応用線形代数—第３回レポート

東京工業大学　情報理工学院　数理・計算科学系
福田光浩

２０１８年度 第１クォーター

提出〆切　５月１日（火）　１６時５０分まで

レポートボックス １ー４　応用線形代数

1. 線形方程式系 $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ を Cramer の公式を用いて解くと解は

$$x_i = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & b_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & b_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & b_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}} \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

で求まる．

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 17 \end{pmatrix}$$

に対して

(a) Cramer の公式を用いて解 $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3$ を求めよ．

(b) Gauss の消去法（Gauss-Jordan の消去法ではありません）を用いて同じ解が求まるか確かめよ．

2. 次の等式を確かめよ．

$$\mathbb{R}^{n\times n} \ni \begin{vmatrix} a+b & a & \cdots & a \\ a & a+b & & a \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & \cdots & a+b \end{vmatrix} = (na+b)b^{n-1}$$

3. 次の線形方程式系

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

の行列が下三角行列であることをあらかじめ知らないとし，行もしくは列の交換（pivoting）をすることなく Gauss の消去法を用いて解け．

4. 上記のようにあらかじめ線形方程式系の行列の情報（構造や疎性）がわからない場合，どのように対処したらよいか簡潔に記述せよ．