

第4回

光変調符号

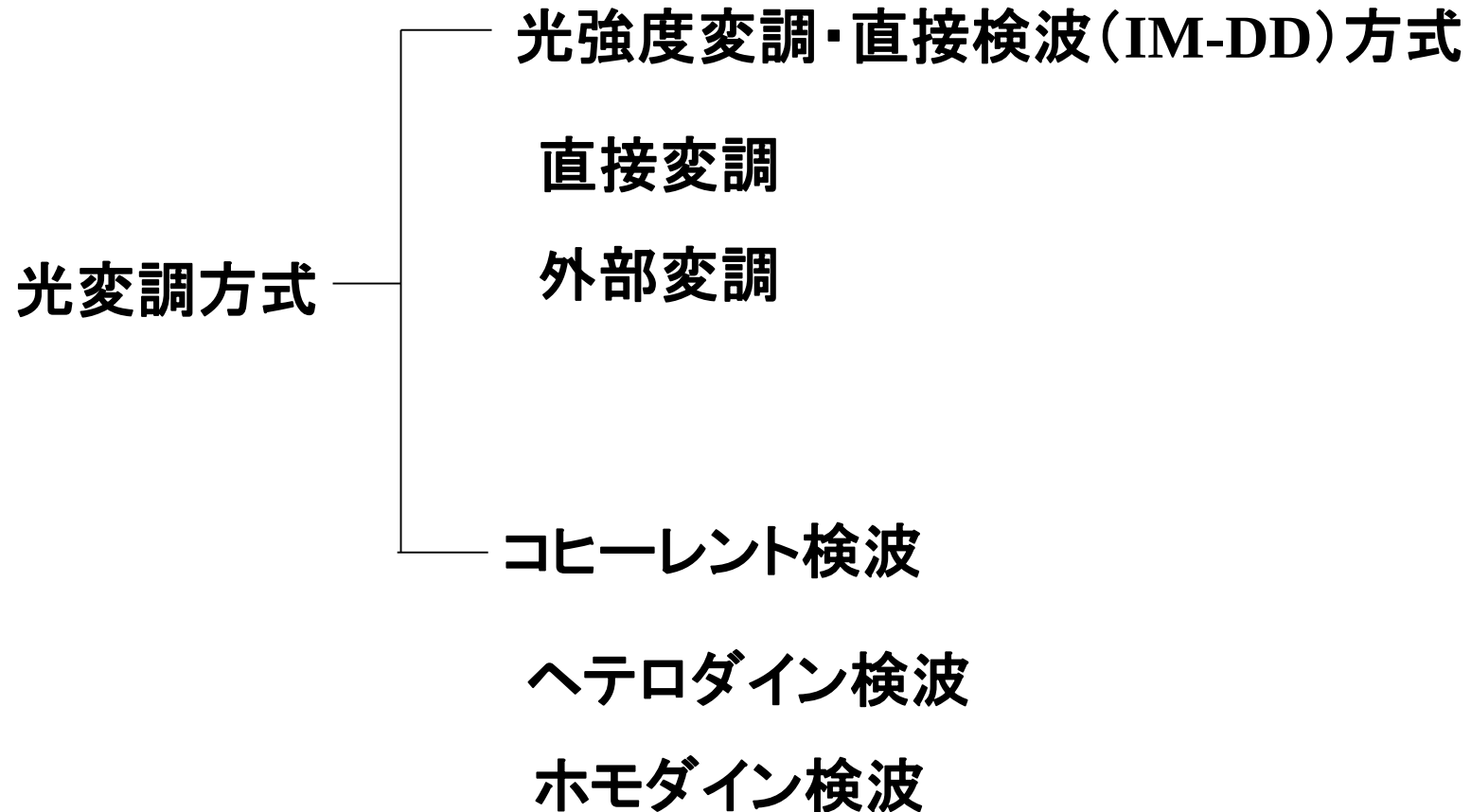
講義スケジュール(1)

植之原	日付	教科書	内容
第1回	11/29	OCW-i掲載資料(第1回)の精読と理解	光通信システム(基礎的なこと)
第2回	12/ 3	OCW-i掲載資料(第2回)の精読と理解	光通信システム (長距離海底系, コア・メトロ系)
第3回	12/ 6	OCW-i掲載資料(第3回)の精読と理解	光通信システム (アクセス系・データセンタネットワーク系)
第4回	12/10	OCW-i掲載資料(第4回)の精読・PN符号の説明	光変調符号
第5回	12/13	OCW-i掲載資料(第5回)の精読・信号の数式・スペクトル表現	光変復調技術(強度変調・位相変調)
第6回	12/17	OCW-i掲載資料(第6回)の精読・機能ブロックの理解	光変復調技術 (デジタル・コヒーレント関連技術)
第7回	12/20	OCW-i掲載資料(第7回)の精読・波動方程式の解法・モードの理解	光ファイバのモード特性(波動方程式)
第8回	12/24	OCW-i掲載資料(第8回)の精読・分散と帯域の関係式	ファイバの伝送特性(分散・分散伝送限界)

講義スケジュール(2)

小山	日付	教科書	内容
第9回	1/7	OCW-i掲載資料(第9回)の精読・分散補償の概念の理解	ファイバの伝送特性(分散補償技術)
第10回	1/10	OCW-i掲載資料(第10回)の精読・動作原理の説明	光増幅器
第11回	1/17	OCW-i掲載資料(第11回)の精読・ビット誤り率の計算	ビット誤り率(強度変調・直接検波)
第12回	1/21	OCW-i掲載資料(第12回)の精読・ビット誤り率の相対比較	ビット誤り率 (コヒーレント、多値変調、光増幅)
第13回	1/24	OCW-i掲載資料(第13回)の精読・WDMの性能的課題	波長多重(WDM)伝送 (分散マネジメント技術)
第14回	1/28	OCW-i掲載資料(第14回)の精読・WDMの変調方式による性能差の理解	波長多重(WDM)伝送(変調技術)
第15回	1/31	OCW-i掲載資料(第15回)の精読・理解	光スイッチング技術・ 最新の光通信関連技術

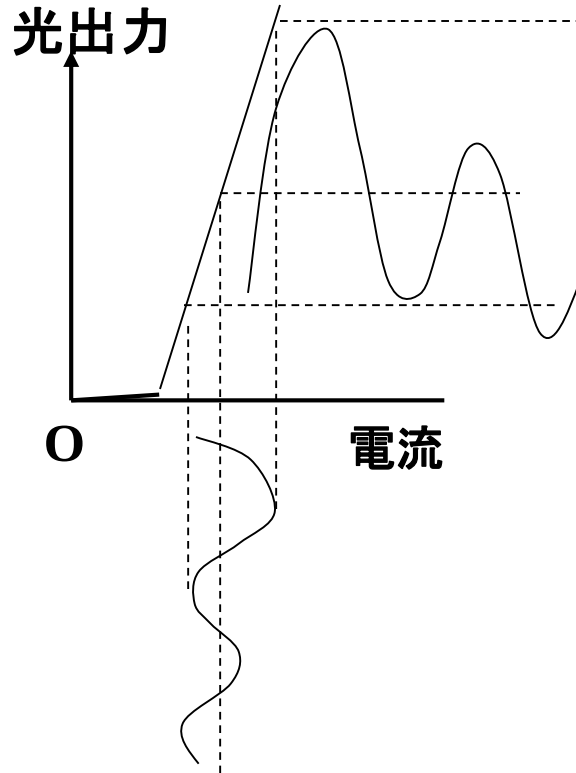
光信号の変調方式の種類



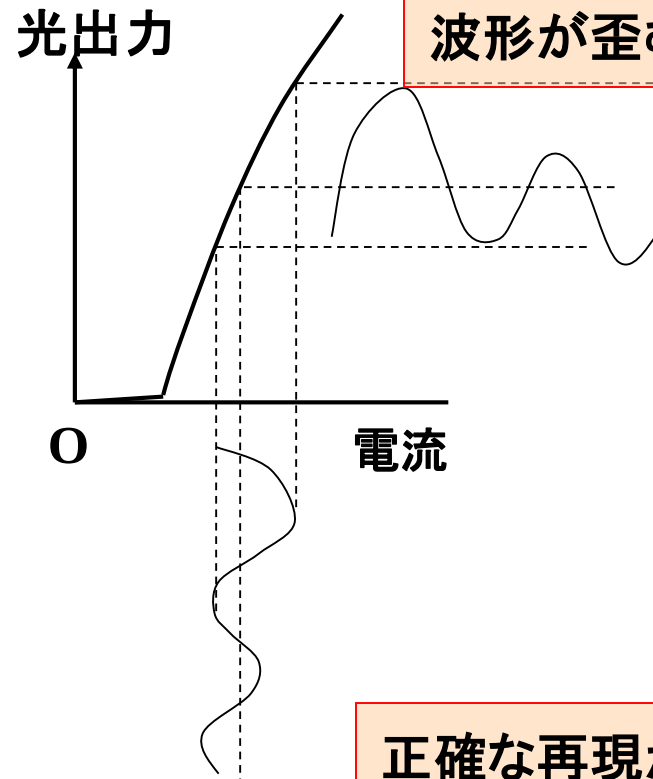
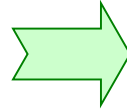
変調符号と変調信号 (バイナリ符号)

デジタル方式の利点

アナログ方式

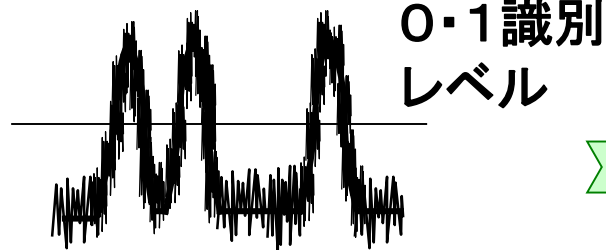


線形性の
劣化

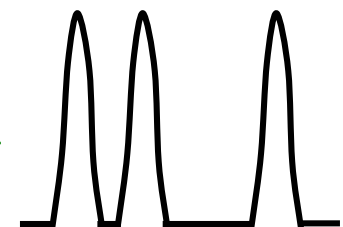


高出力側の
波形が歪む

デジタル方式

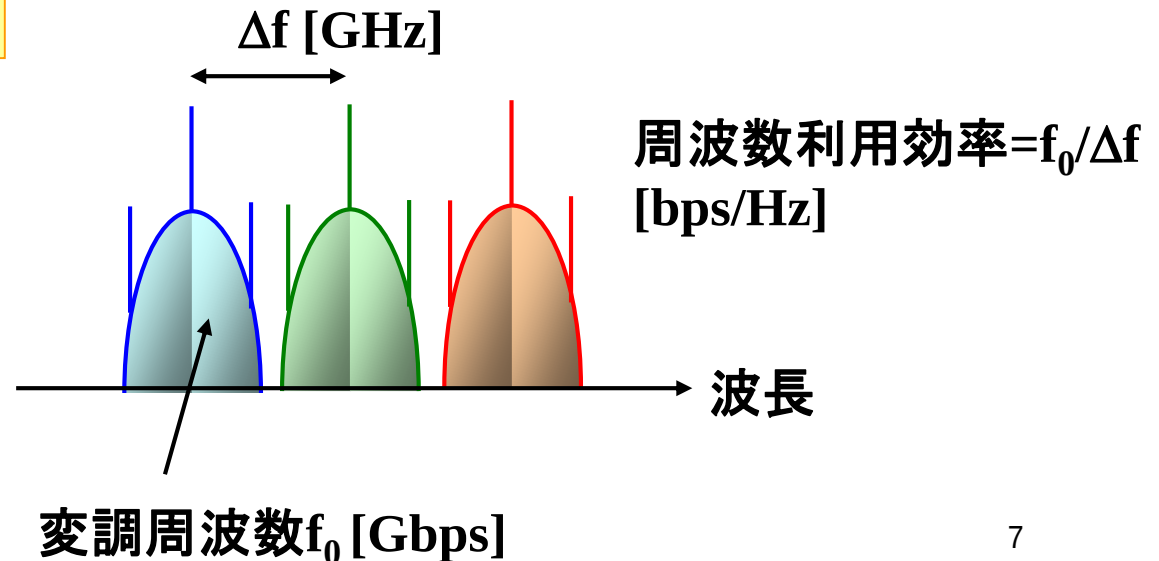
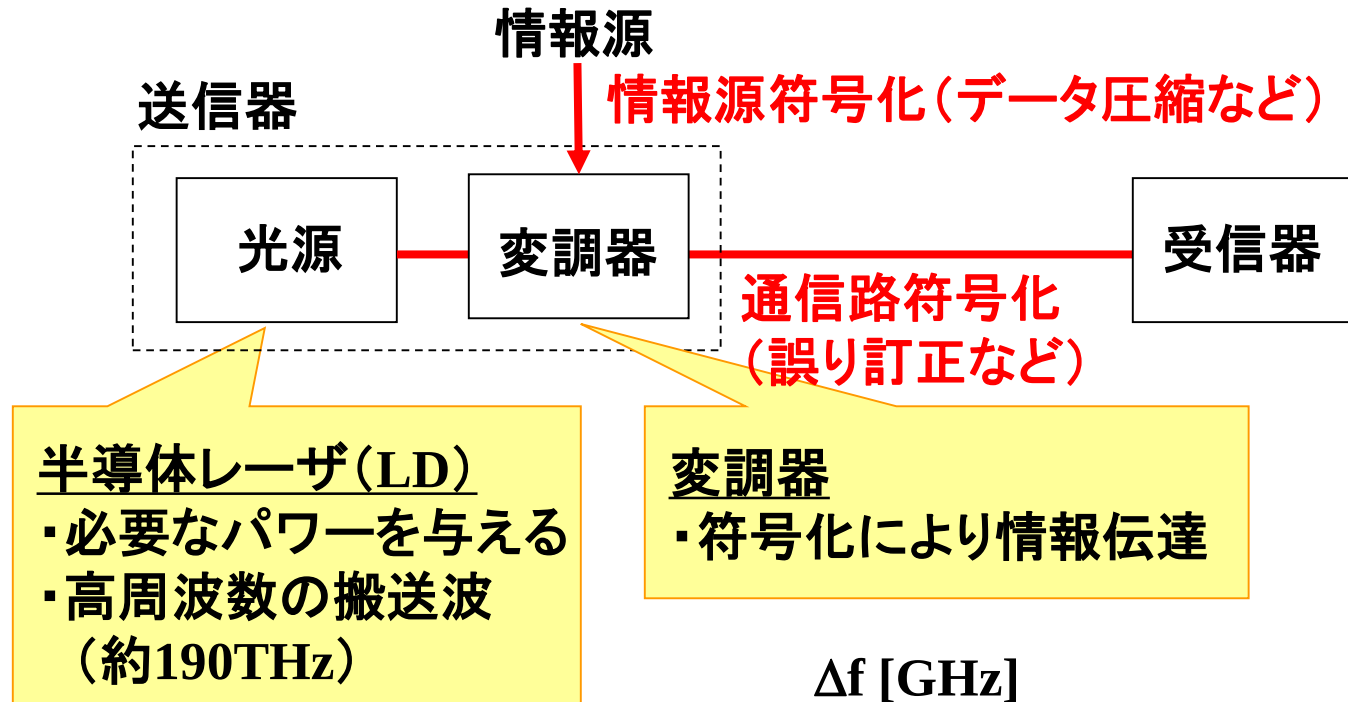


0・1 識別
レベル



正確な再現が可能

信号伝送における送信の役割



変調信号の数式表現(1)

変調信号(電界成分)の一般的表記:

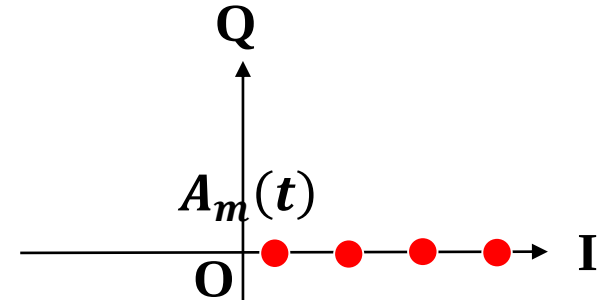
$$s(t) = A_m(t) \cos[2\pi f_c t + \theta_m(t)]$$

$A_m(t)$: 電界振幅

f_c : 搬送波周波数

$\theta_m(t)$: 位相

コンスタレーション



強度変調(MASK, PAMM):

M 値($\log_2 M$ ビット)/シンボル

$A_m(t)$: 可変, $\theta_m(t)$: 定数

たとえば、

$$A_m(t) = 1 + A_m \cos[2\pi f_m t] \longrightarrow 1 - A_m \sim 1 + A_m$$

の範囲で周期 f_m で
正弦波状に変化(アナログ)

$$A_m(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \boxed{A_i} g(t - iT_m) \longrightarrow i \text{ はビット位置を表す変数。}$$

ここに1, 0などのビット系列(振幅)が入る

$g(t)$ は $t=0 \sim T_m = 1/f_m$ で振幅1, それ以外では0の矩形波(デジタル)

変調信号の数式表現(2)

位相変調(MPSK):

└ M 値($\log_2 M$ ビット) / シンボル

$$s(t) = A_m(t) \cos[2\pi f_c t + \theta_m(t)]$$

$A_m(t)$: 定数, $\theta_m(t)$: 可変

たとえば、

$$\theta_m(t) = A_m \cos[2\pi f_m t]$$



$$-A_m \sim A_m$$

の範囲で周期 f_m で
正弦波状に変化(アナログ)

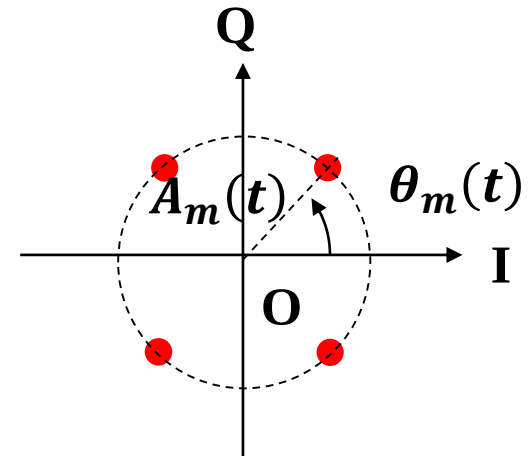
$$\theta_m(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \boxed{A_i} g(t - iT_m)$$



i はビット位置を表す変数。
 $g(t)$ は $t=0 \sim T_m = 1/f_m$
で振幅1, それ以外では0の
矩形波

ここに位相の値($0, \pi$ など)
の数値列が入る

コンスタレーション



QPSK変復調

● Quadrature Phase Shift Keying (QPSK)

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T_b}} \cos\left(2\pi f_c t + \boxed{(2i-1)\frac{\pi}{4}}\right) \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

(i = 1, 2, 3, 4) 位相変調の項 QPSK送信機

(f_c : 搬送波周波数 = N/T_b , N は整数と仮定)

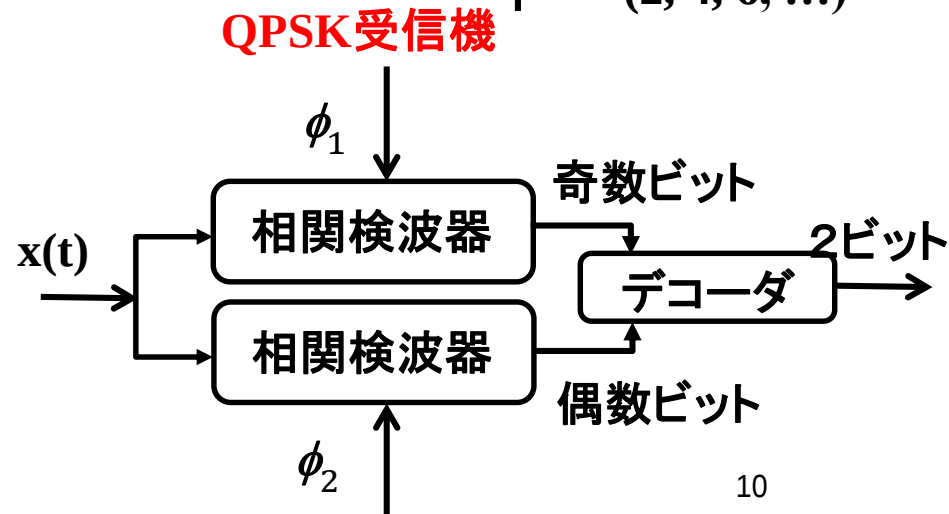
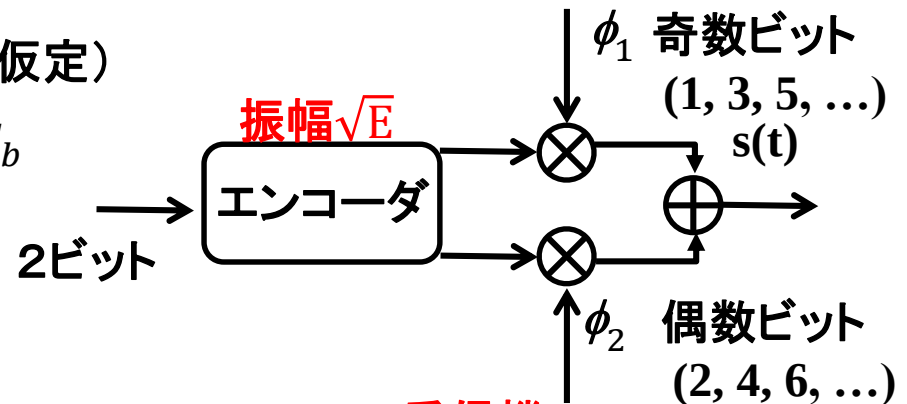
E : シンボルあたりのエネルギー = $2E_b$

● Gray符号

1ビットのみの変化で
隣接状態間の遷移
を表現可能

状態 <i>i</i>	送信ビット	位相
1	11	$\pi/4$
2	01	$3\pi/4$
3	00	$5\pi/4$
4	10	$7\pi/4$

cosの正負 sinの正負



信号空間解析(コンスタレーション)

● 単位直交基底パルス

$$s_i(t) = \sqrt{E} \left[\phi_1(t) \cos \left((2i-1) \frac{\pi}{4} \right) + \phi_2(t) \sin \left((2i-1) \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

同相成分

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_c t)$$

直交位相成分

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \left[\cos \left(2\pi f_c t + \frac{\pi}{2} \right) \right] = -\sqrt{\frac{2}{T_b}} \sin(2\pi f_c t)$$

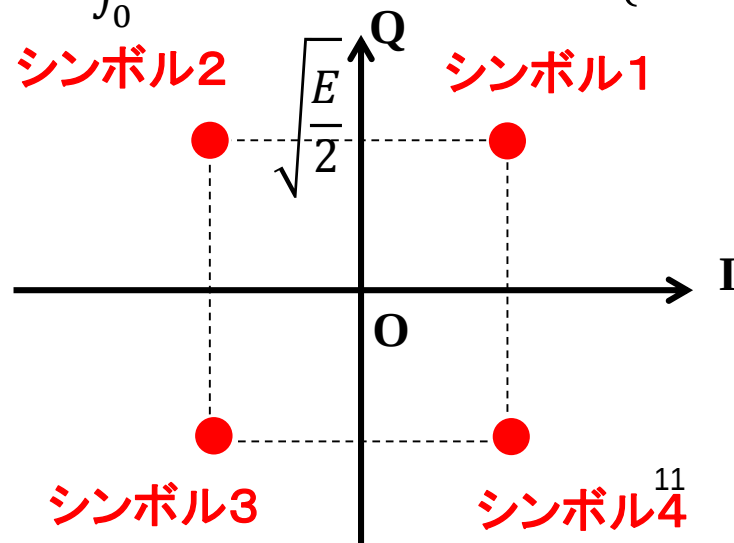
$$\int_0^{T_b} \phi_1^2(t) dt = 1, \int_0^{T_b} \phi_2^2(t) dt = 1$$

● 相関検波出力

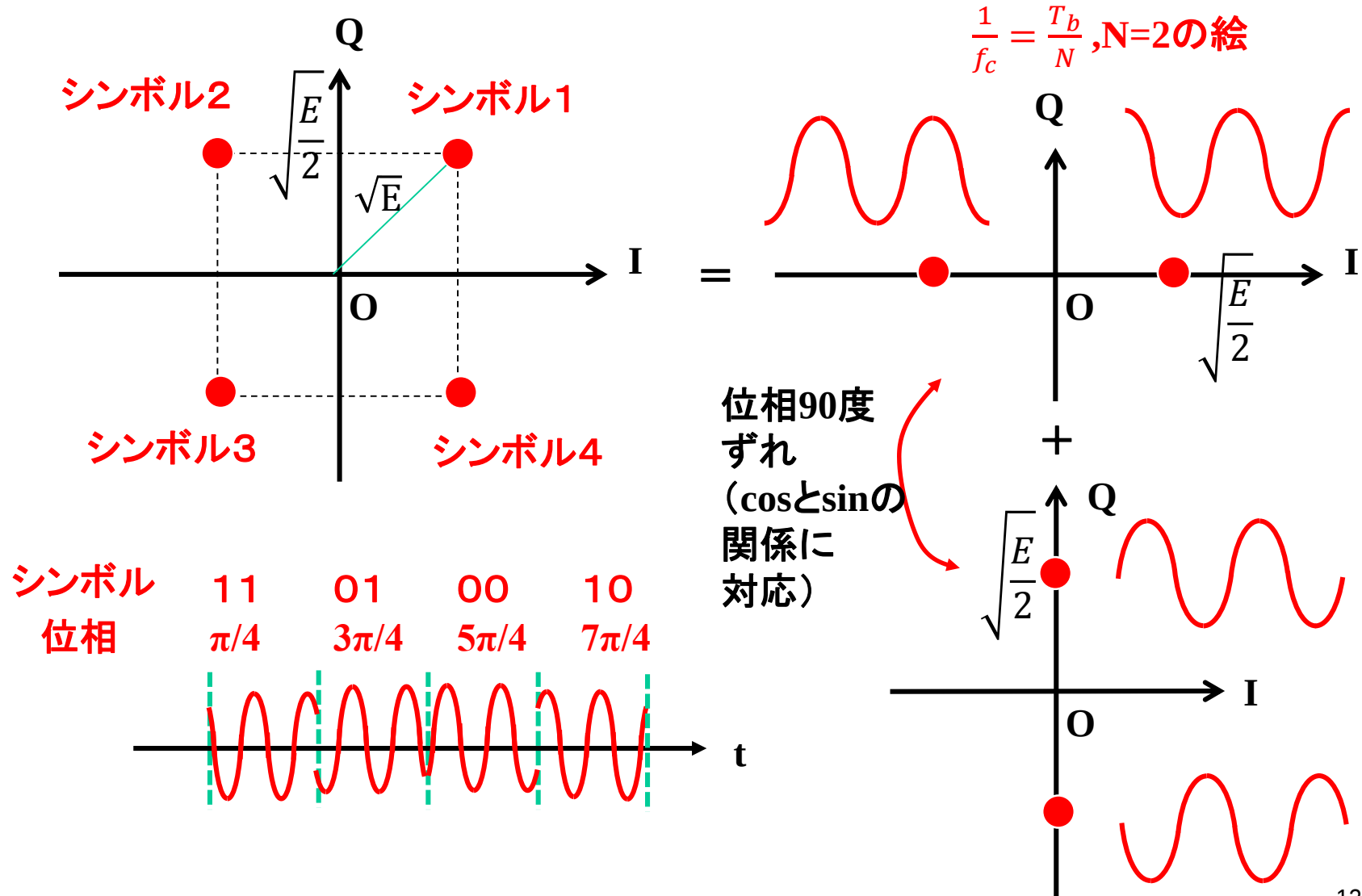
$$s_1 = \int_0^{T_b} s_i(t) \phi_1(t) dt = \sqrt{E} \cos \left\{ (2i-1) \frac{\pi}{4} \right\}$$

$$s_2 = \int_0^{T_b} s_i(t) \phi_2(t) dt = \sqrt{E} \sin \left\{ (2i-1) \frac{\pi}{4} \right\}$$

状態 <i>i</i>	位相	同相 <i>s</i> ₁	直交位相 <i>s</i> ₂
1	$\pi/4$	$+\sqrt{E/2}$ 1	$+\sqrt{E/2}$ 1
2	$3\pi/4$	$-\sqrt{E/2}$ 0	$+\sqrt{E/2}$ 1
3	$5\pi/4$	$-\sqrt{E/2}$ 0	$-\sqrt{E/2}$ 0
4	$7\pi/4$	$+\sqrt{E/2}$ 1	$-\sqrt{E/2}$ 0



信号空間解析(コンスタレーション)



直交振幅変調

(Quadrature Amplitude Modulation, MQAM):

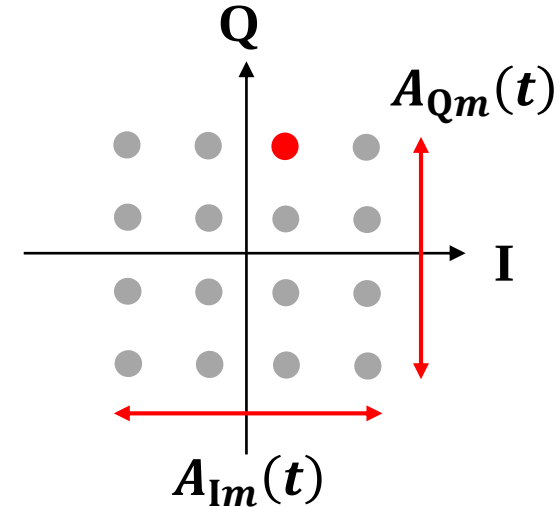
M 値 ($\log_2 M$ ビット) / シンボル

水平(同相)・垂直(直交位相)成分での表示

$$\begin{aligned} s(t) &= A_{Im}(t) \cos[2\pi f_c t] + A_{Qm}(t) \sin[2\pi f_c t] \\ &= \sqrt{(A_{Im}(t))^2 + (A_{Qm}(t))^2} \cos[2\pi f_c t - \varphi(t)] \end{aligned}$$

$$\varphi(t) = \tan^{-1} \left[\frac{A_{Qm}(t)}{A_{Im}(t)} \right]$$

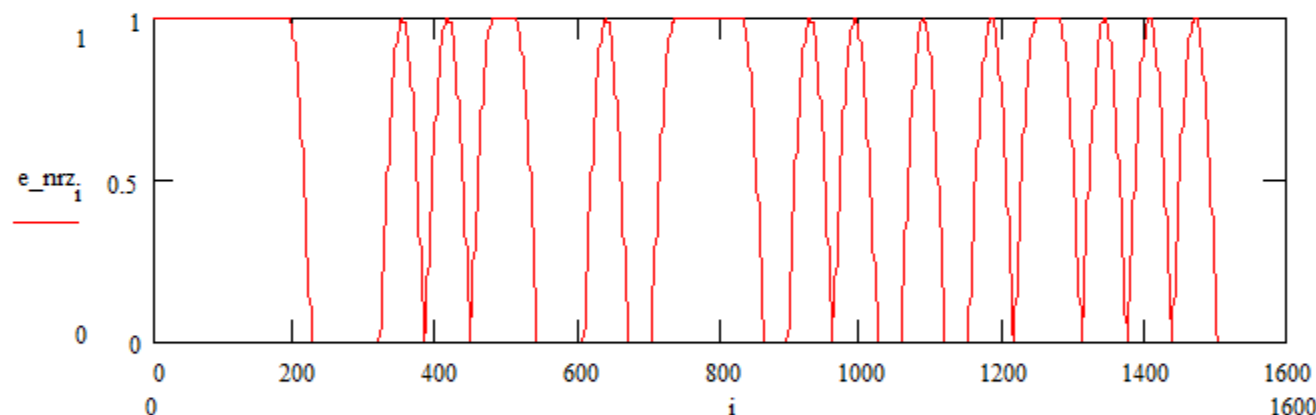
コンスタレーション



M系列(Maximal-length linear shift register sequences, M-sequences)とは？

- 擬似ランダム符号(Pseudo random code, PN code)の一種
- 符号長 m のM系列の周期: $2^m - 1$ (m 次M系列と呼ぶ)

符号長7のM系列の解析例

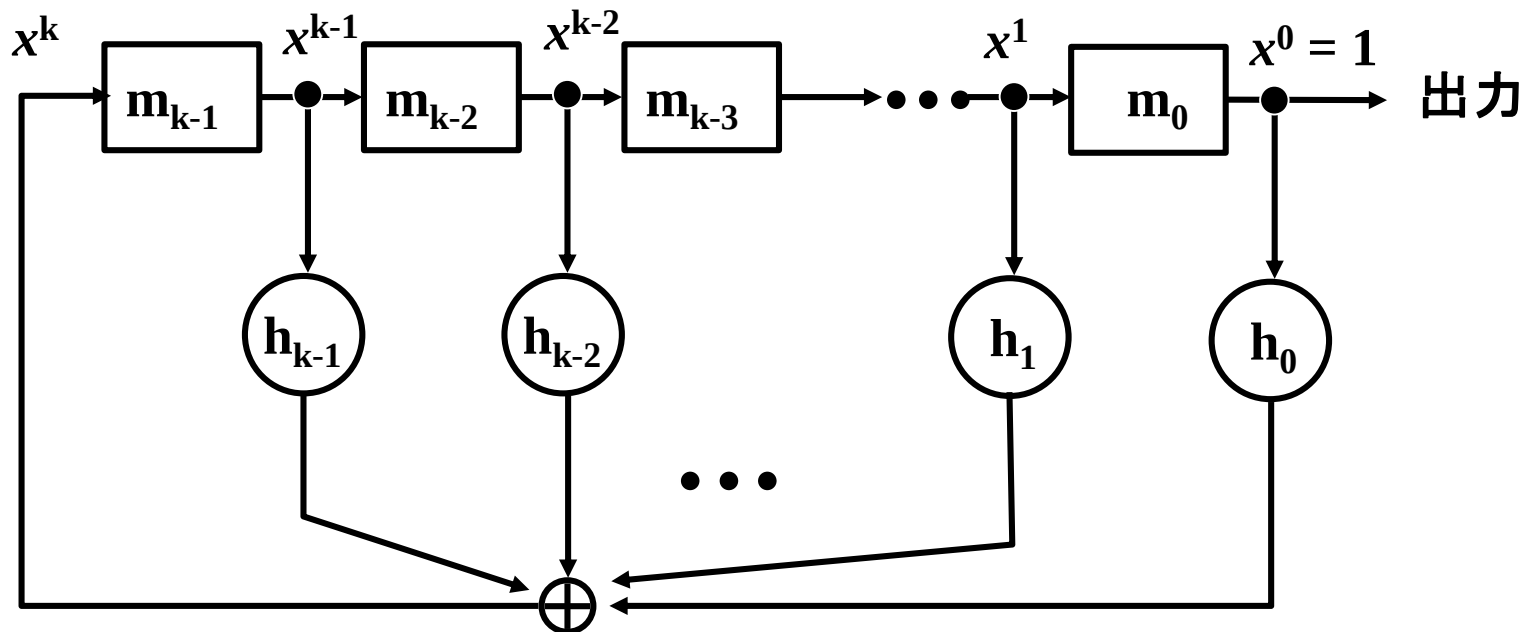


1111111000010101100010011110010100100101101010100000110010000111010111001110001
1011001100000010001111101001101000101111011011101

1ビットずつずらして見た7ビットの符号がすべて異なる(all 0以外すべてを含み、各符号は1回のみ出現)

M系列の生成

線形帰還シフトレジスタ(Linear Feedback Shift Register, LFSR)系列を用いる。



$$m_{n+k} = h_{k-1}m_{k-1} \oplus h_{k-2}m_{k-2} \oplus \dots \oplus h_1m_1 \oplus h_0m_0$$

で生成される系列 $\{c_n\}$ から求められる($n = 0, 1, 2, \dots$ は計算のステップ数)。

$h_i = 0$ または1 (ただし $h_0=1$), $\oplus$ は排他的論理和

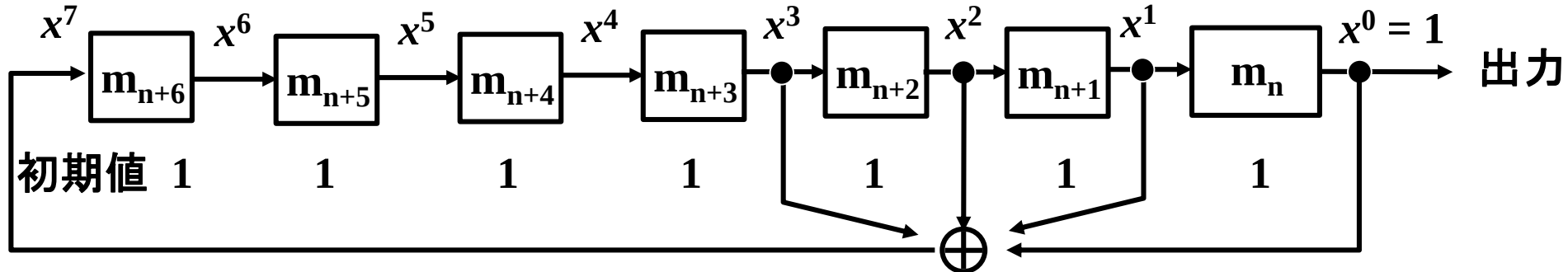


$h(x) = x^k + h_{k-1}x^{k-1} + \dots + h_1x + 1$ という多項式で表現する。

7次M系列の生成例(1)

7次M系列には数種類が知られているが、一例として以下の多項式を用いる場合を示す。

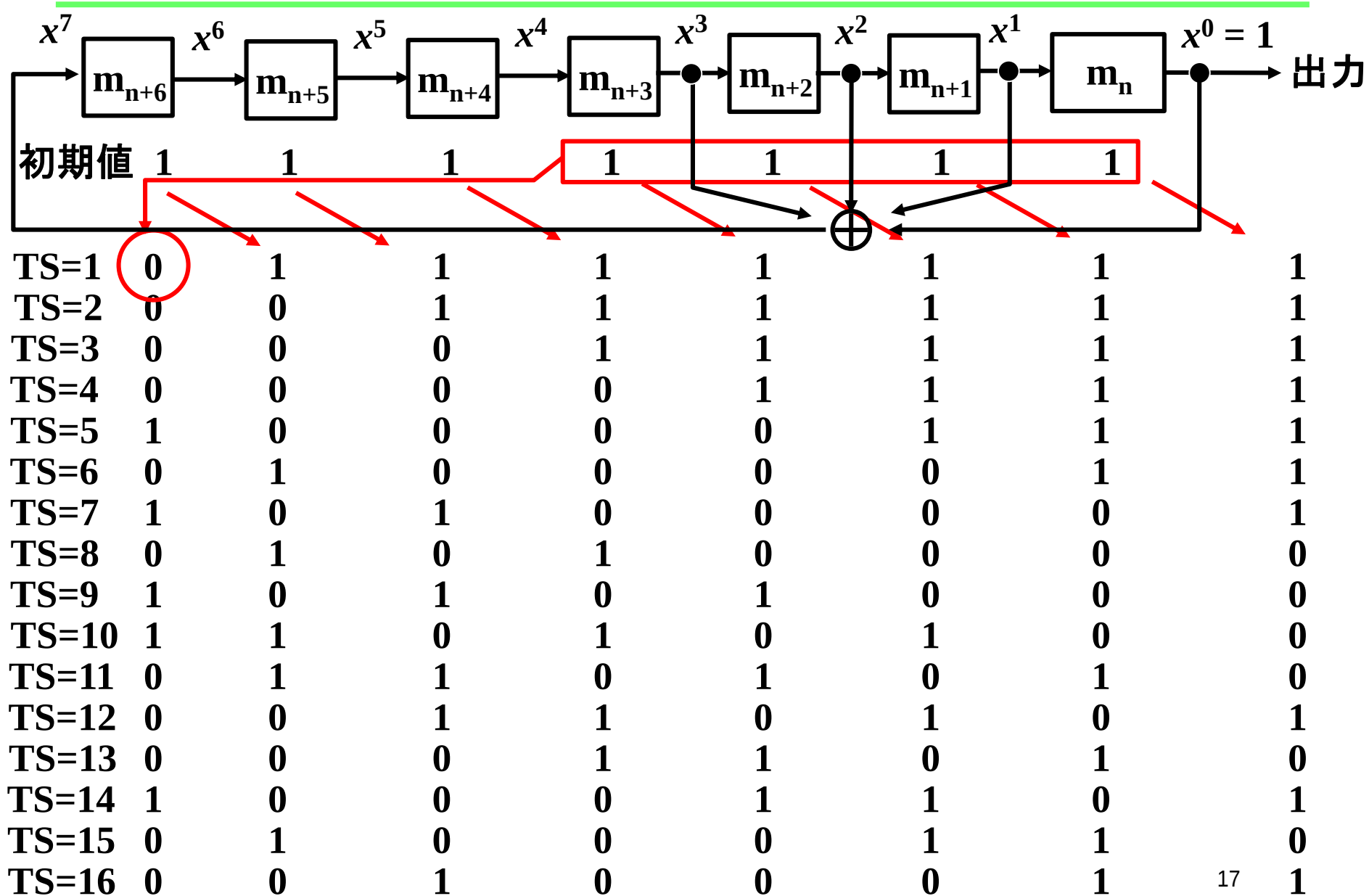
$$h(x) = x^7 + x^3 + x^2 + x + 1$$



【計算手順】

- (1) シフトレジスタの初期化(上図はall 1の例)
- (2) 先頭を出力
- (3) 演算し、演算結果を最後尾入力に移動
- (4) 格納数値のシフト
- (5) (2)～(4)の繰り返し

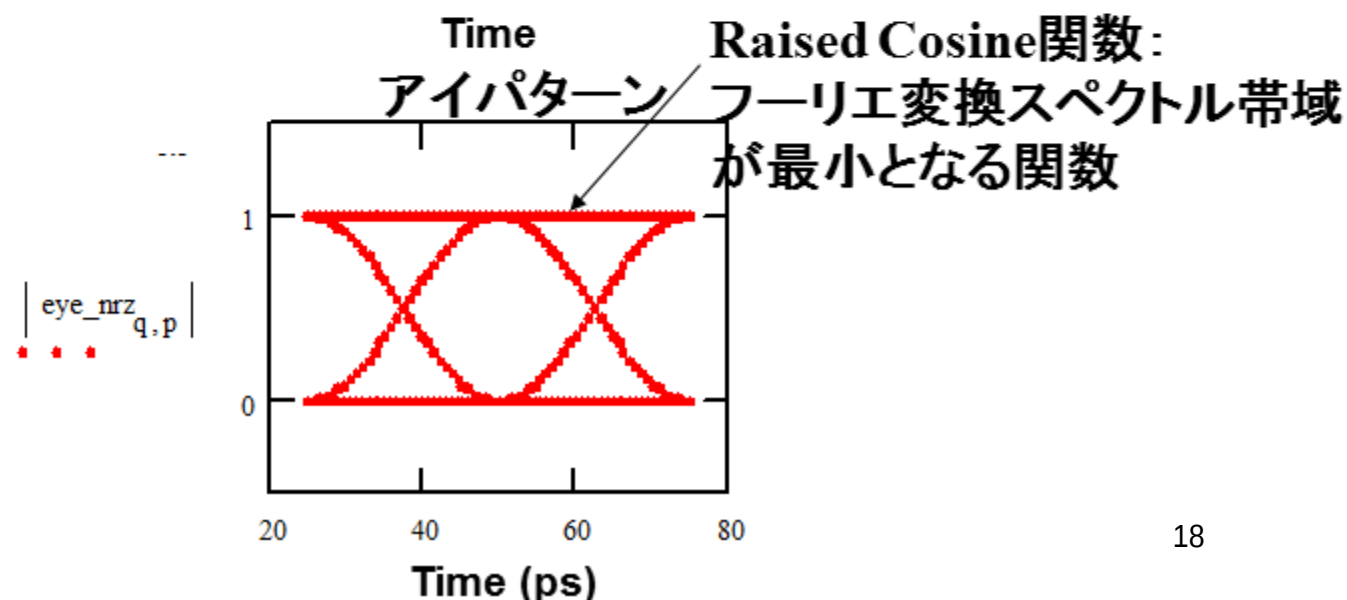
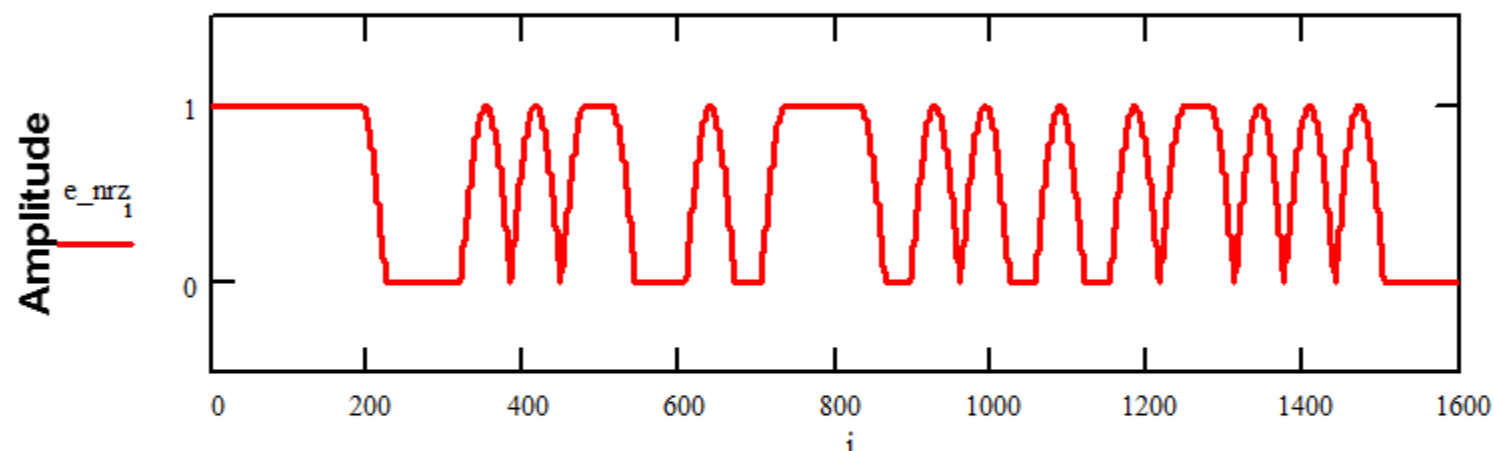
7次M系列の生成例(2)



NRZ符号(符号長7のM系列)の計算例

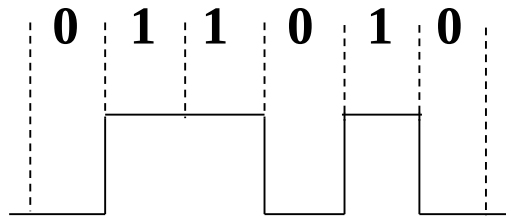
計算の参考:『Mathcadによる光システムの基礎』小関 健, 原田一成 共著, 森北出版

時間波形(電界振幅)



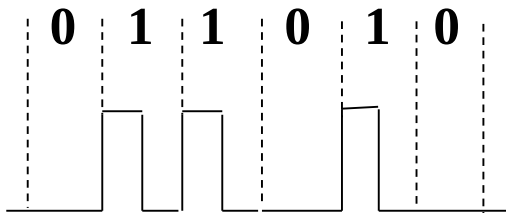
NRZとRZ方式

NRZ (Non Return-to-Zero)



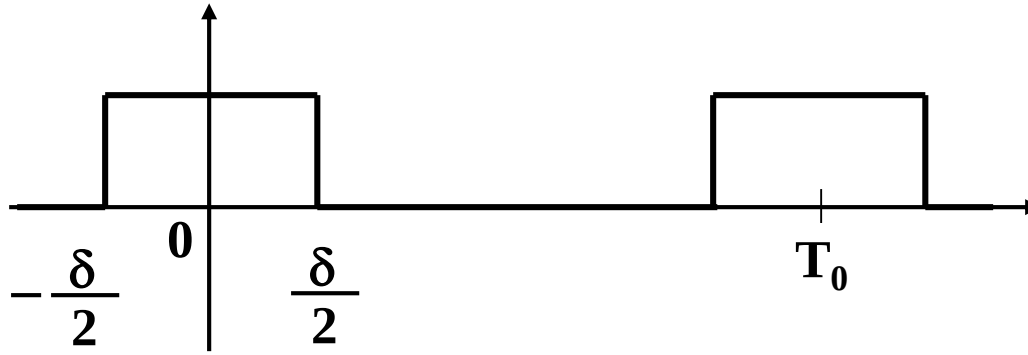
- 1シンボル(インターバル)の符号を変化させない。
- GbE, 10GbE, SONET/SDHなど
実用光通信システムで使用

RZ (Return-to-Zero)



- 1シンボル(インターバル)の符号を必ず0に戻す。
- 40Gbps以上の高速DWDM,
短パルス光源(パルス幅<10ps)の
研究用など。

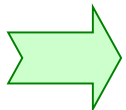
繰り返し周期を持つパルス波形の帯域



$$f(t) = \begin{cases} A(-\frac{\delta}{2} \leq t \leq \frac{\delta}{2}) \\ 0(\frac{\delta}{2} < t < T_0 - \frac{\delta}{2}) \end{cases}$$

このパルス列をフーリエ級数展開すると、

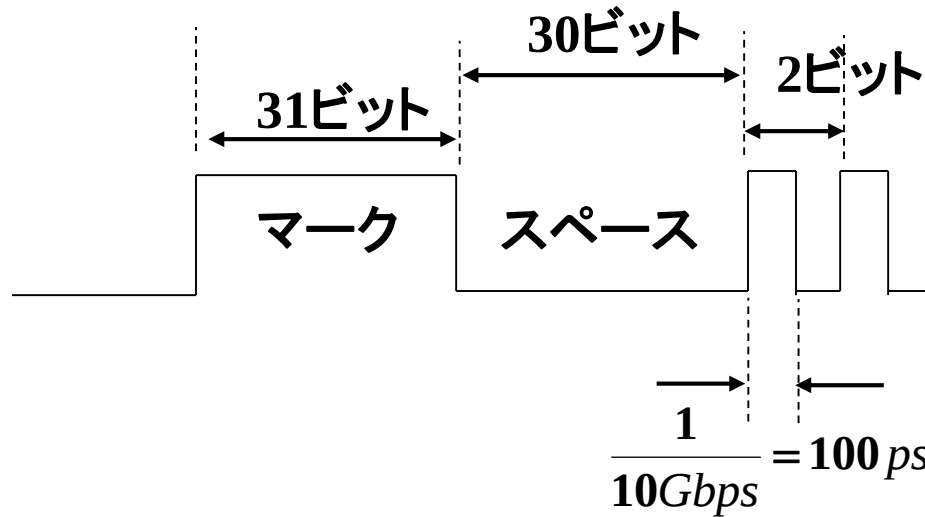
$$f(t) = \frac{A\delta}{T_0} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi\delta}{T_0}\right) \cos\left(2\pi \frac{n}{T_0} t\right)$$



基本周波数 $1/T_0$

NRZ変調の信号帯域

10Gbps, $2^{31}-1$ PRBS (Pseudo Random Bit Sequence), マーク率1/2



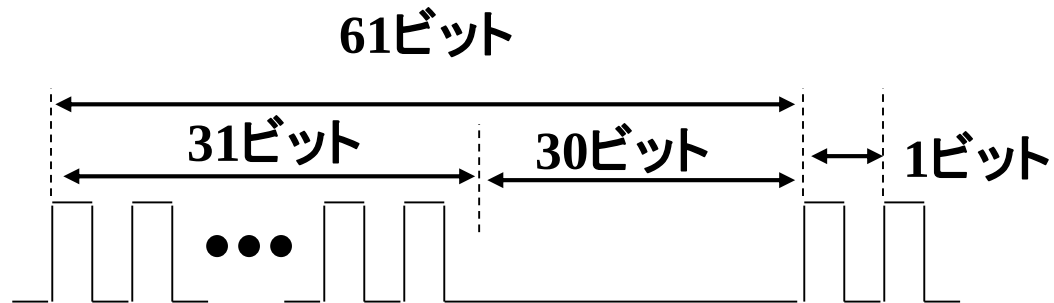
最低周波数

$$10G \div 61\text{ビット} = 164\text{MHz}$$

最高周波数

$$10Gbps \div 2 = 5\text{GHz}$$

RZ変調の信号帯域



最高周波数

$$10\text{Gbps} \div 1 = 10\text{GHz}$$

送信器用光源

半導体レーザの材料選択

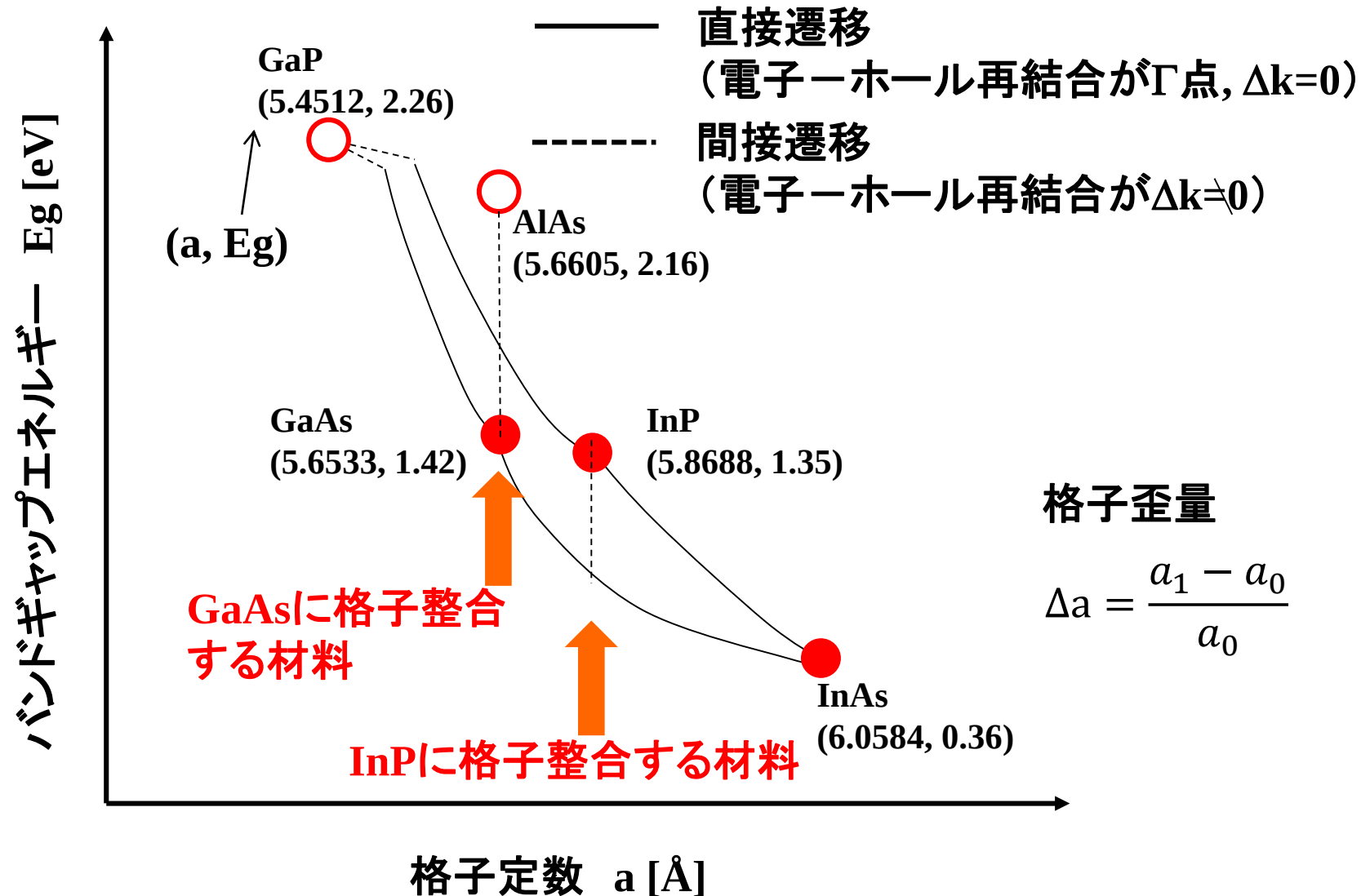
周期律表

2族	12族	13族	14族	15族	16族
Be					
			C	N	O
		Al	Si	P	S
	Zn	Ga	Ge	As	Se
		In	Sn	Sb	

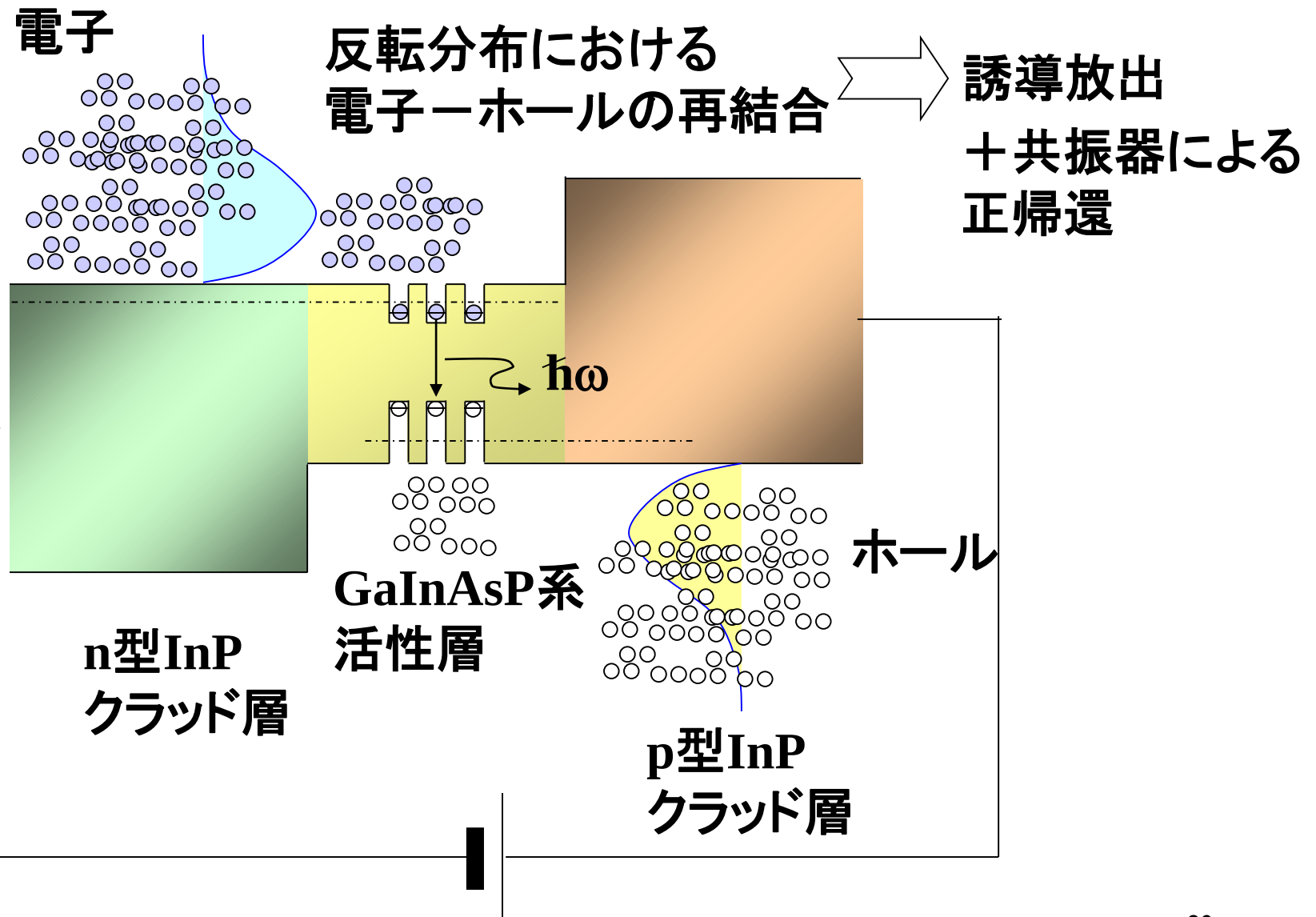
- 光通信用化合物半導体: 13族－15族
12族・14族: p型ドーパント
14族・16族: n型ドーパント
- 波長依存: 0.85μm帯 GaAs系
0.98μm帯 InGaAs系
1.31/1.55μm帯 InP系

$$E_g = \frac{hc}{\lambda_g}$$

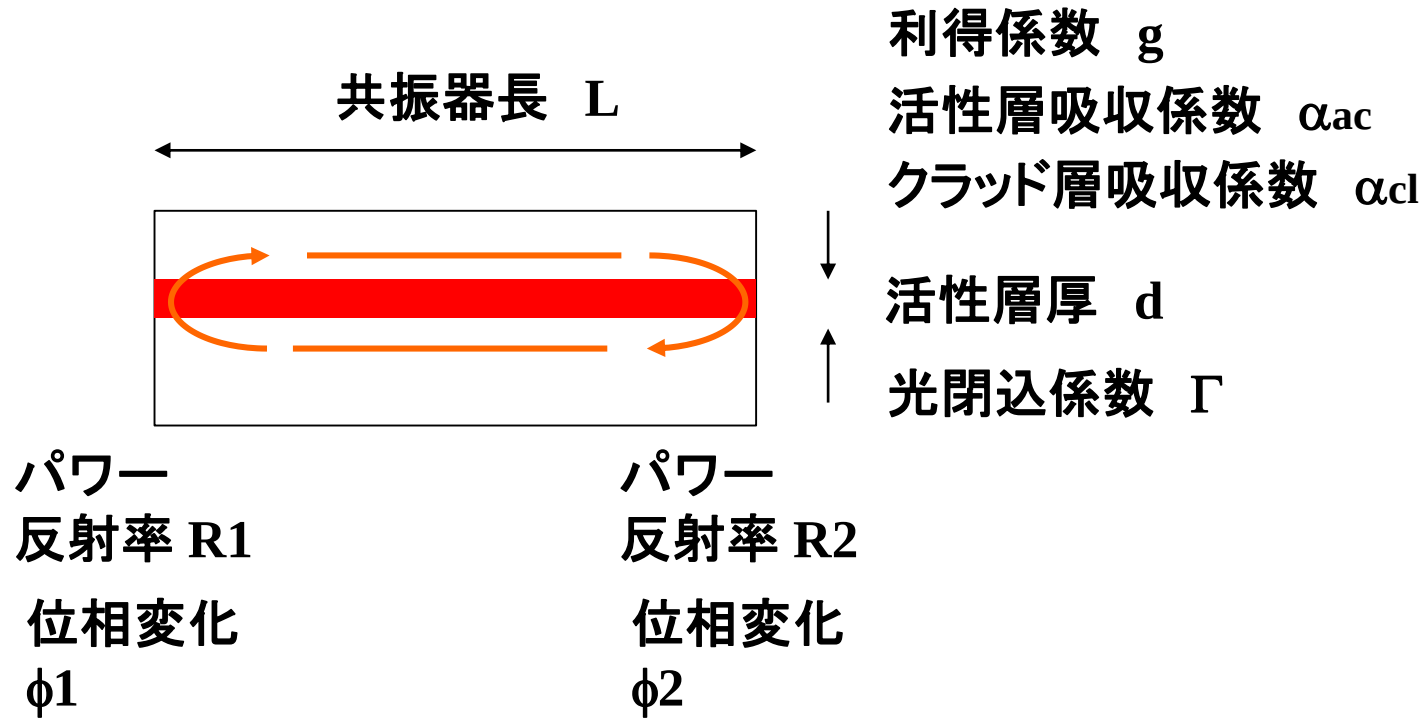
格子定数とバンドギャップ・エネルギー



半導体レーザの動作原理



発振条件(導波路型)



$$R_1 R_2 \exp \left[\Gamma g (2L) - \Gamma \alpha_{ac} (2L) - (1 - \Gamma) \alpha_{cl} (2L) - j \left[\frac{2\pi n_{eff}}{\lambda_0} (2L) - \phi_1 - \phi_2 \right] \right] = 1$$

発振利得条件

発振波長条件

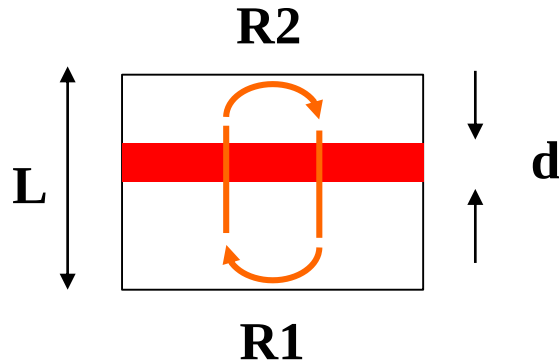
縦モード間隔

$$\Gamma g = \Gamma \alpha_{ac} + (1 - \Gamma) \alpha_{cl} + \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right)$$

$$\lambda_0 = \frac{2n_{eff}L}{m}$$

$$\Delta\lambda_0 = -\frac{\lambda_0^2}{2n_{eff}L}$$

発振条件(面発光型)



$$R_1 R_2 \exp \left[g(2d) - \alpha_{ac}(2d) - \alpha_{cl}(2(L-d)) - j \left[\frac{2\pi n_{eff}}{\lambda_0} (2L) - \varphi_1 - \varphi_2 \right] \right] = 1$$

$$\Gamma g = \Gamma \alpha_{ac} + (1 - \Gamma) \alpha_{cl} + \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right)$$

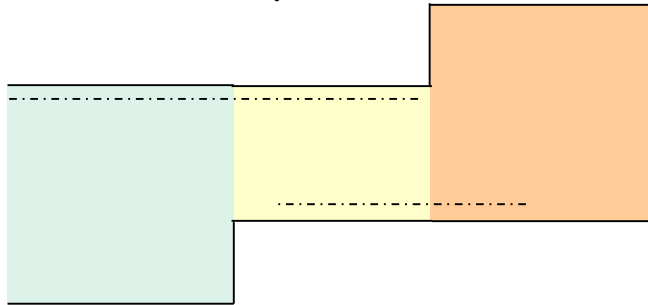
ただし、 $\Gamma = \frac{d}{L}$ ➡ **$L \sim \lambda$ なので、 $R > 99.5\%$ が必要**

**$L \sim \lambda$ なので、 $\Delta\lambda_0 > 50\text{nm}$
(利得帯域内で単一縦モード)**

発光層の構造

バルク構造

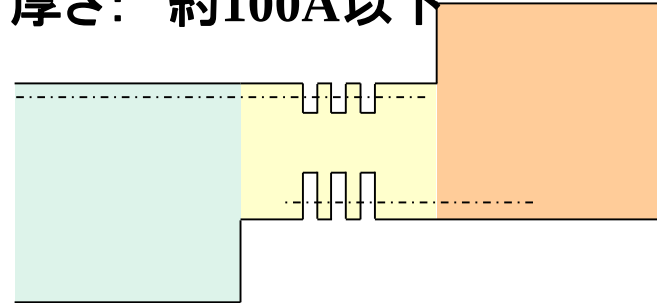
活性層が一種類
厚さ: 約 $0.1\mu\text{m}$



量子井戸構造

Quantum Well (QW)

活性層が2種類の周期構造
厚さ: 約 $100\text{\AA}$ 以下



- 発光効率向上
低閾値電流・高スロープ効率

格子歪の良し悪し

$$\Delta a = \frac{a_1 - a_0}{a_0}$$

基本は格子整合が必要



格子欠陥による発光効率低下を防ぐ

しかし。。

- 格子欠陥が発生しない程度の薄膜(臨界膜厚)以下であれば、発光効率向上が得られる場合あり。



歪量子井戸構造

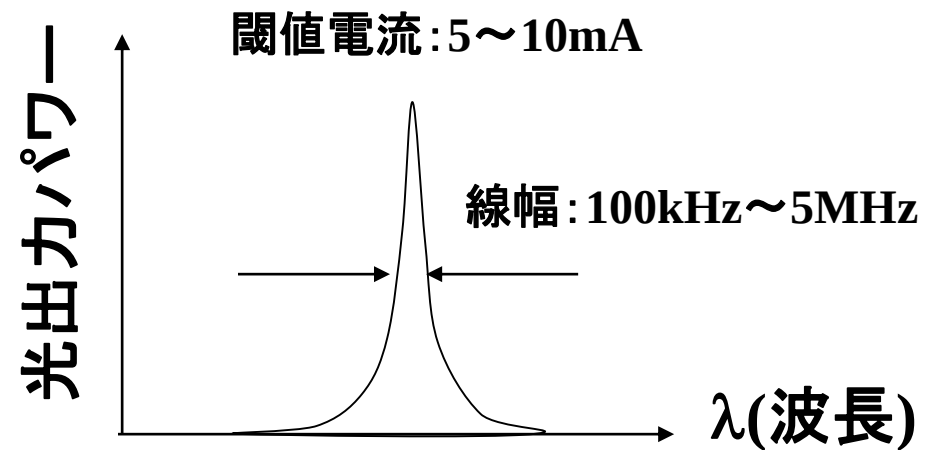
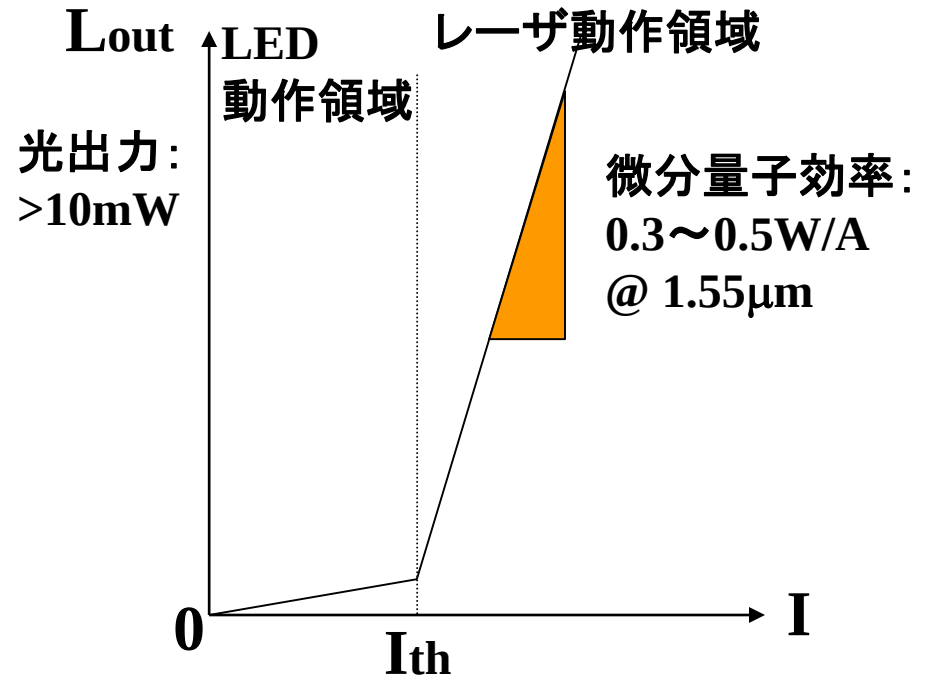
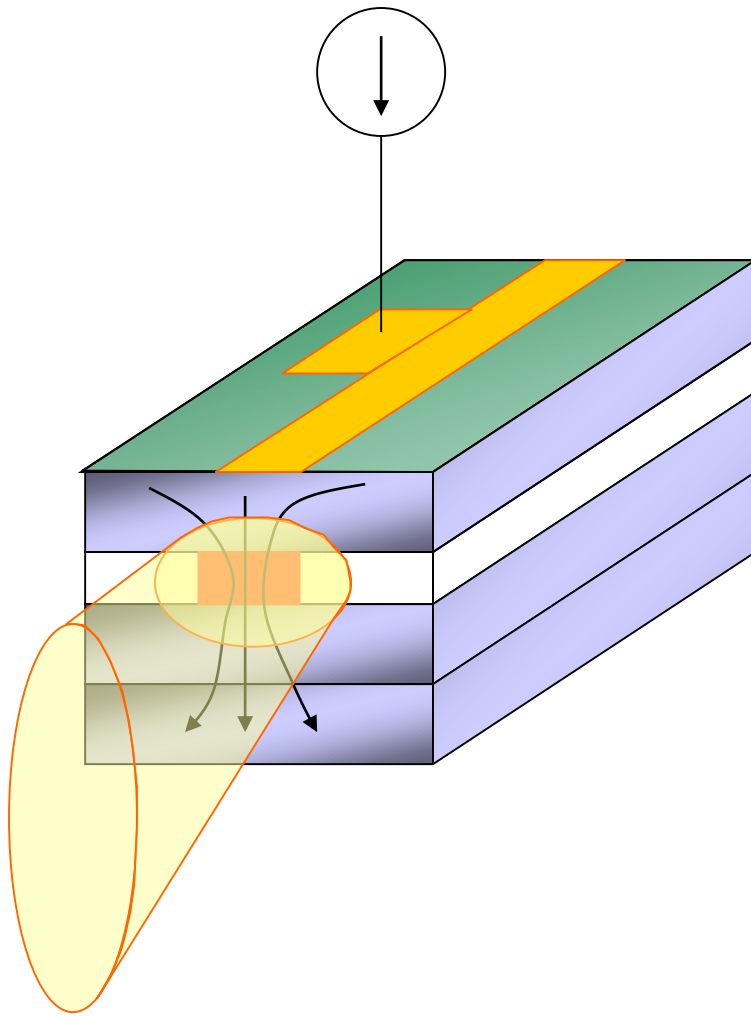
$\Delta a > 0$: 圧縮歪

$\Delta a < 0$: 伸張歪



無歪量子井戸構造より
低閾値電流・高スロープ効率

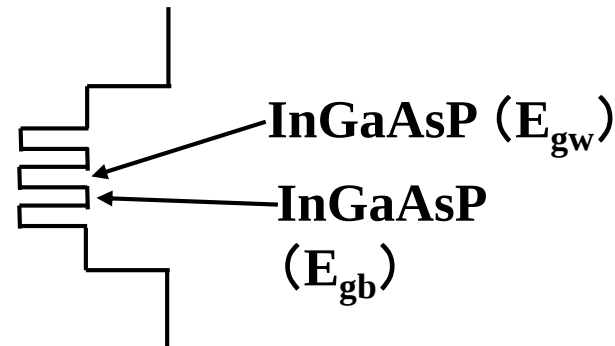
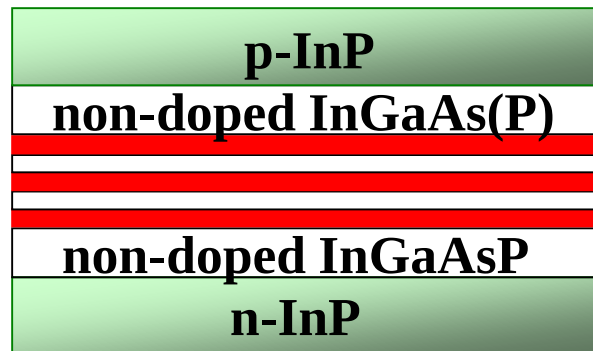
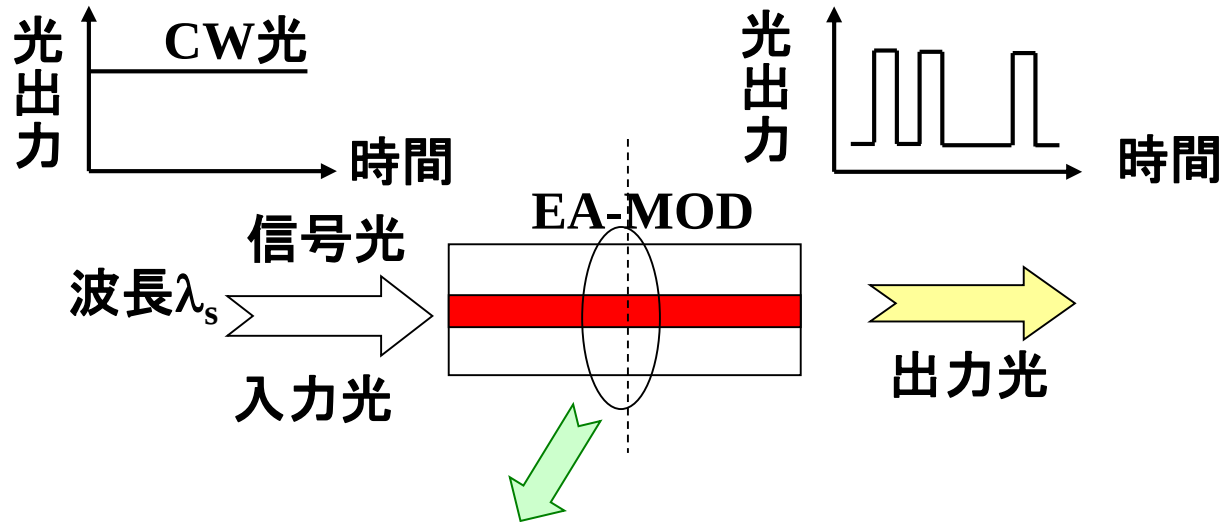
半導体レーザの基本特性



光変調器(電界吸収型変調器)

光変調器の動作原理(1) (電界吸収型)

EA Modulator (EAM): 電界吸収型変調器

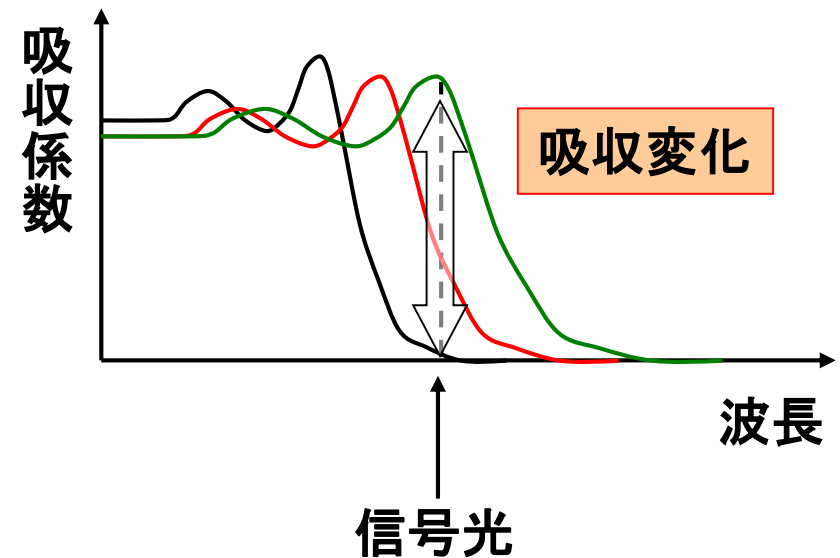
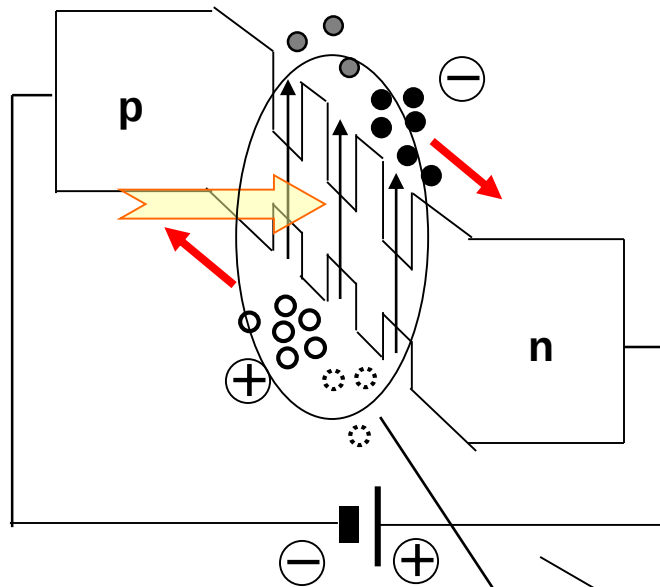


量子閉じ込めシュタルク効果 (Quantum Confined Stark Effect, QCSE)

pin構造に逆バイアス電圧を印加



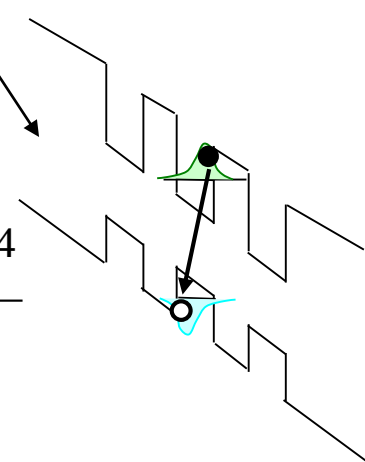
- ・吸収端波長が長波長にシフト
- ・吸収ピーク値が減少



エネルギーシフト量:

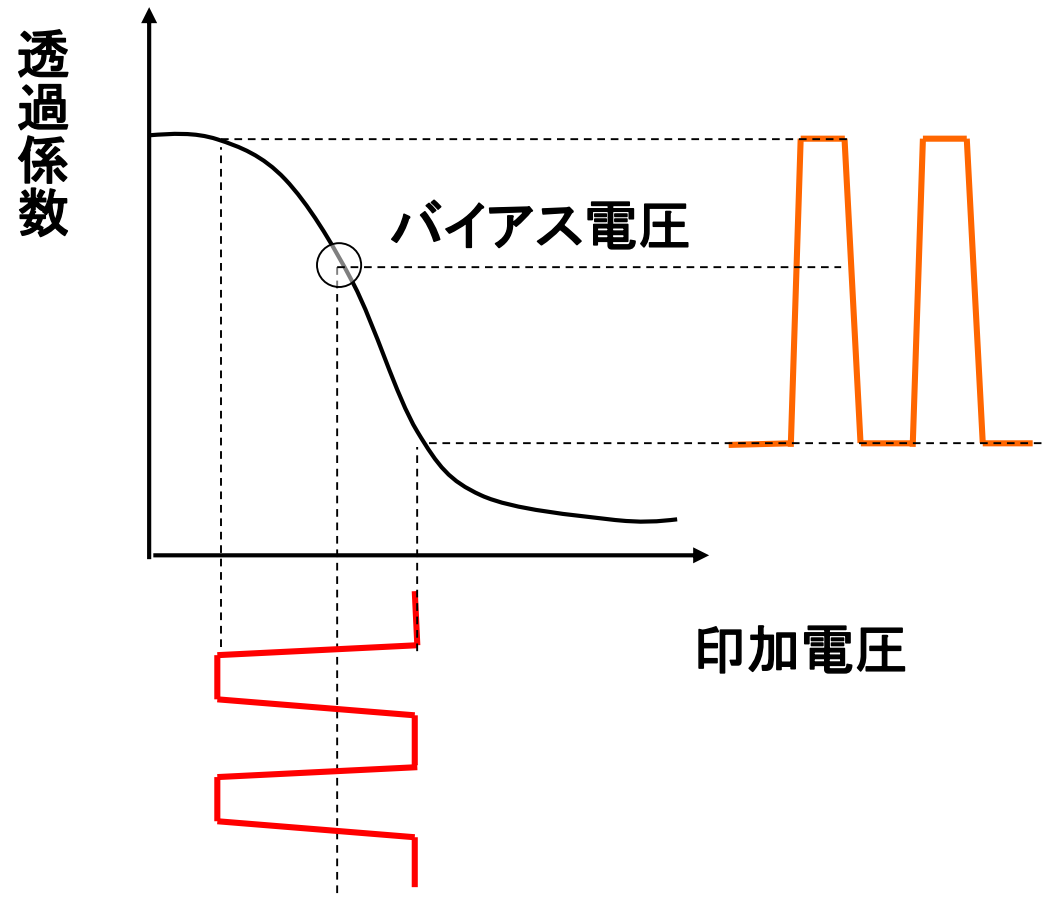
$$\Delta E = \frac{\pi^2 - 15}{24\pi^4} (m_e + m_h) e^2 F^2 \frac{L_z^4}{\hbar}$$

m_e : 電子の有効質量, m_h : ホールの有効質量
 F : 外部電界, L_z : QW厚



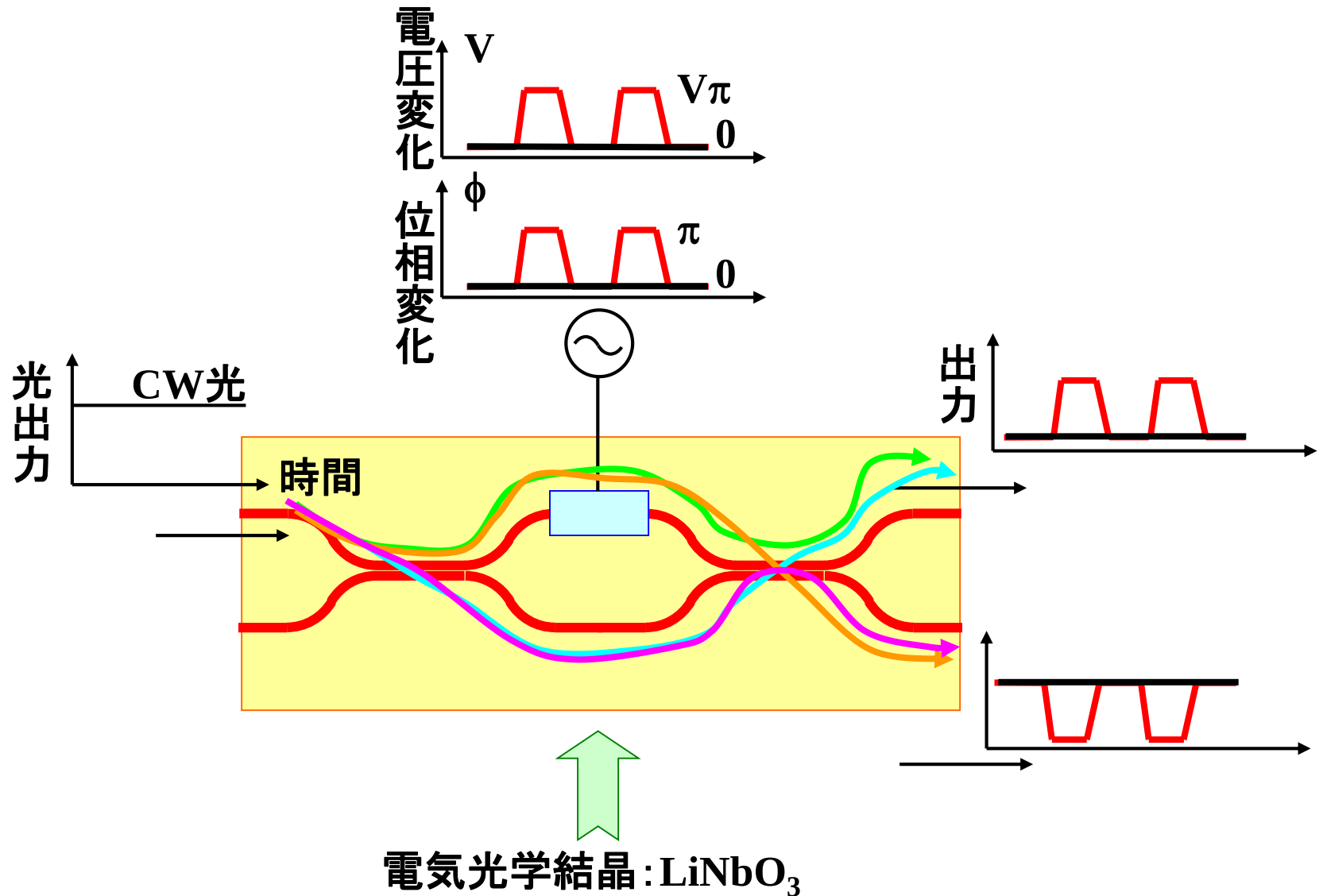
- ・実効的なエネルギーギャップ減少
- ・電子とホールの空間的重ね合わせ積分が減少

EAMによる符号化



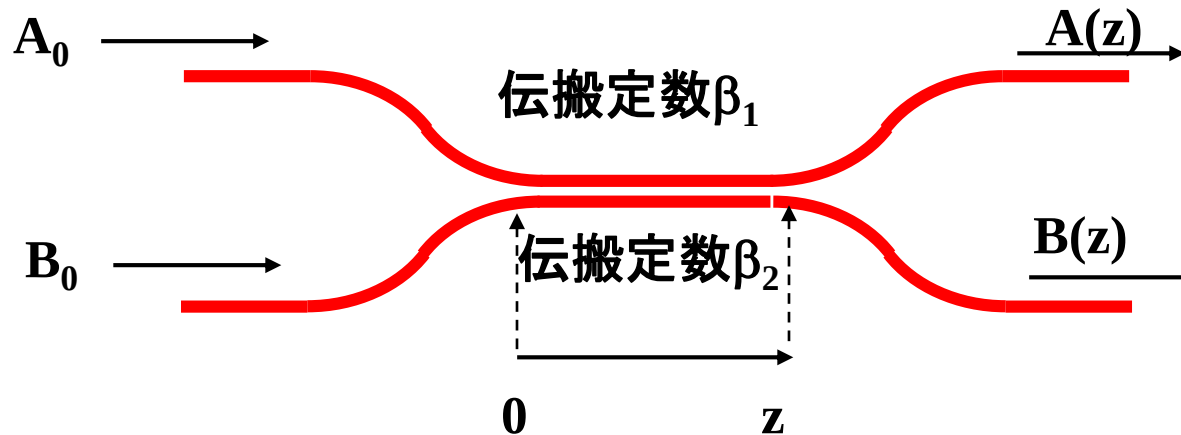
マツハツエンダー型光変調器

光変調器の動作原理(2) (電気光学結晶のマッハツェンダー型)



モード結合導波路(1)

結合導波路の基本形



モード結合方程式

$$\frac{dA}{dz} = -j\kappa_{12}B \exp\{-j(\beta_2 - \beta_1)z\} \quad (4.1)$$

$$\frac{dB}{dz} = -j\kappa_{21}A \exp\{j(\beta_2 - \beta_1)z\} \quad (4.2)$$

式(4.1)を微分して式(4.2)を代入

$$\frac{d^2 A}{dz^2} + j2\Delta \frac{dA}{dz} + \kappa^2 A = 0 \quad (4.3)$$

ただし

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \kappa_{12} \times \kappa_{21}^* \\ 2\Delta &= \beta_2 - \beta_1 \end{aligned}$$

結合導波路の結合係数

式(4.1)の κ_{12} は対称構造において以下の式で表される。

$$\kappa_{12} = \frac{\kappa_0^2}{\beta_0} \cdot \frac{1}{\gamma a} \cdot \frac{\exp(-\gamma d)}{1 + \left(\frac{\kappa_0}{\gamma}\right)^2}$$

ただし $\kappa_0 = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta_0^2}$

$$\gamma = \sqrt{\beta_0^2 - k_0^2 n_2^2}$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

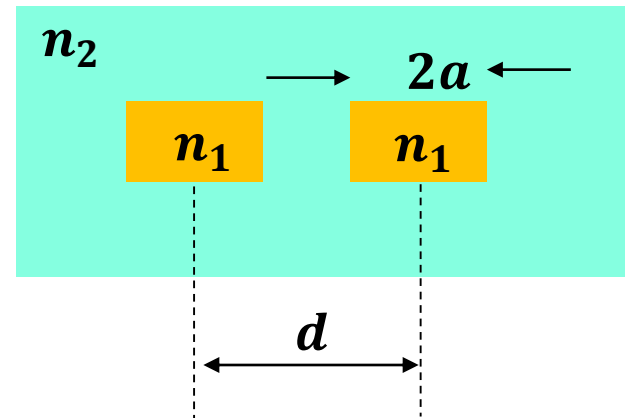
n_1 : コアの屈折率

n_2 : クラッドの屈折率

a : コア幅の1/2

d : 2つのコアの間隔

λ_0 : 真空中の波長



モード結合導波路(2)

q を未知数とし、

$$A(z) = [a_1 e^{jqz} + a_2 e^{-jqz}] \exp(-j\Delta z) \quad (4.4)$$

$$B(z) = [b_1 e^{jqz} + b_2 e^{-jqz}] \exp(j\Delta z) \quad (4.5)$$

式(4.4), (4.5)を式(4.1)、(4.2)に代入し、

$$a_1 + a_2 = A(0) \quad (4.6)$$

$$b_1 + b_2 = B(0) \quad (4.7)$$

を満足する定数 a_1, a_2, b_1, b_2 を求めると、以下の一般解を得る。

$$A(z) = \left\{ \left[\cos(qz) + j \frac{\Delta}{q} \sin(qz) \right] A(0) - j \frac{\kappa}{q} \sin(qz) B(0) \right\} \exp(-j\Delta z) \quad (4.8)$$

$$B(z) = \left\{ -j \frac{\kappa}{q} \sin(qz) A(0) + \left[\cos(qz) - j \frac{\Delta}{q} \sin(qz) \right] B(0) \right\} \exp(j\Delta z) \quad (4.9)$$

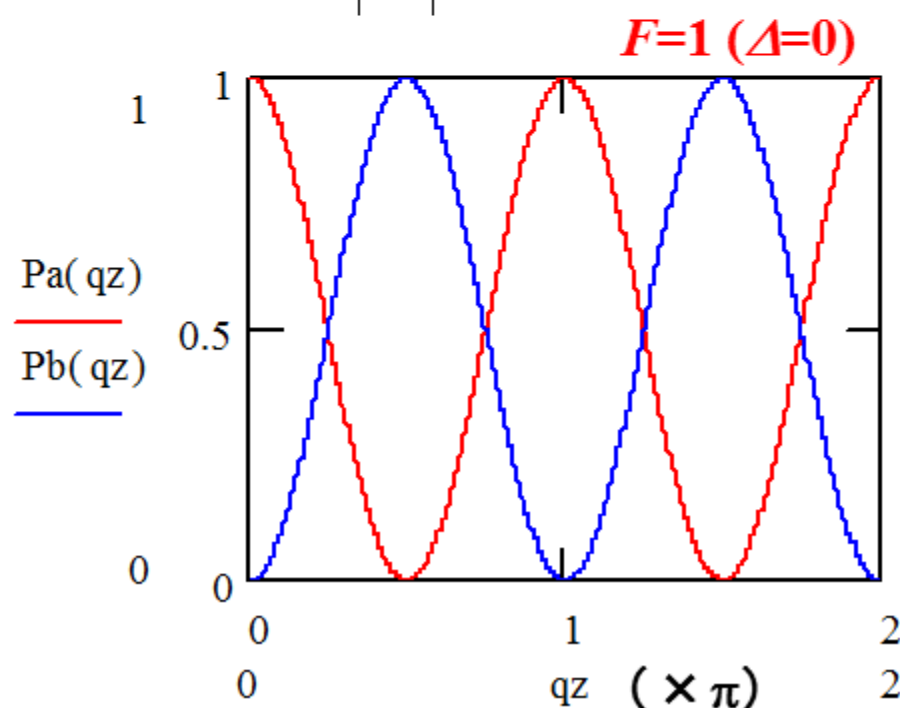
ただし、 $q = \sqrt{\kappa^2 + \Delta^2}$

モード結合導波路(3)

片方の導波路のみに光が入射された場合、 $A(0)=A_0, B(0)=0$ なので

$$P_a(z) = \frac{|A(z)|^2}{|A_0|^2} = 1 - F \sin^2(qz) \quad (4.10)$$

$$P_b(z) = \frac{|B(z)|^2}{|A_0|^2} = F \sin^2(qz) \quad (4.11) \quad \text{ただし } F = \left(\frac{\kappa}{q}\right)^2$$



$$L_c = \frac{\pi}{2q} \text{ のとき、}$$

$$P_a(L_c)=0, P_b(L_c)=A_0$$

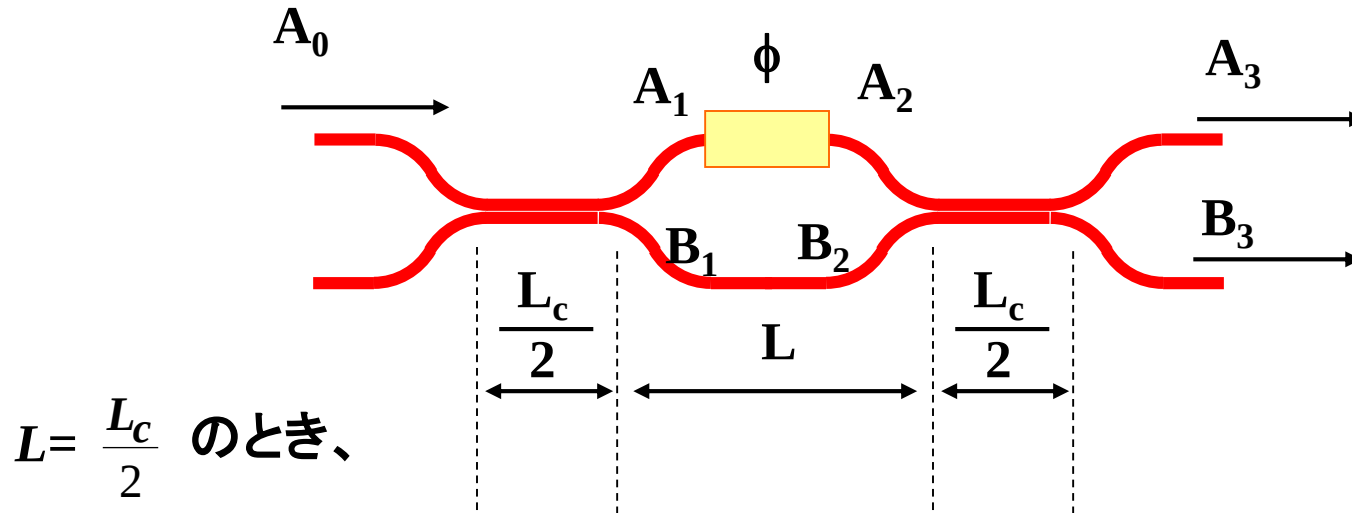
➡ L_c : 結合長

モード結合導波路(4)

2本の導波路が同一構造の場合 ($\beta_1 = \beta_2$ または $\Delta = 0$)、式(4.8), (4.9)は以下のようになる。

$$\begin{cases} A(z) = A(\mathbf{0}) \cos(\kappa z) - jB(\mathbf{0}) \sin(\kappa z) & (4.12) \\ B(z) = -jA(\mathbf{0}) \sin(\kappa z) + B(\mathbf{0}) \cos(\kappa z) & (4.13) \end{cases}$$

マツハツエンダー型導波路の解析(1)



上側と下側の導波路が同じ構造(等位相)であるとする、 $\Delta=0$

$$\begin{cases} A_1 = A_0 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{A_0}{\sqrt{2}} = \frac{A_0}{\sqrt{2}} e^{j \cdot 0} & (4.14) \\ B_1 = -j A_0 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -j \frac{A_0}{\sqrt{2}} = \frac{A_0}{\sqrt{2}} e^{-j \frac{\pi}{2}} & (4.15) \end{cases}$$

位相が $\frac{\pi}{2}$ ずれている

→

$$\begin{cases} A_2 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \exp(-j\beta L) & (4.16) \\ B_2 = -j \frac{A_0}{\sqrt{2}} \exp(-j\beta L + j\phi) & (4.17) \end{cases}$$

式(4.16)、(4.17)を式(4.12)、(4.13)の $A(0)$ 、 $B(0)$ に代入

$$\Rightarrow \begin{cases} A_3 = -jA_0 \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \exp(-j\beta L + j\frac{\phi}{2}) & (4.18) \\ B_3 = -jA_0 \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \exp(-j\beta L + j\frac{\phi}{2}) & (4.19) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A_3|^2 = |A_0|^2 \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) & (4.20) \\ |B_3|^2 = |A_0|^2 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) & (4.21) \end{cases}$$

$\phi=0$ のとき、 $|A_3|^2 = 0, |B_3|^2 = 1$

$\phi=\pi$ のとき、 $|A_3|^2 = 1, |B_3|^2 = 0$

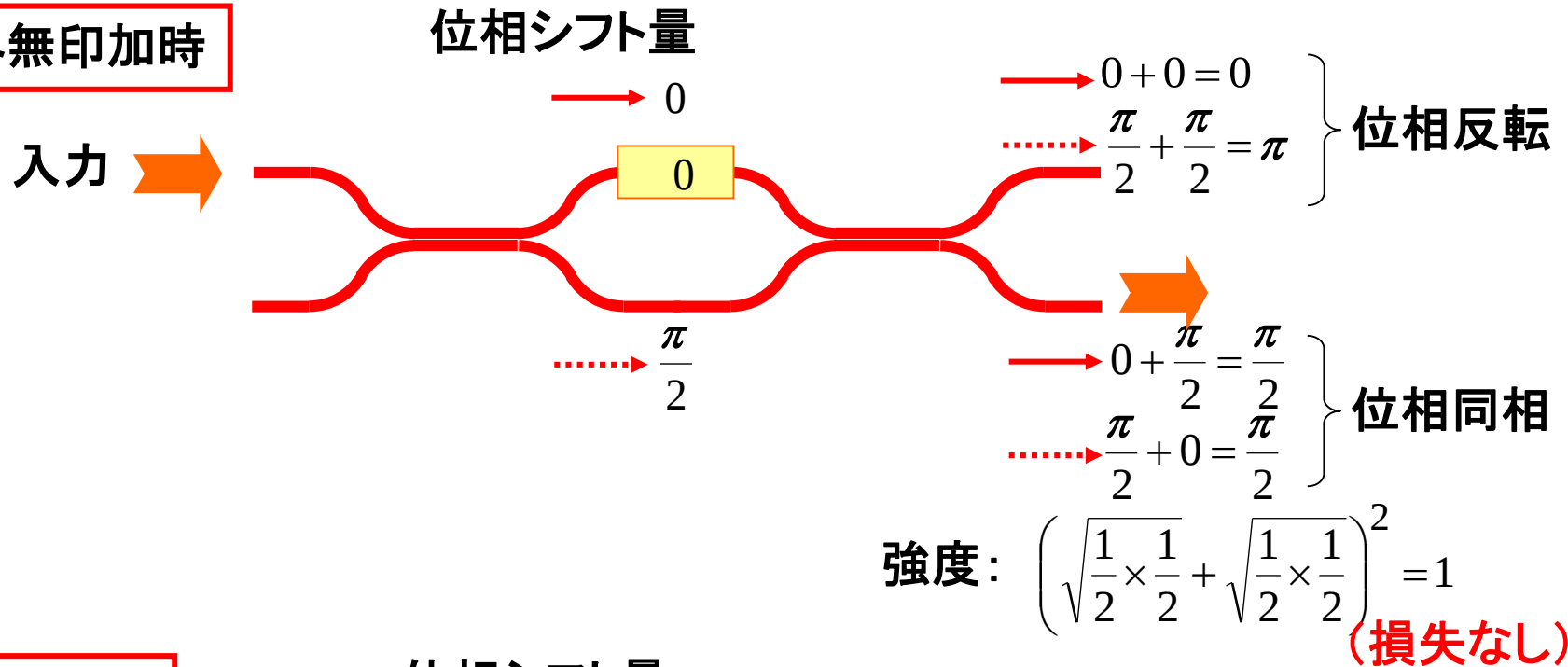
$\phi = \frac{\pi}{2} + \delta\phi$ となるようにバイアスを加えると、

$$|A_3|^2 \cong \frac{1}{2} |A_0|^2 (1 + \delta\phi) \quad (4.22)$$

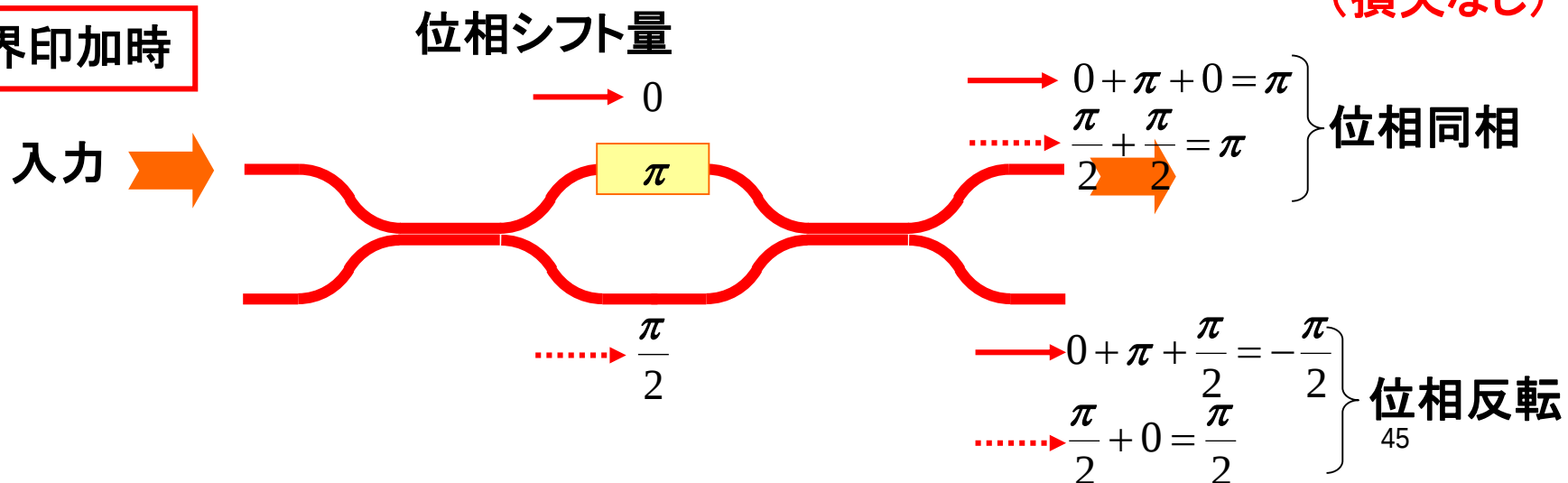


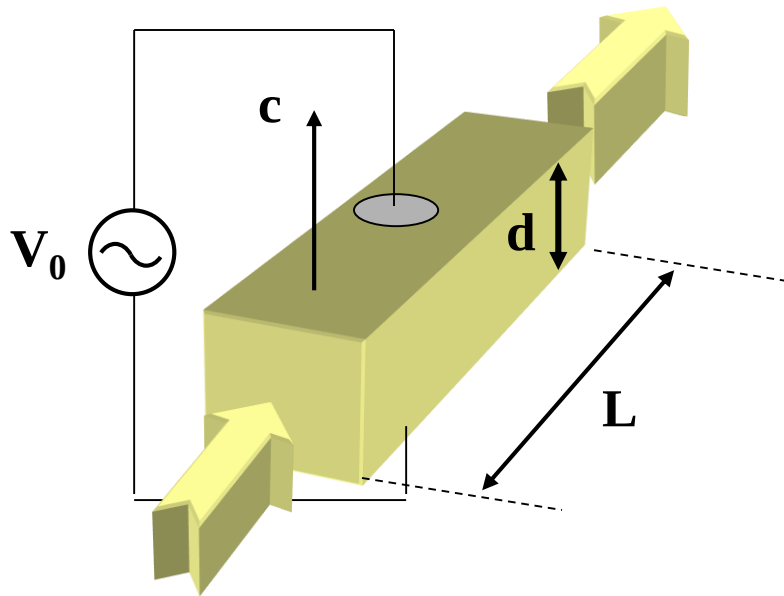
$\delta\phi$ に比例した
強度変化が得られる

電界無印加時

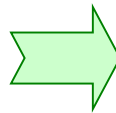


電界印加時





$$\delta\phi = \frac{\pi n_e^3 r_{33} L}{d\lambda} V_0$$



ポッケルス効果: 屈折率変化が印加電圧
の1乗に比例

光受信器

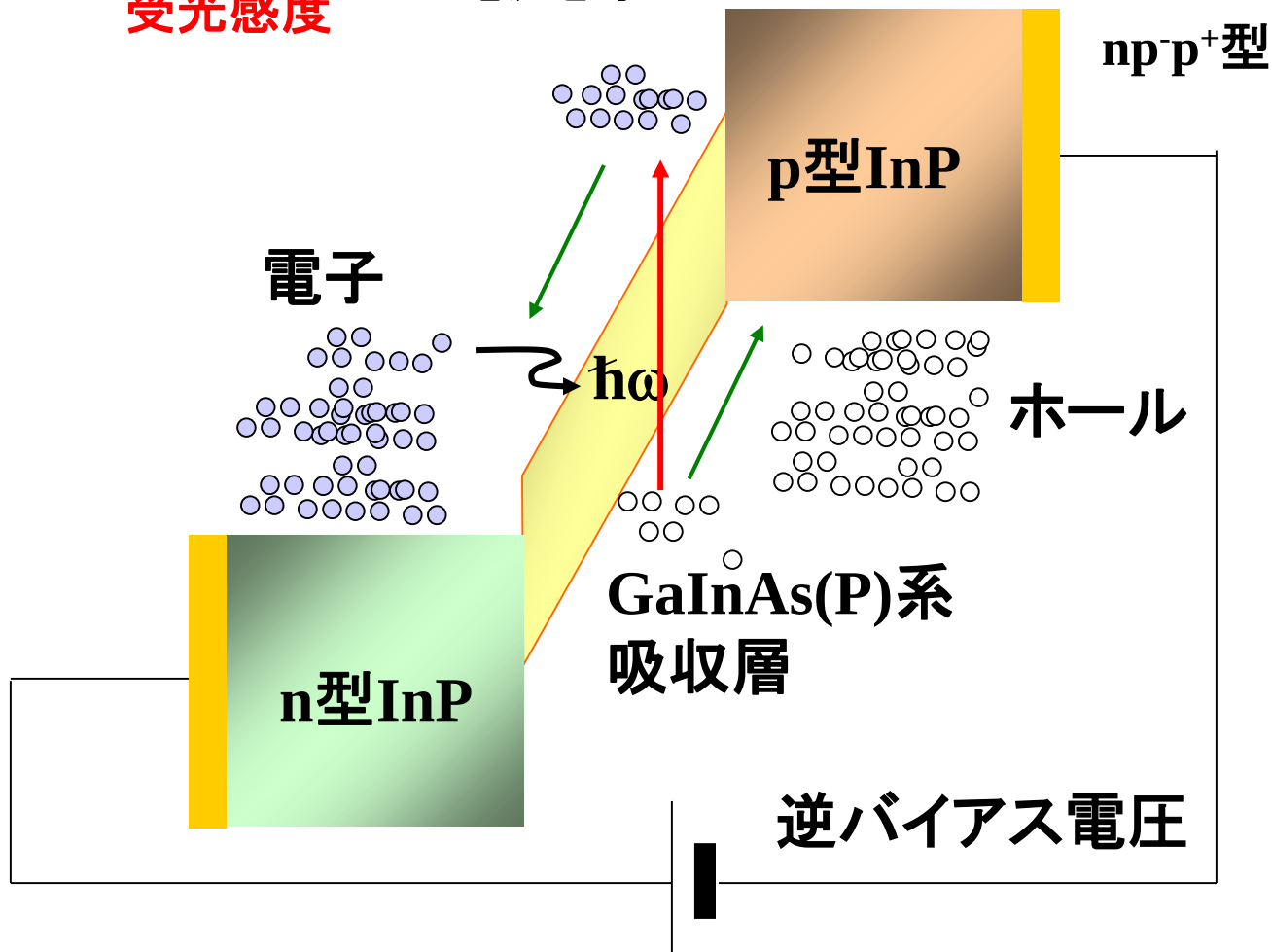
フォトディテクタの動作原理(1)

pin-PDの構造

発生電流: $I = e \eta_i \frac{P_{in}}{\hbar \omega}$

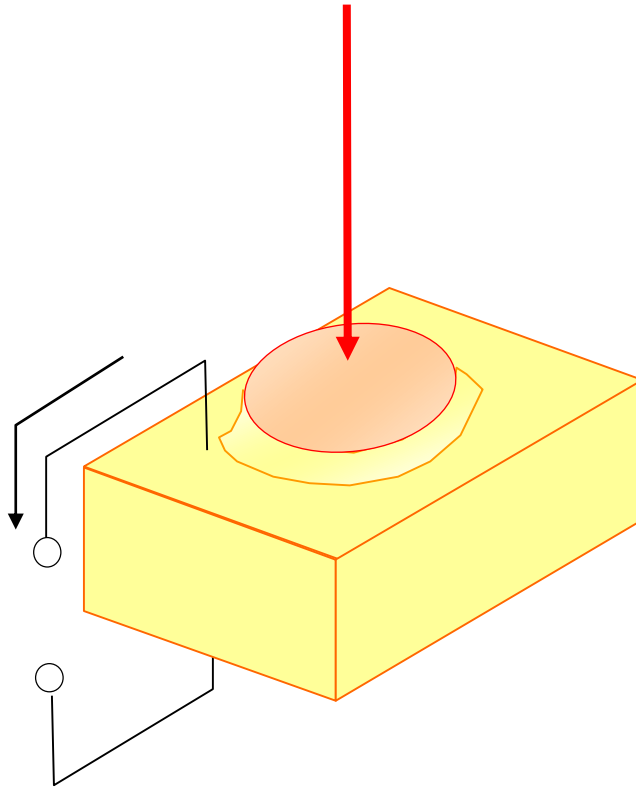
受光感度

受信光の吸収により発生する電子数(効率は内部量子効率として考慮)に電気素量を掛けて電流を導出

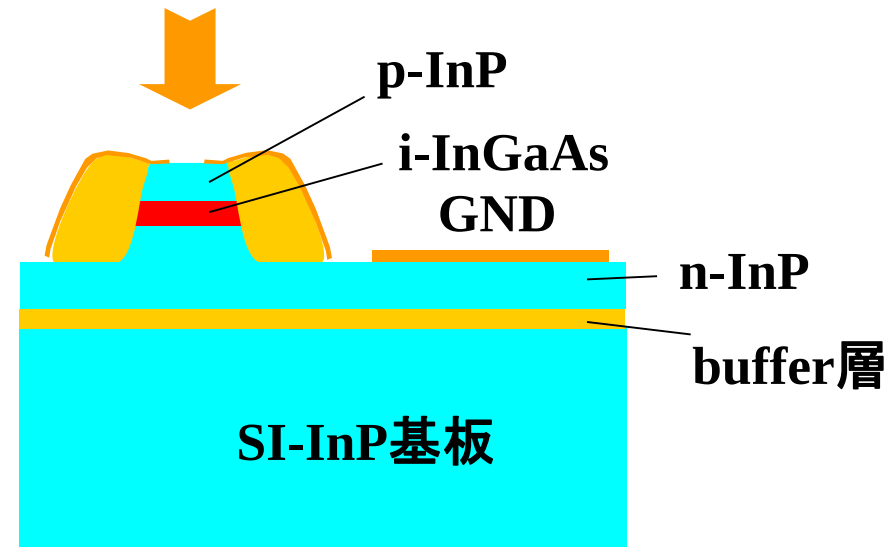


面入射型PDの構造

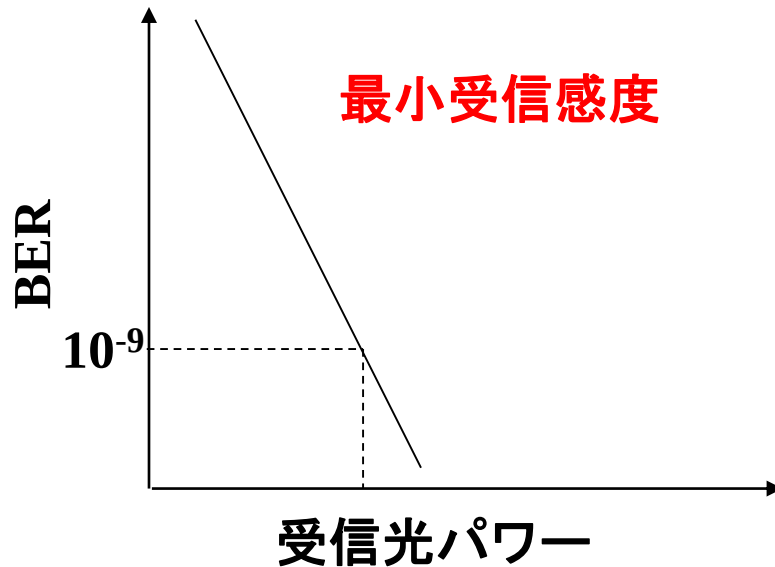
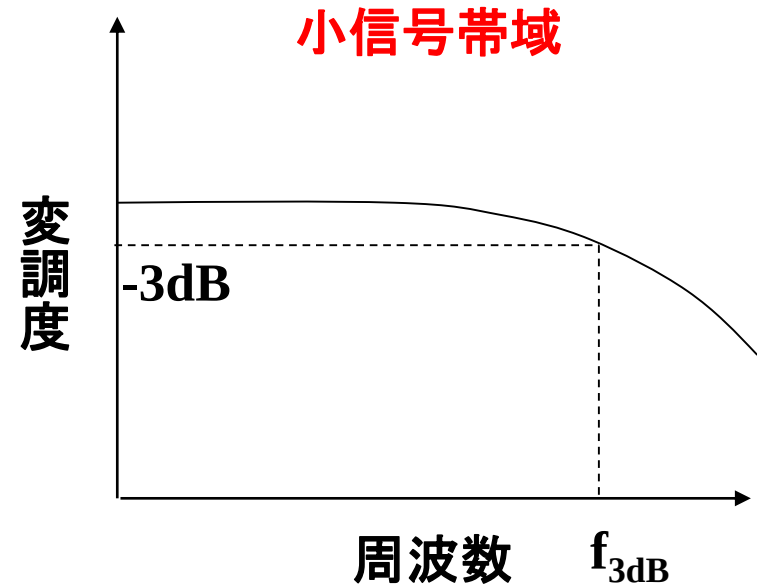
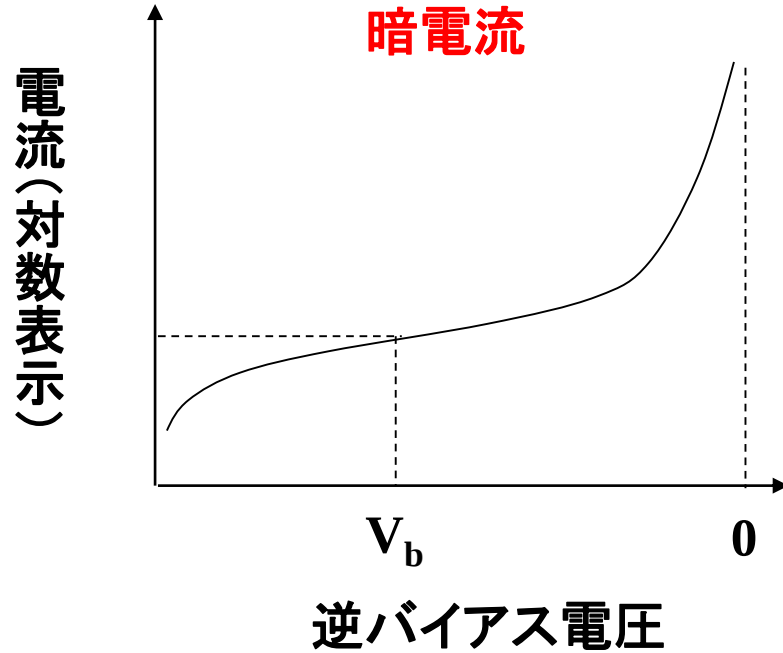
鳥瞰図



断面図

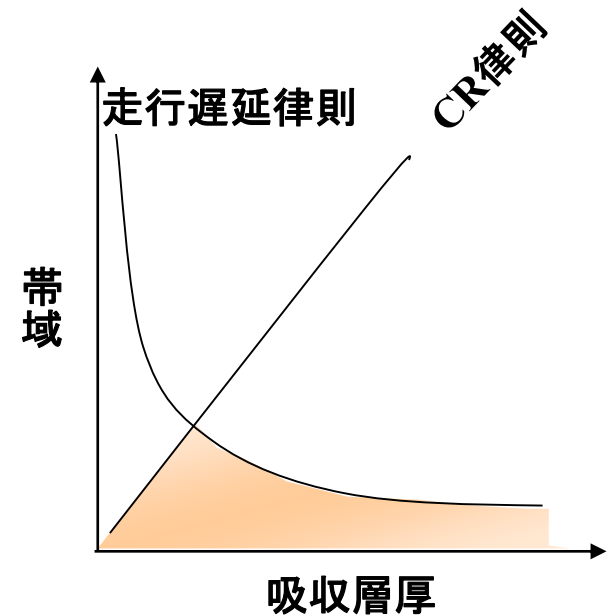
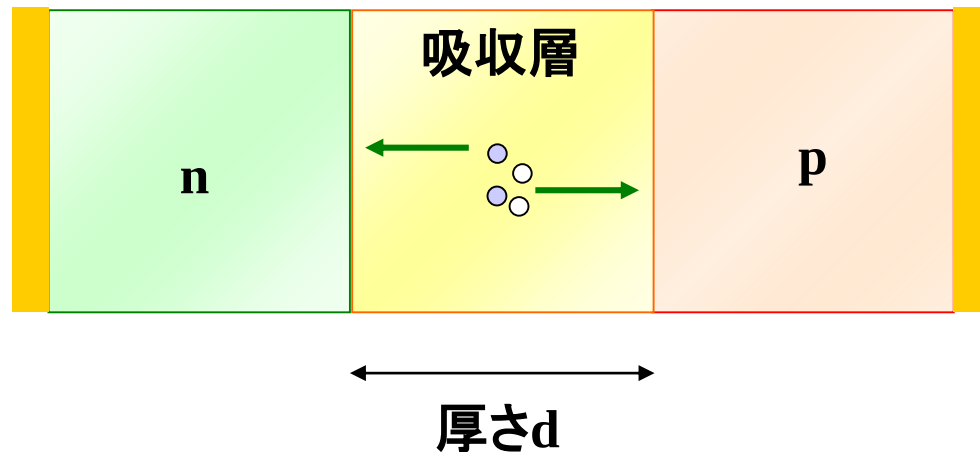


pin-PDの基本特性



光受光器の高速化のポイント(1)

走行遅延・CR時定数のトレードオフ



- 光励起電流 (Photocurrent): 厚さが**薄い**方が走行遅延小 → 広帯域
- 平行平板キャパシタ: 厚さが**厚い**ほうが低容量 → 広帯域

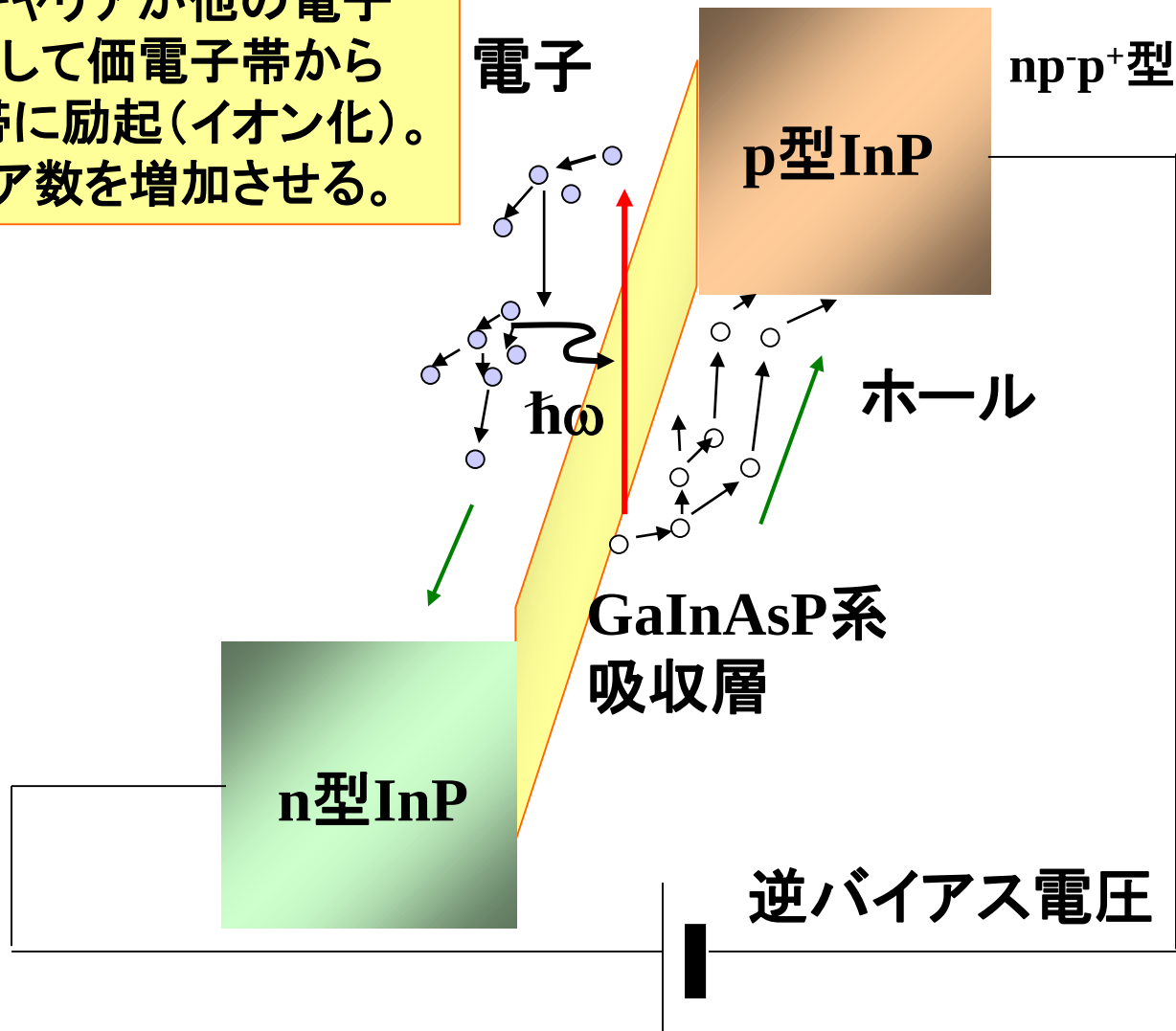
➡ 目標帯域に対して適した吸収層厚が存在

ただし、吸収層が薄いと受信感度が劣化の影響あり($\propto 1 - \exp(-\alpha d)$)

フォトディテクタの動作原理(2)

APD (Avalanche Photodiode) の構造

走行キャリアが他の電子と衝突して価電子帯から伝導帯に励起(イオン化)。キャリア数を増加させる。

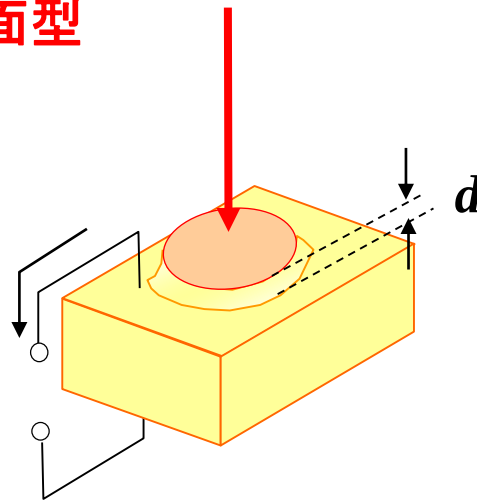


光受光器の高速化のポイント(2)

面型から導波路型へ

走行遅延・受信感度のトレードオフ

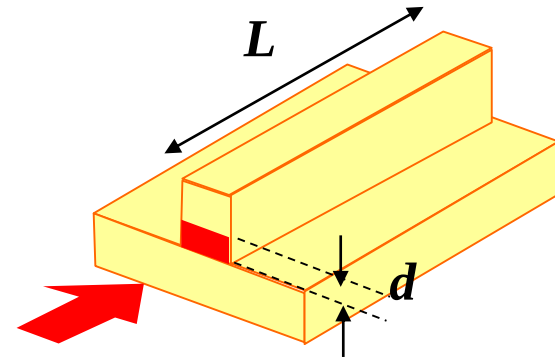
面型



$$\text{受信感度 (吸収率)} \propto 1 - \exp(-\alpha d)$$

d を厚くすると感度は上がり
CR時定数も低減するが、
走行遅延劣化が起きる

導波路型



$$\text{受信感度 (吸収率)} \propto 1 - \exp(-\alpha L)$$

L を長くすると感度があがり
走行遅延と独立に最適化設計化
(L 短尺化によるCR低減は必要)