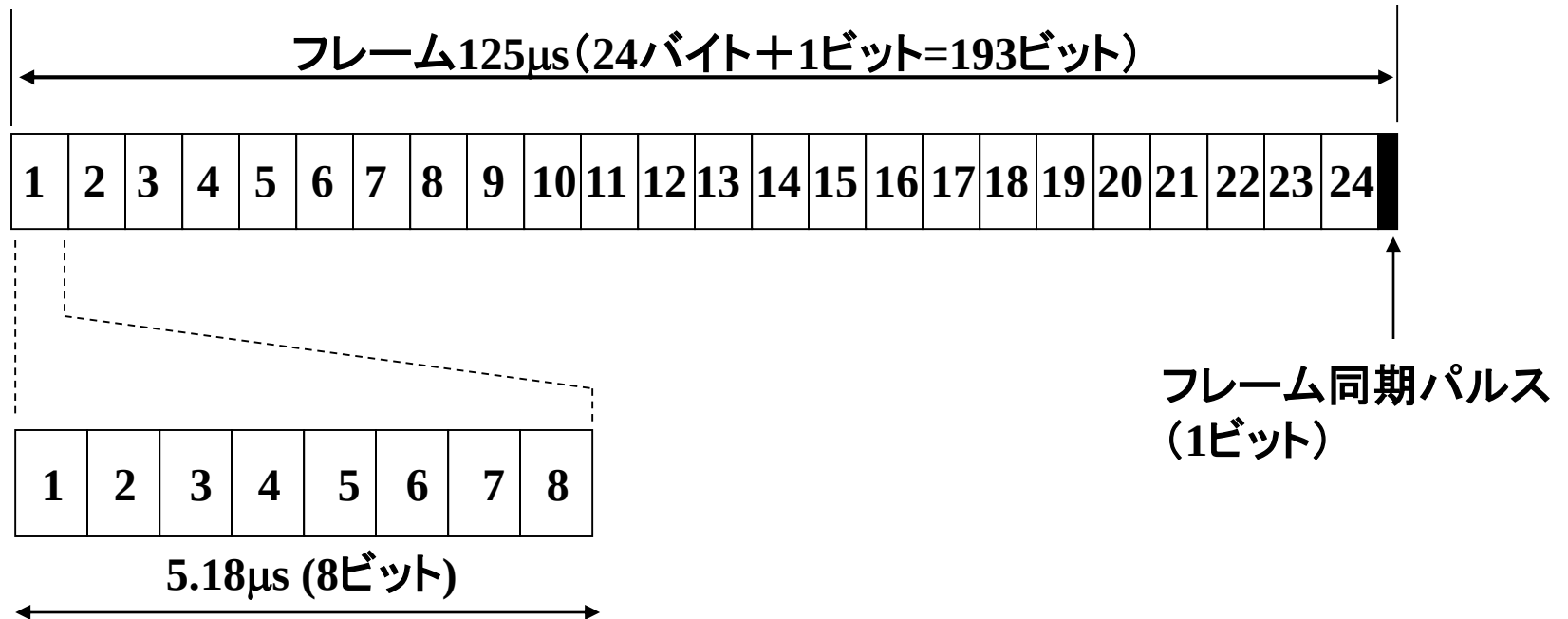
スイッチ拡張時のメモリサイズ・速度の限界により**空間スイッチ(Sスイッチ)**を組み合わせて拡張





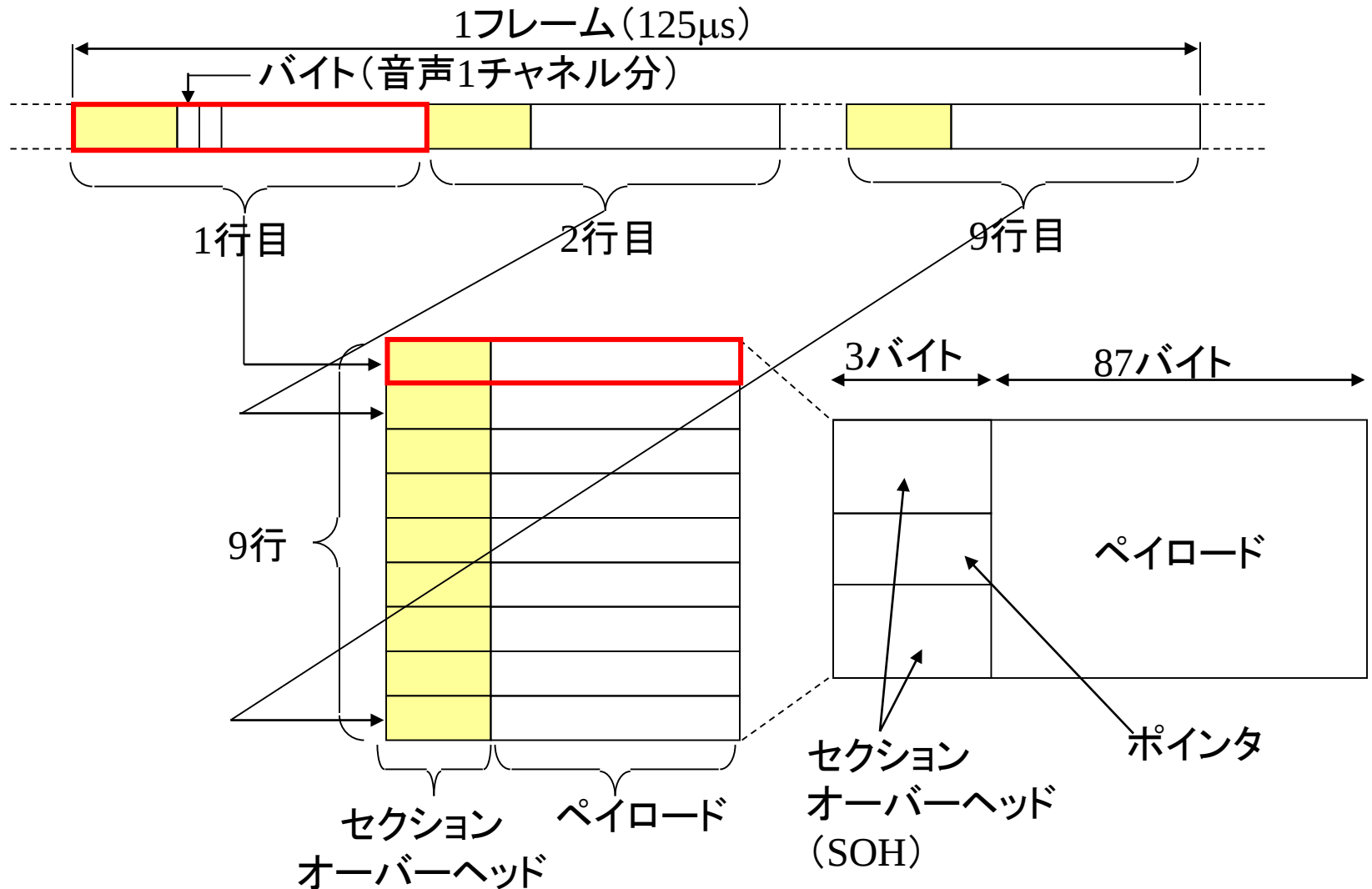
信号のフレーム構成

1.544Mbpsの信号フレーム構成



SDHインターフェースの表現方法 (STM-0)

STM-0(51.84Mbps)インターフェースのフレーム構成



$$90\text{バイト} \times 8\text{ビット} \times 9\text{行} / 125\mu\text{s} = 51.84\text{Mbps}$$

POH: Path Overhead
SOH: Section OH

C-11

箱に入れる

**VC-11
(POH付加)**

発送伝票を付ける

りんごをどういう順番で並べているかを
伝票に書き、蓋をする(ポイント)

TUG-21
| **×7**

紐で縛る

VC-3
(POH付加)
| × 3

貨車に行き先を書く(OH)

列車の何両目に載せるかを書く (ポイント)

STM-1 (SOH付加)

中継伝送
(155.52Mbps × N) STM-N



〇〇行

△△行

東京行



SOH x N

○○行

〇〇行

〇〇行

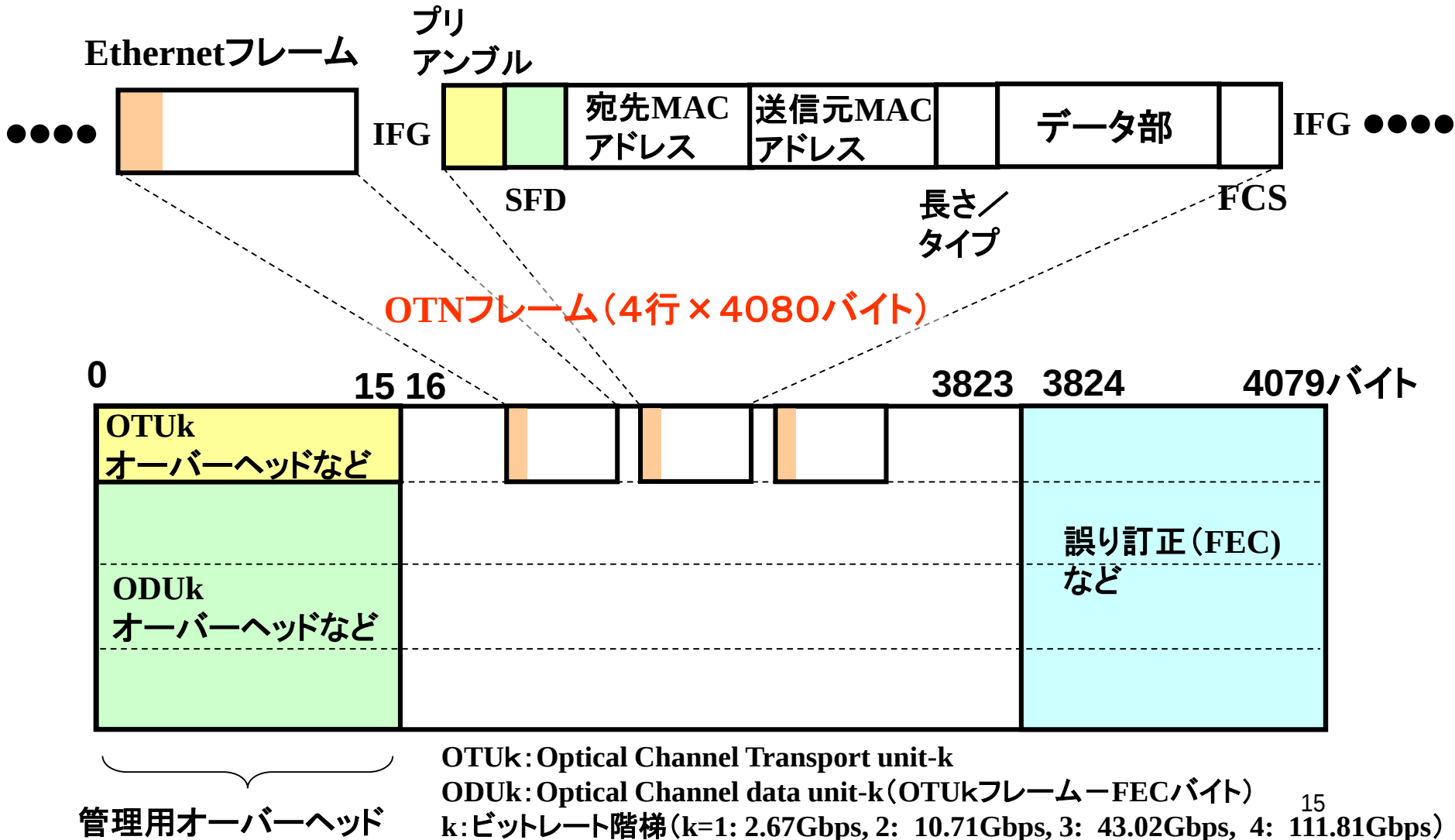
△△行

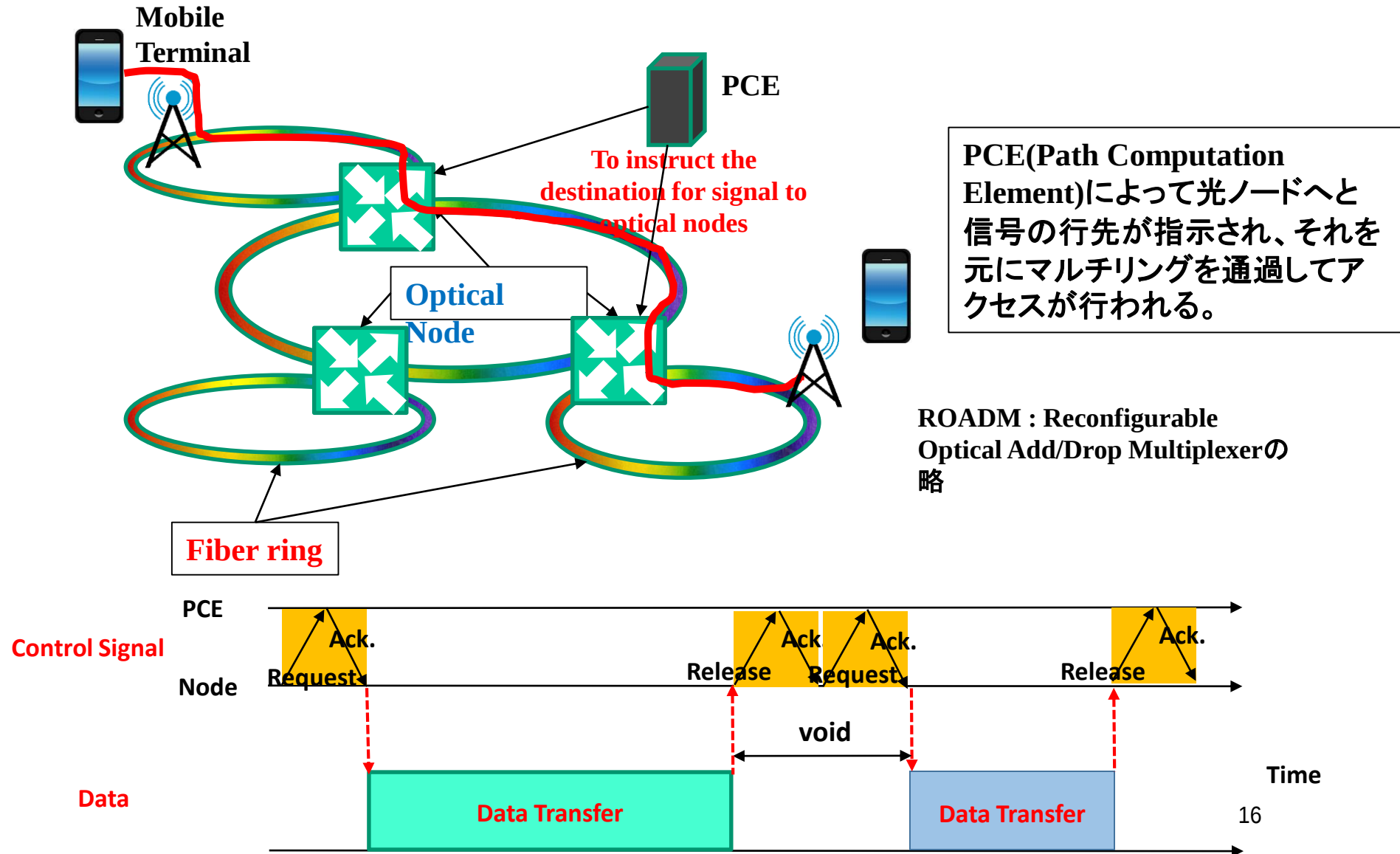
〇〇行

14

全サービスを収容するOTN (Optical Transport Network)

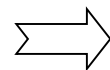
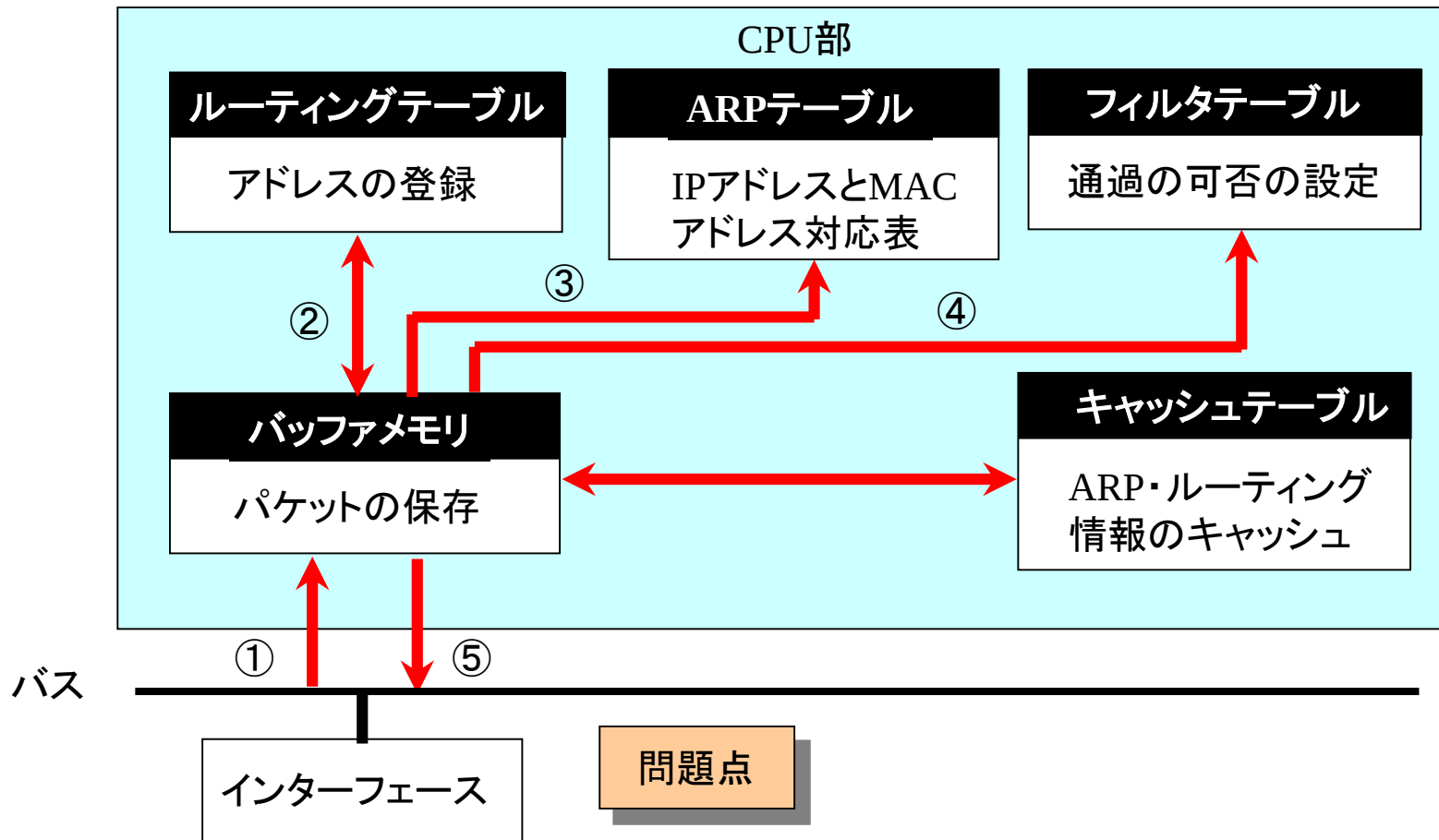
- 電話を基準にするSDHに対し、IP・Ethernetも統一的に扱える国際標準のフレーム
- ユーザデータを丸ごと包み込んで運ぶ「デジタル・ラッピング」





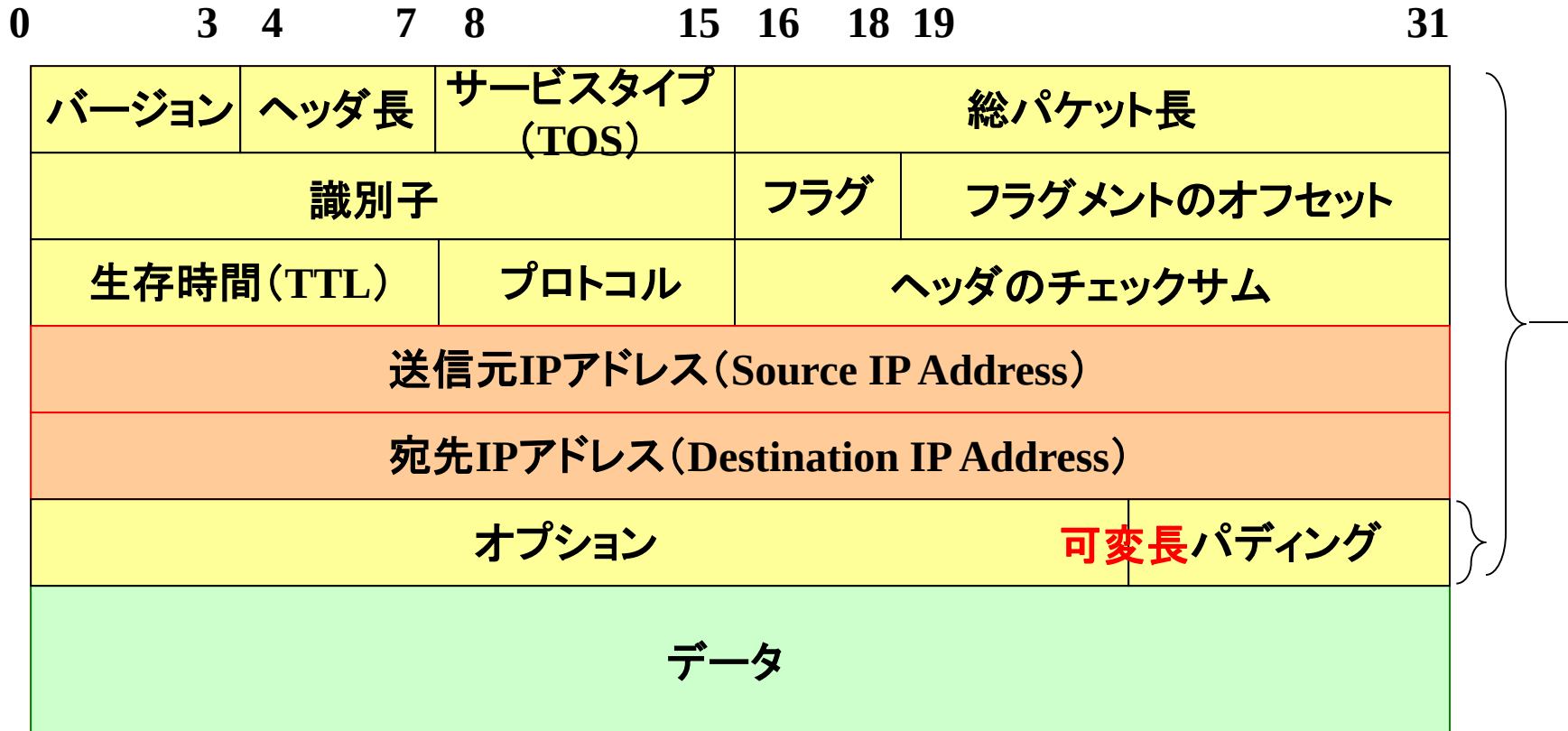
インターネットの packet 交換の担い手 — ルータの構成 —

ルータの構造

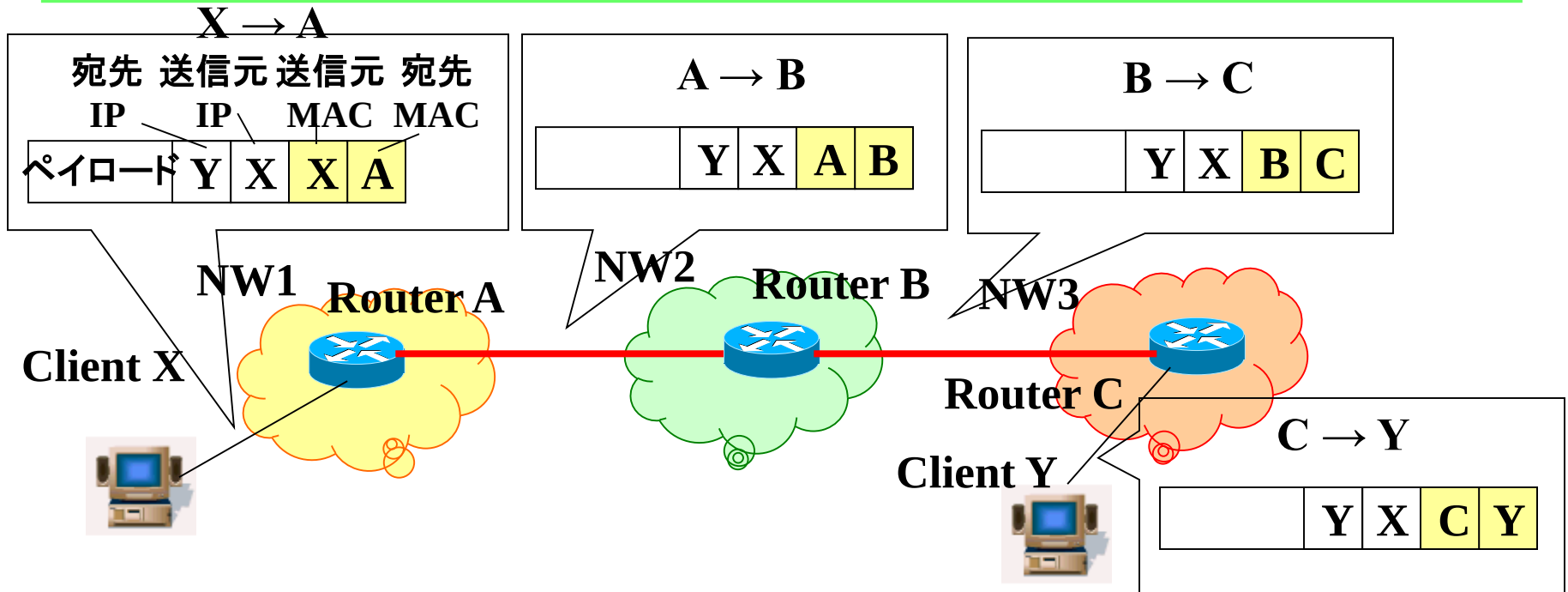


数10万～100万ppsの処理能力
(ギガビットEtherの転送能力以下)

インターネットのパケット構成 (Ethernetフレーム) ーIPv4ヘッダの構成ー



IPパケット転送の手順



Router Aの
ルーティングテーブル

宛先	ネクスト ホップ
NW1	Router A
NW2	Router B
NW3	Router B

Router Bの
ルーティングテーブル

宛先	ネクスト ホップ
NW1	Router A
NW2	Router B
NW3	Router C

Router Cの
ルーティングテーブル

宛先	ネクスト ホップ
NW1	Router B
NW2	Router B
NW3	Router C

光通信のビットレート・ 変調の基礎

● Baud Rate(ボーレート)

1秒間に**変復調する回数**(ボー:人名, シンボル=符号)

2値・4値。。。に係らず変復調の回数が同じであれば同じ数値
シンボルレートと基本は同じ

単位:[Baud], [symbol/s]

● Bit Rate(ビットレート)

1秒間に送受信する**データ量**

2値・4値。。。に応じて、同じボーレートでも送受信データ量は変化

2値変調(2ASK、BPSK):ビットレート=ボーレート

2^M値変調(2^MPSK, 2^MQAM):ビットレート=ボーレート×M

偏波直交では更に2倍となる。

単位:[bps], [bit/s]

ASK: **A**mplitude **S**hift **K**eying

PSK: **P**hase **S**hift **K**eying

QAM: **Q**uadrature **A**mplitude **M**odulation

1シンボル**2^M**種類の符号
→ Mビットの符号に対応
例) $16=2^4$



強度変調と位相変調

強度変調

ASK (Amplitude Shift Keying)

OOK (On-Off Keying)とも呼ばれる

振動波形は光の波長レベルでの振動

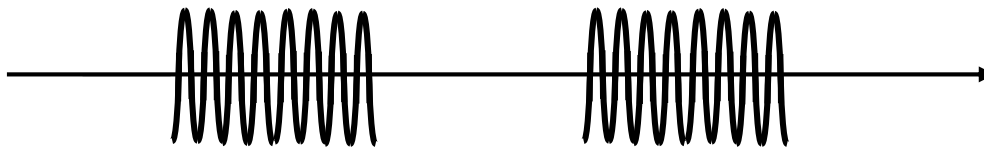
0 1 0 1 0

● 振幅の有無にビットを対応

● 振幅の大きさで多値化

(4ASK : 4値の場合

→ 2^2 なので2ビット1シンボル)

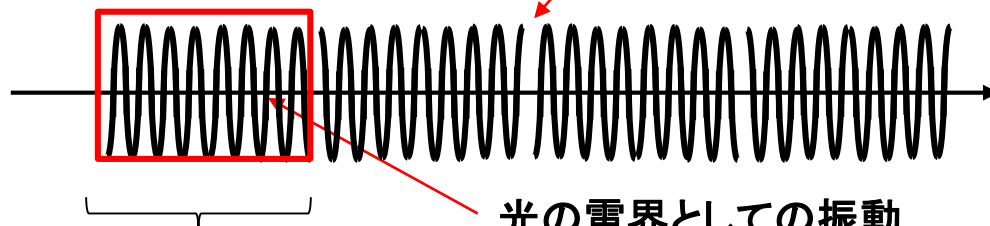


位相変調

PSK (Phase Shift Keying)

光の位相を切り替える

1 0 1 0



● ビットごとに位相を対応

● 位相の位置で多値化

(QPSK : $0, \pi/2, \pi, 3/2\pi$)

1シンボル(最小変調単位的时间幅)

変調信号の数式表現(1)

変調信号(電界成分)の一般的表記:

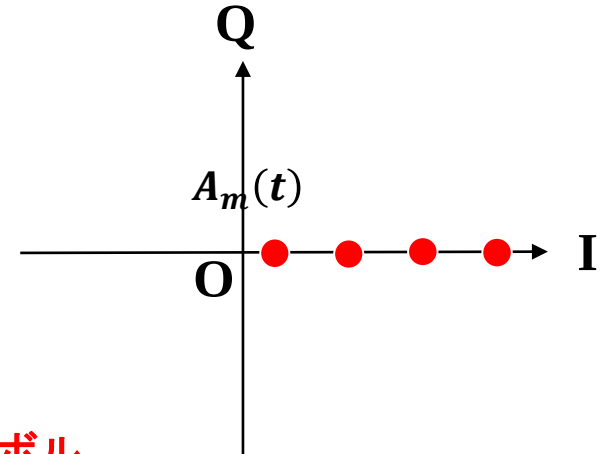
$$s(t) = A_m(t) \cos[2\pi f_c t + \theta_m(t)]$$

$A_m(t)$: 電界振幅

f_c : 搬送波周波数

$\theta_m(t)$: 位相

コンスタレーション



強度変調(MASK, PAMM):

 M 値($\log_2 M$ ビット)/シンボル

$A_m(t)$: 可変, $\theta_m(t)$: 定数

たとえば、

$$A_m(t) = 1 + A_m \cos[2\pi f_m t]$$



$$1 - A_m \sim 1 + A_m$$

の範囲で周期 f_m で
正弦波状に変化(アナログ)

$$A_m(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} A_i g(t - iT_m)$$


ここに1, 0などのビット系列(振幅)が入る



i はビット位置を表す変数。
 $g(t)$ は $t=0 \sim T_m = 1/f_m$
で振幅1, それ以外では0の
矩形波(デジタル)

変調信号の数式表現(2)

位相変調(MPSK):

└─ M値／シンボル

$$s(t) = A_m(t) \cos[2\pi f_c t + \theta_m(t)]$$

$A_m(t)$: 定数, $\theta_m(t)$: 可変

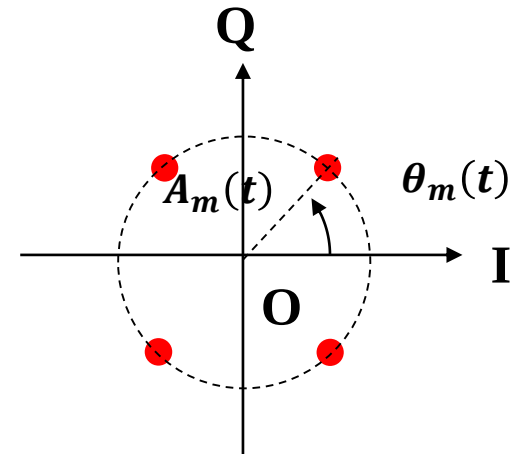
たとえば、

$$\theta_m(t) = A_m \cos[2\pi f_m t]$$

$$\theta_m(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \boxed{A_i} g(t - iT_m)$$

ここに位相の値(0, π など)
の数値列が入る

コンスタレーション



$-A_m \sim A_m$

の範囲で周期 f_m で
正弦波状に変化(アナログ)



i はビット位置を表す変数。
 $g(t)$ は $t=0 \sim T_m = 1/f_m$
で振幅1, それ以外では0の
矩形波

直交振幅変調

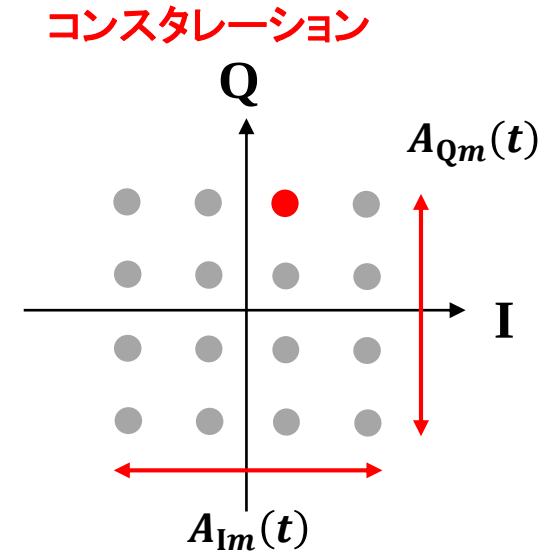
(Quadrature Amplitude Modulation, MQAM):

└─ M 値／シンボル

水平(同相)・垂直(直交位相)成分での表示

$$\begin{aligned} s(t) &= A_{Im}(t)\cos[2\pi f_c t] + A_{Qm}(t)\sin[2\pi f_c t] \\ &= \sqrt{(A_{Im}(t))^2 + (A_{Qm}(t))^2} \cos[2\pi f_c t - \varphi(t)] \end{aligned}$$

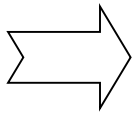
$$\varphi(t) = \tan^{-1} \left[\frac{A_{Qm}(t)}{A_{Im}(t)} \right]$$



偏波

光ファイバ中の偏波状態の変化

- 基本モード($HE_{1,1}$)は真円コアに対しては中心対称であり偏波状態は縮退する(伝搬定数が等しい)。
- 実際は製造上の非対称性、外部応力により直交偏波間に屈折率差を生ずる(複屈折性)。

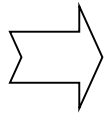


伝搬とともに直交偏波間に
遅延を生じ、偏波面が
直線→楕円→直線→楕円→
と変化

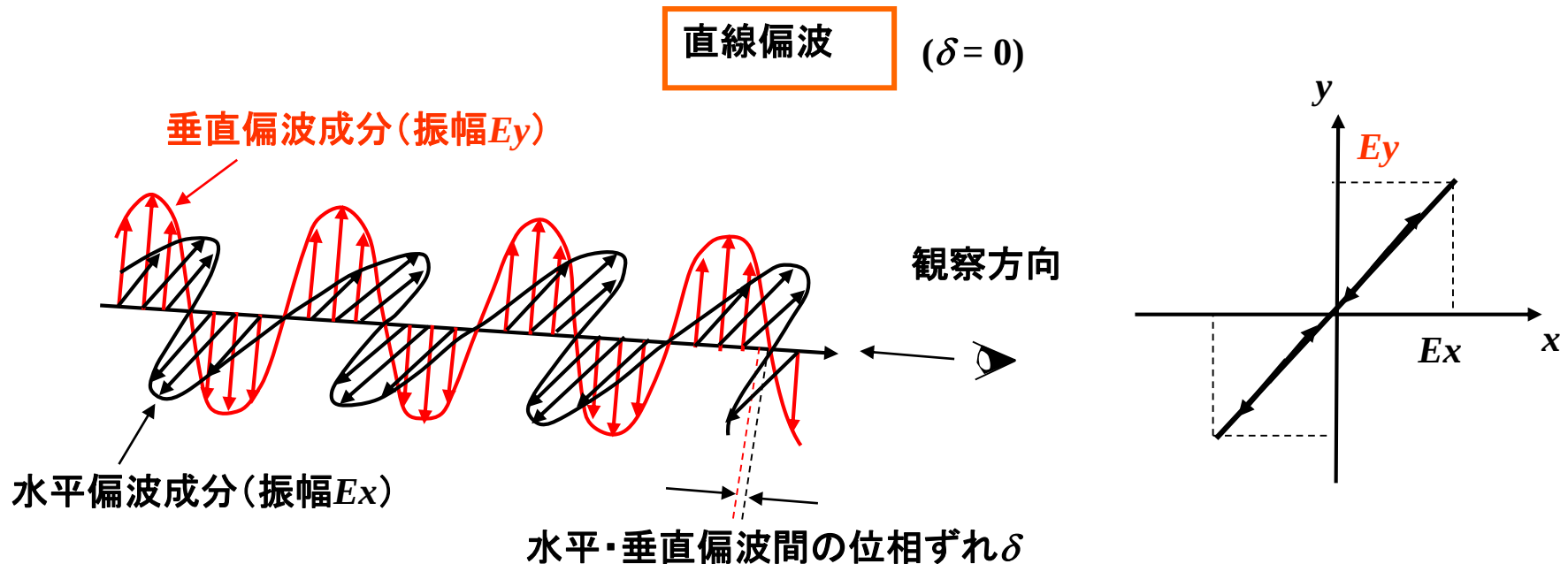
偏波の状態の表現方法(1)

- 直線偏波、円偏波、楕円偏波
- 右回り偏波、左回り偏波

光が進む方向から逆に観察したときに
電界の描く軌跡の形状、変化の方向



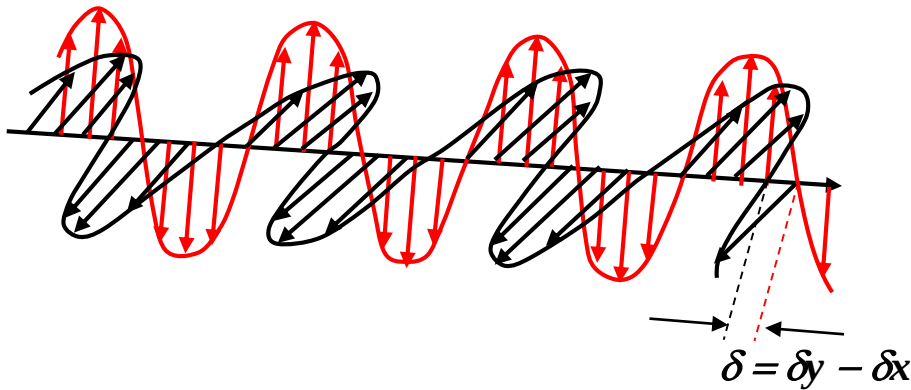
水平偏波・垂直偏波に分解したときの各偏波成分の振幅と位相ずれ
により偏波状態が決定される。



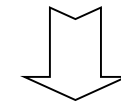
偏波の状態の表現方法(2)

楕円偏波

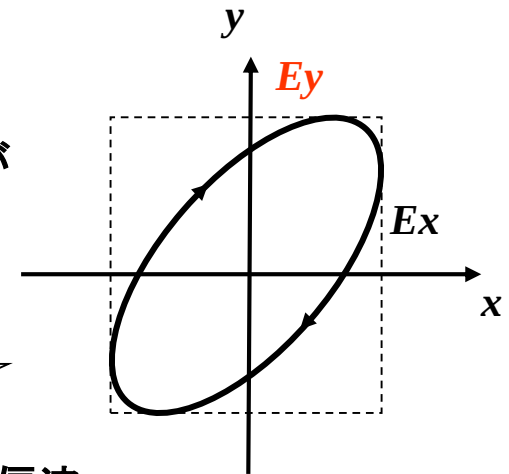
$0 < \delta < \pi$ (垂直偏波の位相が進む)



軌跡が
右回り



右回り楕円偏波



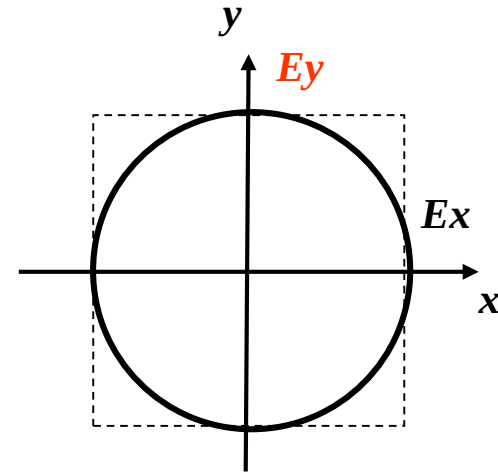
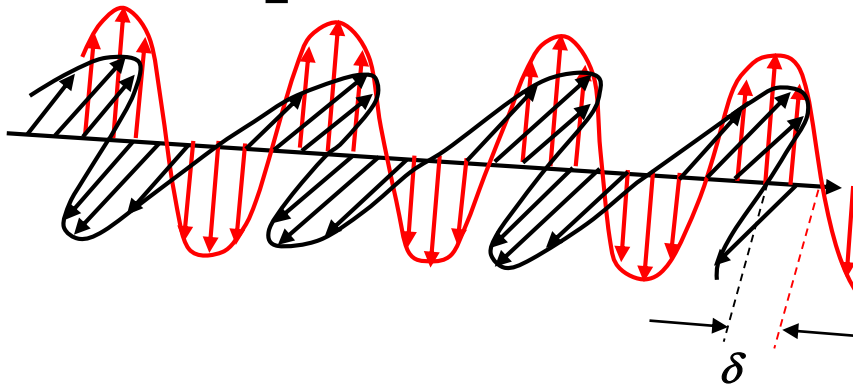
$-\pi < \delta < 0$ (垂直偏波の位相が遅れる)

: 左回り楕円偏波

偏波の状態の表現方法(3)

円偏波

$$\delta = \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{かつ} \quad E_x = E_y$$



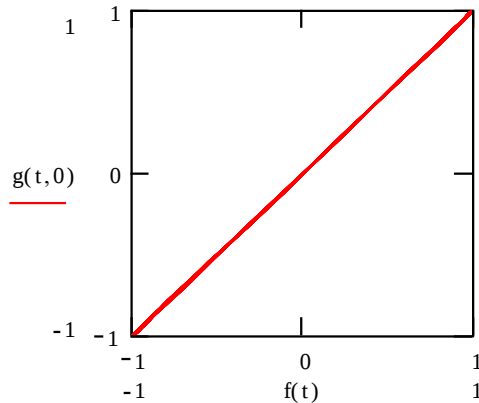
$$\delta = \frac{\pi}{2} \quad : \text{右回り円偏波}$$

$$\delta = -\frac{\pi}{2} \quad : \text{左回り円偏波}$$

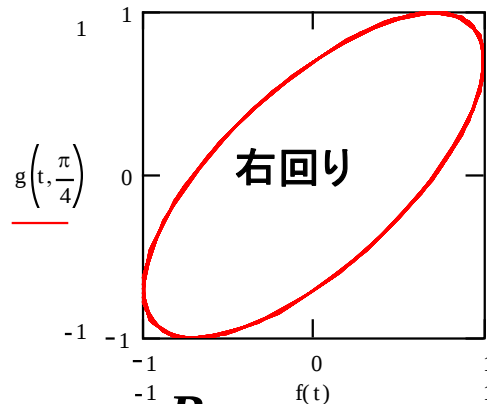
偏波間の位相ずれと偏波状態

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= A \cos \omega t \\ g(t) &= B \cos(\omega t + \delta) \end{aligned} \right\} \text{とおき、} t \text{ を変化させたときの } f(t) - g(t) \text{ の軌跡を計算}$$

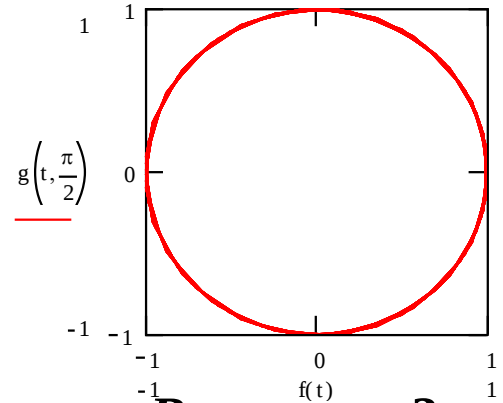
$$\frac{B}{A} = 1, \delta = 0$$



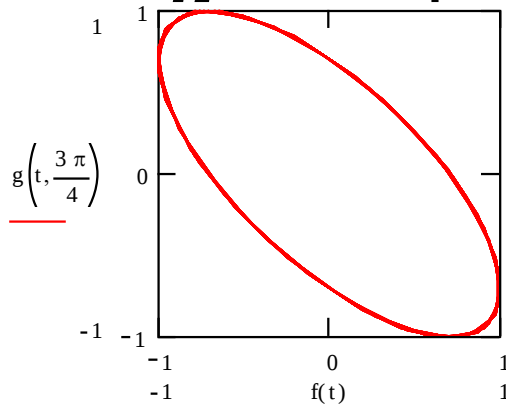
$$\frac{B}{A} = 1, \delta = \frac{\pi}{4}$$



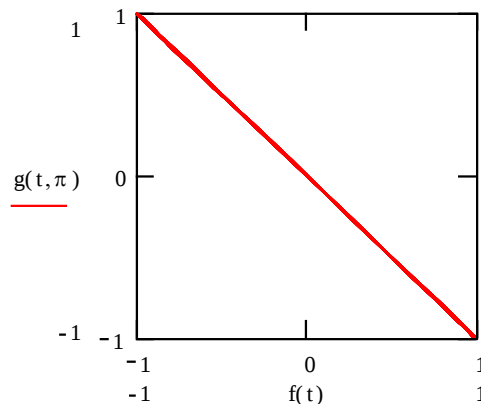
$$\frac{B}{A} = 1, \delta = \frac{\pi}{2}$$



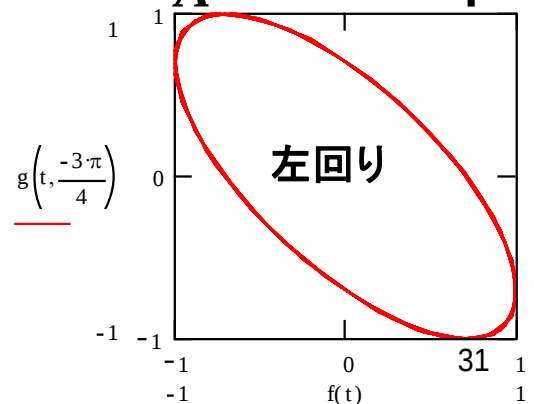
$$\frac{B}{A} = 1, \delta = \frac{3\pi}{4}$$



$$\frac{B}{A} = 1, \delta = \pi$$



$$\frac{B}{A} = 1, \delta = -\frac{3\pi}{4}$$



偏波状態の数式表現(1)

$$\left. \begin{aligned} E_x &= A_x \cos(\omega t - \beta z) & (1.1) \\ E_y &= A_y \cos(\omega t - \beta z + \delta) & (1.2) \end{aligned} \right\} \text{とおく。}$$

式(1.1)より、

$$\cos(\omega t - \beta z) = \frac{E_x}{A_x} \quad (1.3)$$

式(1.2)より、

$$\begin{aligned} E_y &= A_y \{ \cos(\omega t - \beta z) \cos \delta - \sin(\omega t - \beta z) \sin \delta \} \\ \sin(\omega t - \beta z) &= \frac{-\frac{E_y}{A_y} + \cos(\omega t - \beta z) \cos \delta}{\sin \delta} = \frac{-\frac{E_y}{A_y} + \frac{E_x}{A_x} \cos \delta}{\sin \delta} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$\cos^2(\omega t - \beta z) + \sin^2(\omega t - \beta z) = 1$ に式(1.3)、(1.4)を代入

偏波状態の数式表現(2)

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{-\frac{E_y}{A_y} + \frac{E_x}{A_x} \cos \delta}{\sin \delta}\right)^2 = 1$$

よって、

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos \delta = \sin^2 \delta \quad (1.5)$$

楕円の式

$\delta = 0$ のとき、

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right) = 0$$

$$\therefore E_y = \frac{A_y}{A_x} E_x \quad \text{直線偏波}$$

$\delta = \pi$ のとき、

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 + 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right) = 0$$

$$\therefore E_y = -\frac{A_y}{A_x} E_x \quad \text{直線偏波}$$

偏波状態の数式表現(3)

$$\delta = \frac{\pi}{2} \text{ のとき、 } \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 = 1 \quad \text{軸が水平・垂直方向を向いた楕円}$$

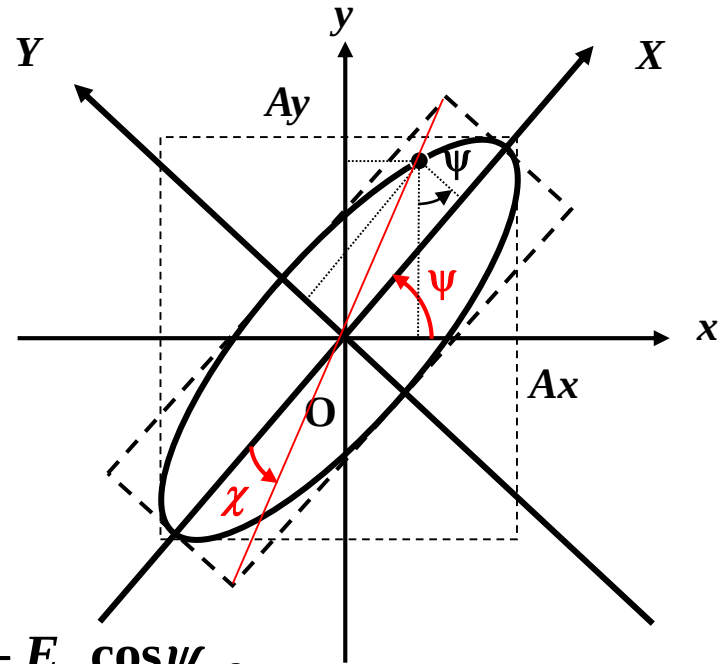
$$\delta = \frac{\pi}{2}, A_x = A_y \text{ のとき、 } E_x^2 + E_y^2 = A_x^2 \quad \text{円}$$

偏波状態の数式表現(4)

楕円が水平・垂直軸方向を向くように座標軸を回転させる。

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_x \cos \psi - E_y \sin \psi \\ E_y &= E_x \sin \psi + E_y \cos \psi \end{aligned} \right\} (1.6)$$

を式(1.5)に代入する。



$$\begin{aligned} & \left(\frac{E_x \cos \psi - E_y \sin \psi}{A_x} \right)^2 + \left(\frac{E_x \sin \psi + E_y \cos \psi}{A_y} \right)^2 \\ & - 2 \left(\frac{E_x \cos \psi - E_y \sin \psi}{A_x} \right) \left(\frac{E_x \sin \psi + E_y \cos \psi}{A_y} \right) \cos \delta = \sin^2 \delta \\ & \left(\frac{\cos^2 \psi}{A_x^2} + \frac{\sin^2 \psi}{A_y^2} - 2 \frac{\sin \psi \cos \psi \cos \delta}{A_x A_y} \right) E_x^2 + \left(\frac{\sin^2 \psi}{A_x^2} + \frac{\cos^2 \psi}{A_y^2} + 2 \frac{\sin \psi \cos \psi \cos \delta}{A_x A_y} \right) E_y^2 \\ & + 2 \left\{ \left(\frac{-1}{A_x^2} + \frac{1}{A_y^2} \right) \sin \psi \cos \psi + \frac{-\cos^2 \psi + \sin^2 \psi}{A_x A_y} \cos \delta \right\} E_x E_y = \sin^2 \delta \quad (1.7) \end{aligned}$$

偏波状態の数式表現(5)

座標変換後、 $E_x E_y$ 成分は0になるので、

$$\left(\frac{-1}{Ax^2} + \frac{1}{Ay^2}\right) \sin \psi \cos \psi + \frac{-\cos^2 \psi + \sin^2 \psi}{Ax Ay} \cos \delta = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{Ax^2 - Ay^2}{Ax^2 Ay^2} \right) \sin 2\psi - \frac{\cos 2\psi}{Ax Ay} \cos \delta = 0$$

$$\tan 2\psi = \frac{\sin 2\psi}{\cos 2\psi} = \frac{2Ax Ay \cos \delta}{Ax^2 - Ay^2}$$

$$\therefore \psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2Ax Ay \cos \delta}{Ax^2 - Ay^2} \right) \quad (1.9)$$

↑ 主に Ax, Ay の比率の影響を表す。

偏波状態の数式表現(6)

$$\left. \begin{aligned} E_X &= a \cos(\omega t - \beta z + \delta_0) \\ E_Y &= \pm b \sin(\omega t - \beta z + \delta_0) \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

とおく(X-Y軸が楕円の長軸・短軸に平行のため、式(1.5)の $\delta=\pi/2$ に相当し、 $\cos, \sin$ で表現した δ は同じとなる)。

式(1.6)より

$$\left. \begin{aligned} E_X &= E_x \cos \psi + E_y \sin \psi \\ E_Y &= -E_x \sin \psi + E_y \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

なので、式(1.1)、(1.2)、(1.10)、(1.11)より

$$\begin{aligned} a \cos(\omega t - \beta z + \delta_0) &= \{A_x \cos(\omega t - \beta z)\} \cos \psi + A_y \cos(\omega t - \beta z + \delta) \sin \psi \\ a \cos(\omega t - \beta z) \cos \delta_0 - a \sin(\omega t - \beta z) \sin \delta_0 &= A_x \cos(\omega t - \beta z) \cos \psi + A_y \cos(\omega t - \beta z + \delta) \sin \psi \\ &= A_x \cos(\omega t - \beta z) \cos \psi + A_y \{\cos(\omega t - \beta z) \cos \delta - \sin(\omega t - \beta z) \sin \delta\} \sin \psi \\ &= (A_x \cos \psi + A_y \sin \psi \cos \delta) \cos(\omega t - \beta z) - A_y \sin \psi \sin \delta \sin(\omega t - \beta z) \end{aligned}$$

任意の $\omega t - \beta z$ に対して成立するために、 $\cos(\omega t - \beta z)$, $\sin(\omega t - \beta z)$ の係数が等しいと考える。

偏波状態の数式表現(7)

$$a \cos \delta_0 = A_x \cos \psi + A_y \sin \psi \cos \delta \quad (1.12)$$

$$a \sin \delta_0 = A_y \sin \psi \cos \delta \quad (1.13)$$

また

$$\pm b \sin(\omega t - \beta z + \delta_0) = -A_x \cos(\omega t - \beta z) \sin \psi + A_y \cos(\omega t - \beta z + \delta) \cos \psi$$

$$\begin{aligned} \pm (b \sin(\omega t - \beta z) \cos \delta_0 + b \cos(\omega t - \beta z) \sin \delta_0) &= -A_x \sin \psi \cos(\omega t - \beta z) + A_y \{ \cos \delta \cos(\omega t - \beta z) - \sin \delta \sin(\omega t - \beta z) \} \cos \psi \\ &= (-A_x \sin \psi + A_y \cos \psi \cos \delta) \cos(\omega t - \beta z) - A_y \sin \delta \cos \psi \sin(\omega t - \beta z) \end{aligned}$$

$\cos(\omega t - \beta z)$, $\sin(\omega t - \beta z)$ の係数が等しいと考えて、

$$\pm b \cos \delta_0 = -A_y \sin \delta \cos \psi \quad (1.14)$$

$$\pm b \sin \delta_0 = -A_x \sin \psi + A_y \cos \psi \cos \delta \quad (1.15)$$

$$(1.12)^2 + (1.13)^2$$

$$a^2 (\cos^2 \delta_0 + \sin^2 \delta_0) = (A_x \cos \psi + A_y \sin \psi \cos \delta)^2 + (A_y \sin \psi \sin \delta)^2$$

$$a^2 = A_x^2 \cos^2 \psi + A_y^2 \sin^2 \psi + 2A_x A_y \sin \psi \cos \psi \cos \delta \quad (1.16)$$

$$(1.14)^2 + (1.15)^2$$

$$b^2 (\cos^2 \delta_0 + \sin^2 \delta_0) = (-A_y \cos \psi \sin \delta)^2 + (-A_x \sin \psi + A_y \cos \psi \cos \delta)^2$$

$$b^2 = A_x^2 \sin^2 \psi + A_y^2 \cos^2 \psi - 2A_x A_y \sin \psi \cos \psi \cos \delta \quad (1.17)$$

偏波状態の数式表現(8)

(1.16)+(1.17)より、

$$a^2 + b^2 = A_x^2 + A_y^2 \quad (1.18)$$

(1.12) × (1.14) + (1.13) × (1.15)

$$\begin{aligned} & \pm ab(\cos^2 \delta_0 + \sin^2 \delta_0) \\ &= (A_x \cos \psi + A_y \sin \psi \cos \delta)(-A_y \sin \delta \cos \psi) + (A_y \sin \delta \sin \psi)(-A_x \sin \psi + A_y \cos \psi \cos \delta) \\ &= -A_x A_y \sin \delta (\cos^2 \psi + \sin^2 \psi) \end{aligned}$$

$$\therefore \pm ab = -A_x A_y \sin \delta \quad (1.19)$$

$$(1.18) \div (1.19) \quad \therefore \frac{\pm ab}{a^2 + b^2} = -\frac{A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \sin \delta$$

$$\boxed{\tan \chi = \mp \frac{b}{a}} \quad \text{とおくと(ただし } -\frac{\pi}{4} \leq \chi \leq \frac{\pi}{4} \text{)、}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\mp ab}{a^2 + b^2} &= \mp \frac{\left(\frac{b}{a}\right)}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{\tan \chi}{1 + \tan^2 \chi} = \frac{\sin \chi \tan \chi}{\cos \chi} \cos^2 \chi \\ &= \sin \chi \cos \chi \end{aligned}$$

偏波状態の数式表現(9)

$$\frac{1}{2}\sin 2\chi = \frac{A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \sin \delta$$

$$\chi = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{2A_x A_y \sin \delta}{A_x^2 + A_y^2} \right)$$

よって、式(1.5)は以下のようにできる。

$$\frac{E_x^2}{A^2} + \frac{E_y^2}{B^2} = 1$$

ただし

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \cos \chi \\ B &= \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \sin \chi \\ \chi &= \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{2A_x A_y \sin \delta}{A_x^2 + A_y^2} \right) \end{aligned}$$

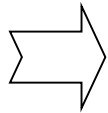
主に δ の影響を表す。
(1.20)

(参考)『光波工学』 栖原 敏明著 コロナ社

$-\frac{\pi}{4} \leq \chi < 0$ のとき $\delta < 0$ (左回り), $0 \leq \chi \leq \frac{\pi}{4}$ のとき $\delta \geq 0$ (右回り)

ストークスパラメータ

偏光状態は3つのパラメータ A_x , A_y , δ で表現されるが δ の直接的な観測が困難。

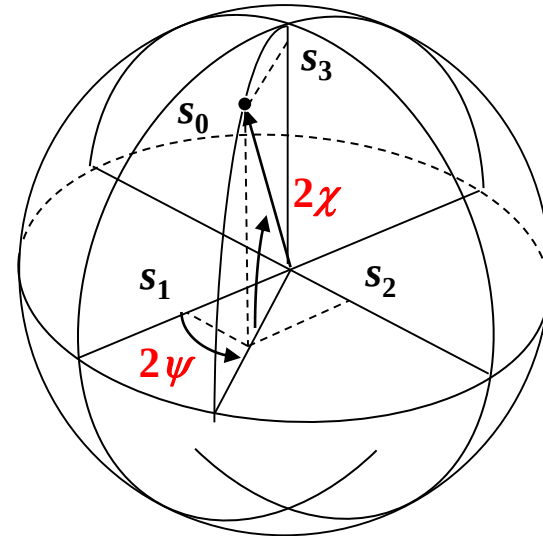


偏光子、波長板などで測定可能な値を用いた間接的な測定

$$\left. \begin{aligned} s_0 &= A_x^2 + A_y^2 \\ s_1 &= A_x^2 - A_y^2 \\ s_2 &= 2A_x A_y \cos \delta \\ s_3 &= 2A_x A_y \sin \delta \\ \text{ただし } s_0^2 &= s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 \end{aligned} \right\} (1.21)$$

式(1.9)、(1.20)、(1.21)より

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= s_0 \cos 2\chi \cos 2\psi \\ s_2 &= s_0 \cos 2\chi \sin 2\psi \\ s_3 &= s_0 \sin 2\chi \end{aligned} \right\} (1.22)$$



s_0 : 光パワーに比例

2ψ : 電界の長短軸の傾き (= 偏光子透過光パワー最大の角度)

2χ : 楕円率 (= 偏光子透過光パワー最大と最小の比の正接)

観測可能

ポアンカレ球

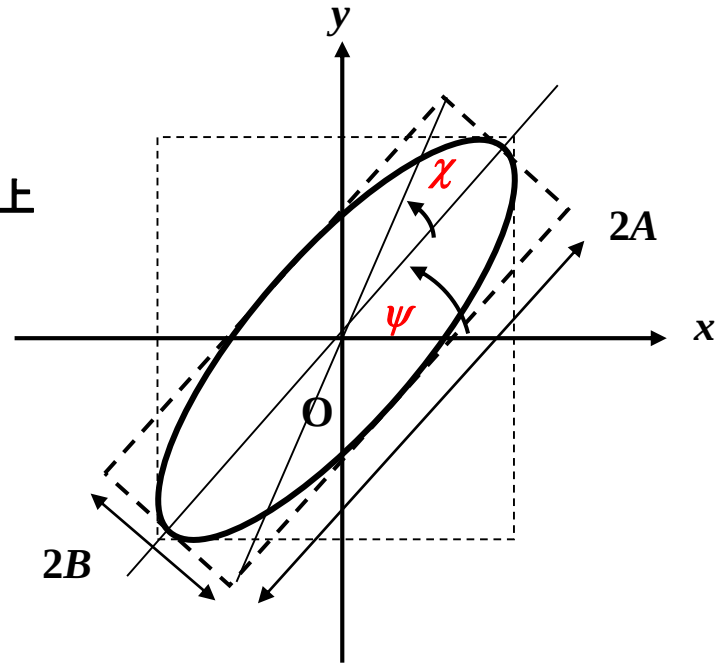
楕円の主軸が水平軸となす角 ψ と

$|\chi| = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$ をパラメータとして球面上

に偏波状態を表す。

右回り円偏波

$$\chi = 45^\circ, \psi = \text{arb.}$$



垂直直線偏波

$$\chi = 0^\circ, \psi = 90^\circ$$

水平直線偏波

$$\chi = 0^\circ, \psi = 0^\circ$$

左回り円偏波

$$\chi = -45^\circ, \psi = \text{arb.}$$

