電気回路第一
－ 重ね合わせ －

電気電子系　エネルギーコース

山田　明

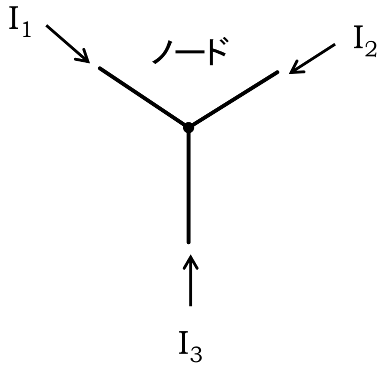
新スケジュール（7月16日は海の日だった）

1. 導入 (6月11日・ファム）
2. 直流回路　 --キルヒホッフの法則 –(6月18日・山田）
3. 直流回路　 --直流回路網 –(6月21日・山田）
4. 容量とインダクタ（6月25日・山田）
5. 電気素子の基本応答(6月28日・ファム）
6. ラプラス変換(7月2日・ファム）
7. 過渡応答 -- １次の系 -- （7月5日・ファム）
8. 過渡応答 -- ２次の系 -- (7月9日・ファム）
9. これまでのまとめと理解の確認（中間試験90分） (7月12日・ファム）
10. 正弦波と複素表現(7月19日・ファム）
11. インピーダンス・アドミッタンスとベクトル表現(7月23日山田）
12. 共振回路(7月26日・山田）
13. 変成器と電力(7月30日・山田）
14. ボーデ図と周波数特性のまとめ(8月2日・山田）
    期末試験（ 試験90分）（ ８月6日・山田）

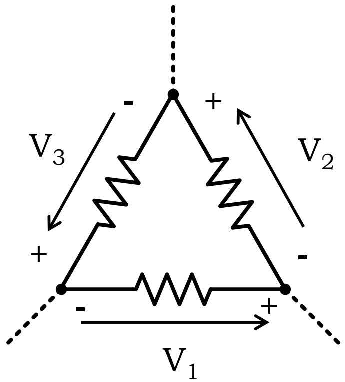
内容

- キルヒホッフの法則の練習
- 重ね合わせの理
- テブナンの定理

キルヒホッフの法則



電流則



電圧則

- キルヒホッフの電流則
  - 電流は，電荷の流れ。電荷保存則の回路的表現。
  - あるノードに流れ込む電流の和は，0である。

$$\sum_i I_i = 0$$

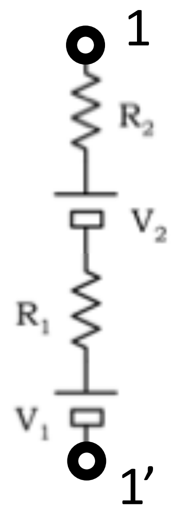
- キルヒホッフの電圧則
  - 電圧は，ポテンシャル。エネルギー保存則の回路的表現。
  - あるループに沿った電圧の和は，0である。

$$\sum_i V_i = 0$$

- 基本的に回路は，電流，電圧の向きを考慮しながら電流，電圧を未知変数とし，キルヒホッフの法則を適応させながら連立方程式を作り，それを解くことになる。

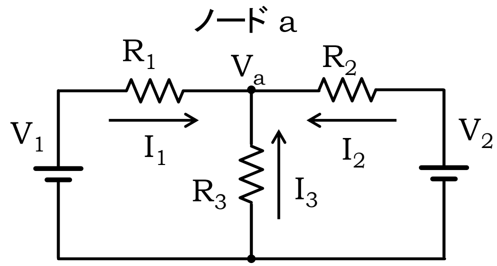
練習I

- 内部抵抗R_1, R_2を持つ理想的でない電圧源を直列接続した。この時，この電圧源を1つの電圧，1つの内部抵抗をもつ等価な電圧源で表現せよ。



練習II

- 下図の回路におけるノードaの電圧V_a, 抵抗R_1, R_2, R_3を流れる電流I_1, I_2, I_3をキルヒホッフの電流則を用いて求めよ。



$G_1 = \frac{1}{R_1}, \ G_2 = \frac{1}{R_2}, \ G_3 = \frac{1}{R_3}$

ノードaに流れる込む電流に対して，キルヒホッフの電流則を用いると，

それぞれの電流値は，コンダクタンスG_1, G_2, G_3を用いると，

となる。未知数は，電流が3つと電圧 V_a の4つ。独立な式も4つなので，これで未知の電流，電圧を求めることが出来る。

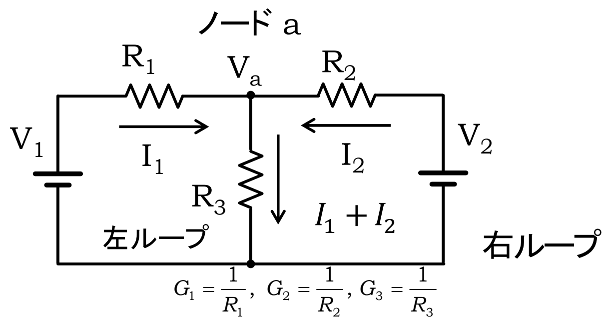
代入して,

これより,

従って，それぞれの電流は,

練習III

- 下図の回路におけるノードaの電圧V_a, 抵抗R_1, R_2を流れる電流I_1, I_2をキルヒホッフの電圧則を用いて求めよ。



左ループと右ループに, キルヒホッフの電圧則を用いると,

またV_aは,

となる。未知数は, 電流が2つと電圧V_aの3つ。独立な式も3つなので, これで未知の電流, 電圧を求めることが出来る。

第1式より,

これより,

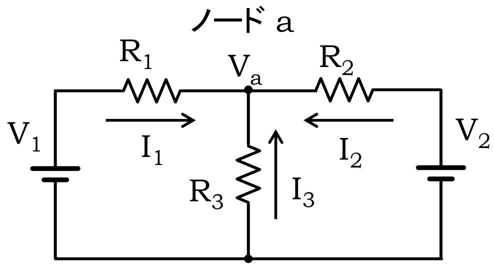
従って，それぞれの電流は,

R_3を流れる電流は,

またV_aは,

練習IV

- 下図の回路におけるノードaの電圧V_aを，電圧源を電流源に変換することにより求めよ。



$G_1 = \frac{1}{R_1}$, $G_2 = \frac{1}{R_2}$, $G_3 = \frac{1}{R_3}$

重ね合わせの理(線形性)

- ある入力 v, w に対して，あるシステム L が下記の式を満たすとする。ここで，a, bは定数である。

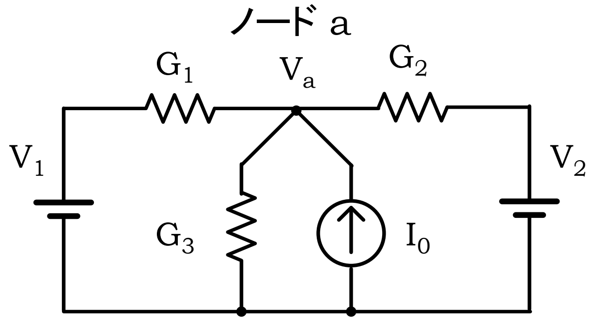
$$L(av + bw) = aL(v) + bL(w)$$

- この様なシステムLを線形システムと呼ぶ。
    - 例えば，比例関数($f(x) = kx$)，微分($\frac{d}{dx}$)，積分($\int dx$)など。
- 上式は，vとwの合成$v + w$が入力として入った場合，システムの応答は，vのみが入力の場合の応答$L(v)$と，wのみが入力の場合の応答$L(w)$の合成であると読むことが出来る。

$$\begin{cases} L(v+w) = L(v) + L(w) \\ \qquad L(0+0) = L(0) = L(0) + L(0) = 2L(0) \ \because L(0) = 0 \\ L(v+0) = L(v) + L(0) = L(v) \\ L(0+w) = L(0) + L(w) = L(w) \end{cases}$$

例

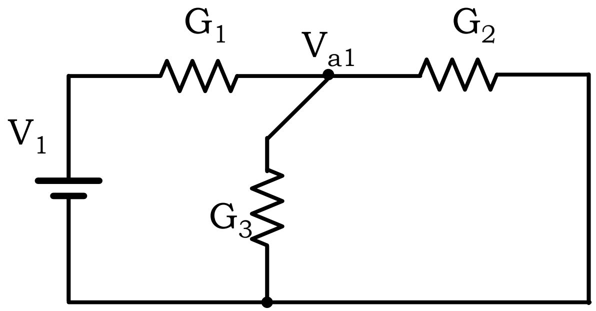
- 下図の回路において，ノードaの電圧V_aを求める。



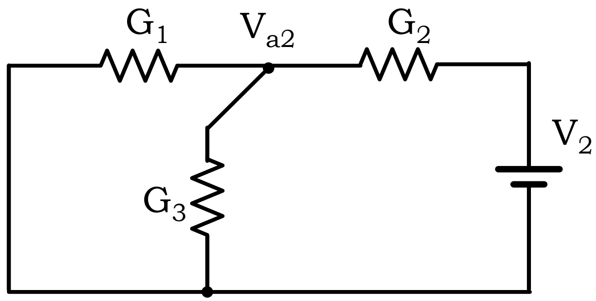
電圧源，電流源の変換を用いると，

重ね合わせの理を用いる

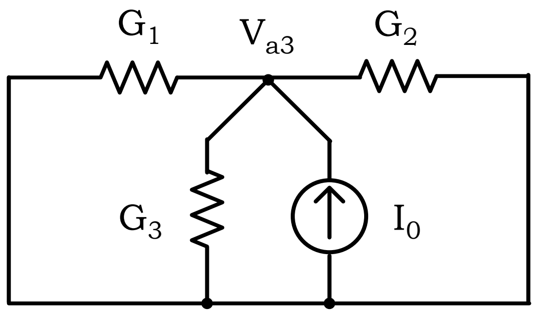
- V_1のみの応答，V_2のみの応答，I_0のみの応答を求めて，和を取る。
- このとき電圧源を回路から外す時は，端子間を短絡する。理想的な電圧源の内部抵抗は0であり，回路的には短絡なため。
- 電流源を回路から外す時は，端子間を開放する。理想的な電流源の内部抵抗は無限大であり，回路的には開放なため。



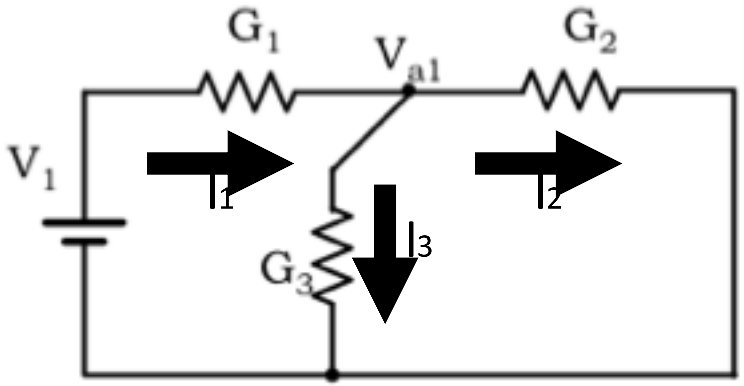
V_{a1}を求める
V_1を残し，電圧源 V_2はショート
電流源 I_0はオープンにする

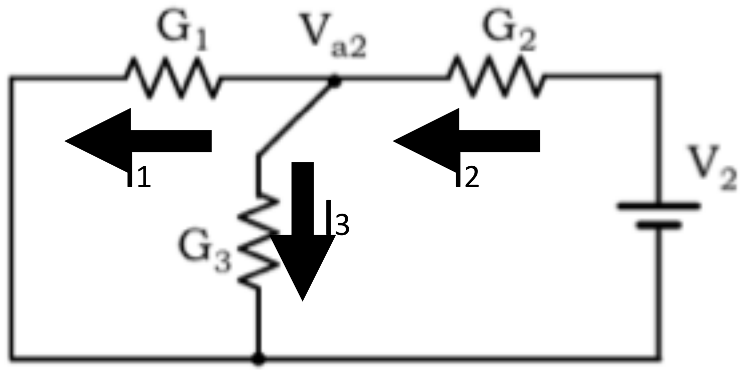


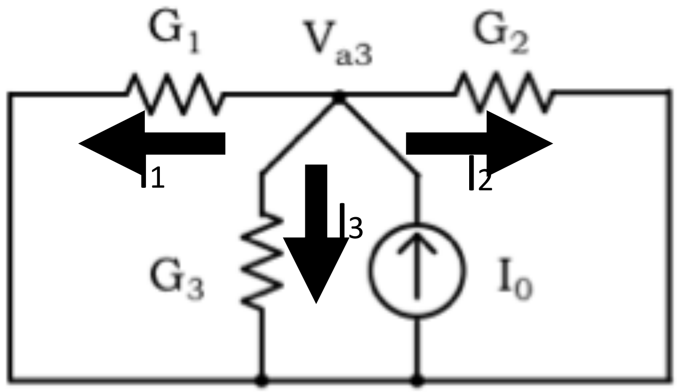
V_{a2}を求める
V_2を残し，電圧源 V_1はショート
電流源 I_0はオープンにする



V_{a3}求める
電流源 I_0を残し,
電圧源 $V_{1,}$ V_2はショートする







よって，重ね合わせの理を用いて，

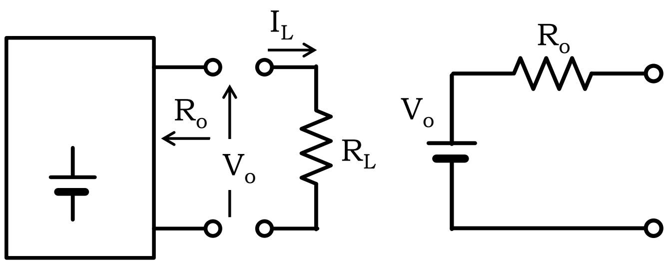
$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a3} = \frac{G_1V_1 + G_2V_2 + I_0}{G_1 + G_2 + G_3}$$

テブナンの定理

- 内部に電流源，電圧源を含む回路において端子間の開放電圧をVo，端子から見た回路の抵抗をRoとする。このとき，端子に抵抗R_Lを接続したときにR_Lに流れる電流I_Lは，下記の式で与えられる。

$$I_L = \frac{V_o}{R_0 + R_L}$$

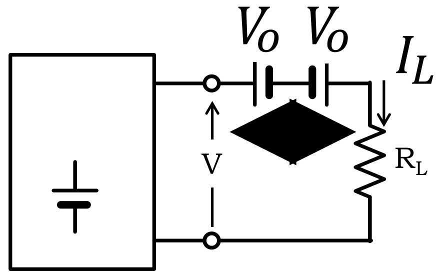
- すなわち，内部に複数の電圧源，電流源を持ち，抵抗の接続が複雑な回路であっても，端子間の開放電圧Voと内部抵抗Roが分かると，回路は下図の電圧源（開放電圧Vo，内部抵抗Ro）と等価であることを意味している。
- これをテブナンの定理と呼ぶ。



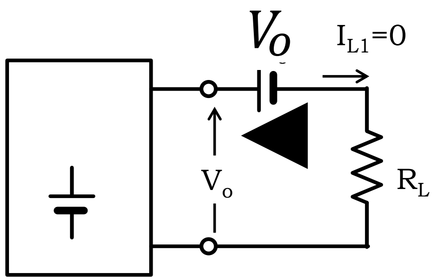
内部に多数の電圧，電流源を含む回路　　等価な電圧源

テブナンの定理の証明

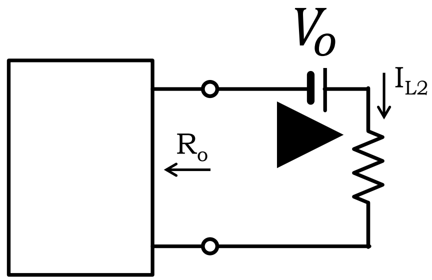
- テブナンの定理は重ね合わせの理を用いて証明できる。
  - 複雑な回路であっても，開放電圧と内部抵抗が分かれば，負荷を流れる電流が求められる。
- 図(a)のように開放電圧Voに等しい電圧源を極性を反対にして直列接続した回路を考える。
- この回路は，前スライドの左図に示した回路と等価である。
- 次にこの回路を重ね合わせの理を用いて図(b)と図(c)に分割する。
- 図(b)の回路は，箱で示した回路中の全ての電源と電圧Voが含まれている回路であり，抵抗を流れる電流はゼロである。
- 図(c)の回路は，箱で示した回路中の全ての電源を外し，電圧-Voのみを残した回路である。電源を外し，端子から見た回路の抵抗は，内部抵抗Roに等しいため，電流IL2は$I_{L2} = \frac{V_0}{R_o + R_L}$。
- 従って，電流R_Lは，重ね合わせの理により，$$I_L = I_{L1} + I_{L2} = \frac{V_0}{R_o + R_L}$$



(a)



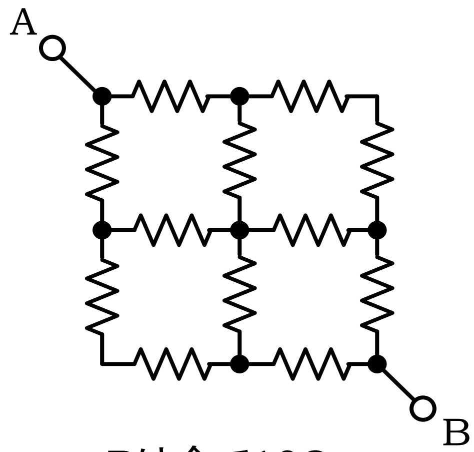
(b)



(c)

練習1

- 下図の抵抗は全て10Ωとする。このときに，端子A, B間の合成抵抗を求めよ。



Rは全て10Ω

練習２

- 開放電圧200Vの電源に，40Ωの負荷をつけたら電圧は80Vに下がった。この電源を電圧源及び等価な電流源で表せ。