

第 5 回 材料力学における応力ベクトル

無機材料工学科

准教授 安田公一

1. はじめに

今回から 5 回の講義で、材料力学を復習する。まず、第 1 回目の今回は、応力ベクトルについて議論する。

2. 応力ベクトルの定義

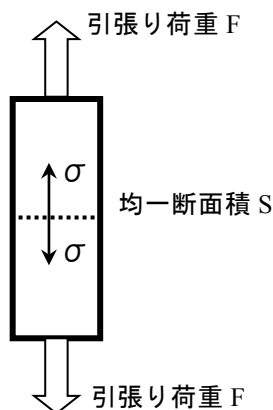
材料力学では、図 1(a)に示すように、均一断面積 S を有する棒状試験片の両端面に垂直に引張り力（あるいは引張り荷重） F が作用したとき、荷重軸に垂直な断面には、次式で定義される応力 σ が作用していると考える。

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (1)$$

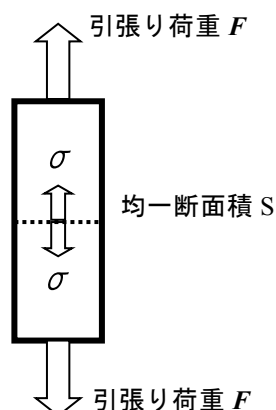
このように言うと、応力 σ がスカラーであるかのごとく聞こえてしまうが、厳密に言うならば、図 1(b)に示したように、均一断面積 S を有する棒状試験片の両端面に垂直に引張り力ベクトル（あるいは引張り荷重ベクトル） F が作用したとき、荷重軸に垂直な断面には、次式で定義される応力ベクトル σ が作用しているとすべきである。

(2)

(a) 材料力学での応力



(b) 応力ベクトル



(c) 均一断面では位置によらない（端面から十分離れた位置においては）

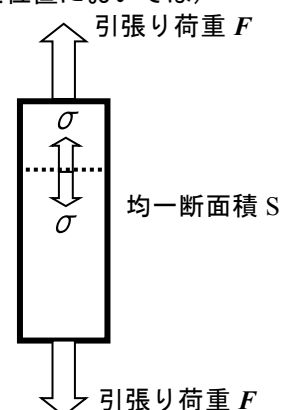


図 1 材料力学における応力概念

均一断面であるので、図 1(c)に示すように、荷重軸に垂直な断面に作用する応力ベクトルは、両端面からある程度離れれば、断面の位置によらず均一分布となっていると見なせる（これを、サンブナンの原理という）。

（以下省略）

3. 自由物体法

次に、棒状試験片の内部の釣り合いを考えてみる。図 2 に示した任意の断面で仮想的に試験片を切断し、上の部分だけを取り出して考えてみると、上向きに引張り荷重ベクトル F_1 が、下向きに $\sigma_1 S$ で計算される力ベクトル（応力ベクトルの定義から）が作用し、 $F_1 + \sigma_1 S = 0$ となっているため、この部分は力が釣り合っていて、静止していることがわかる。同様に、仮想的な切断面の下の部分も、下向きに引張り荷重ベクトル F_2 が、上向きに $\sigma_2 S$ で計算される力ベクトル（応力ベクトルの定義から）が作用し、 $F_2 + \sigma_2 S = 0$ となっているため、この部分も力が釣り合っていて、静止していることがわかる。だから、物体内の微小体積要素がどこかに飛んでいってしまわないで、1つの物体として安定した形状を保っている訳である。

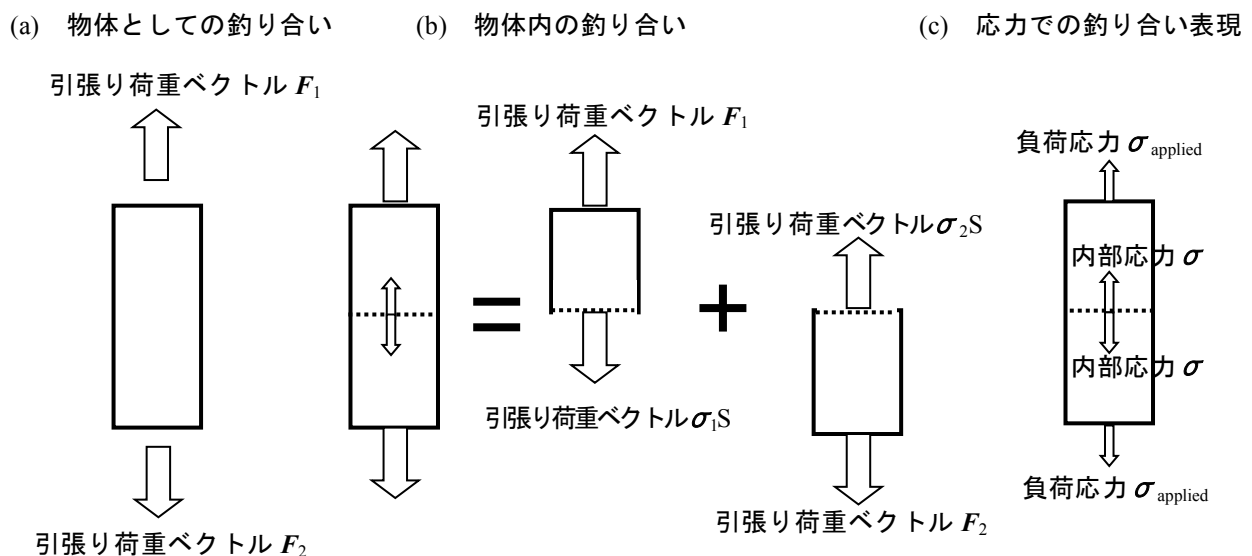


図2 力の釣り合い

（以下省略）

4 単軸応力下における仮想断面の応力ベクトル成分

自由物体法を使って、図 5 (a)に示した荷重軸から面法線が θ 傾いている面（ただし、

$-90^\circ < \theta < 90^\circ$) に作用する垂直応力ベクトル σ_n と剪断応力ベクトル σ_t を求めてみよう。まず、荷重軸を x 軸に一致させて (x, y) 座標を導入し、その x 軸が反時計方向に $+\theta$ 回転した新しい座標を (x', y') 座標とする。すると、 θ 傾いている仮想断面の法線が x' 軸に一致する。次に、仮想断面で切断し、その上側の物体を取り出して、それに作用する力を考えてみると、図 5(b) のようになる。これを見ると、この物体には、上向きに負荷応力ベクトル σ_{applied} と、下向きに内部応力ベクトル σ だけしか作用していないことがわかる。したがって、力に直して（すなわち、それぞれの断面積を掛けて）力の釣り合い式を書くと、

$$\sigma_{\text{applied}} S + \sigma \frac{S}{\cos \theta} = 0$$

$$\therefore \sigma = -\sigma_{\text{applied}} \cos \theta \quad (3)$$

（以下省略）