応用線形代数―第6回レポート

東京工業大学 情報理工学院 数理·計算科学系 福田光浩

2018年度 第1クォーター

提出〆切 5月29日(火) 16時50分まで レポートボックス 1-4 応用線形代数

- 1. 対称行列 ${m A}=\left(egin{array}{ccc} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 3 & -3 & 14 \end{array} \right)$ によって定まる線形写像について以下のことに答えよ.
 - (a) 写像の核 $K = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid Ax = 0\}$ の次元と基底を一つ求めよ.
 - (b) K の直交補空間は A の行空間であるが、その次元と基底を(具体的に)一つ求めよ、
- 2. 下に与えられた $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ の点 $\mathbf{x}^* = (0,0)^T$ での 2 次近似

$$g(x) = f(x^*) + \nabla f(x^*)^T (x - x^*) + \frac{1}{2} (x - x^*)^T H f(x^*) (x - x^*)$$
(1)

を求めよ. また、f(x) との残差つまり f(x) - g(x) も求めよ.

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{3}x_1^3 - x_1x_2 - \frac{1}{6}x_2^3 + 2x_1^2 - x_2 + 3x_1 + 7$$

- 3. \mathbf{Q} が n 次実非負定値対称行列であるとき, \mathbf{Q}^2 が正定値対称行列にならないのはなぜか.反例を示せ.
- 4. 実対称行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ に対して,次の商

$$rac{oldsymbol{x}^Toldsymbol{A}oldsymbol{x}}{oldsymbol{x}^Toldsymbol{x}}, \qquad oldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n, \,\, oldsymbol{x}
eq oldsymbol{0}$$

の最大値と最小値がそれぞれ行列 A の最大固有値と最小固有値になることを示せ.