

# 本日の演習問題 1

次の4点の離散時間信号を離散フーリエ変換した際の周波数スペクトル $F(k)$ 、振幅スペクトル $|F(k)|$ 、位相スペクトル $\angle F(k)$ を求めよ。

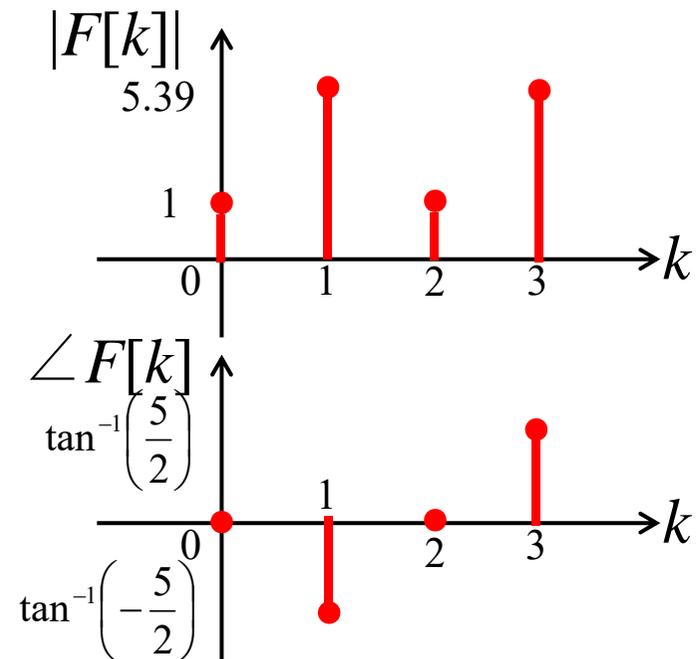
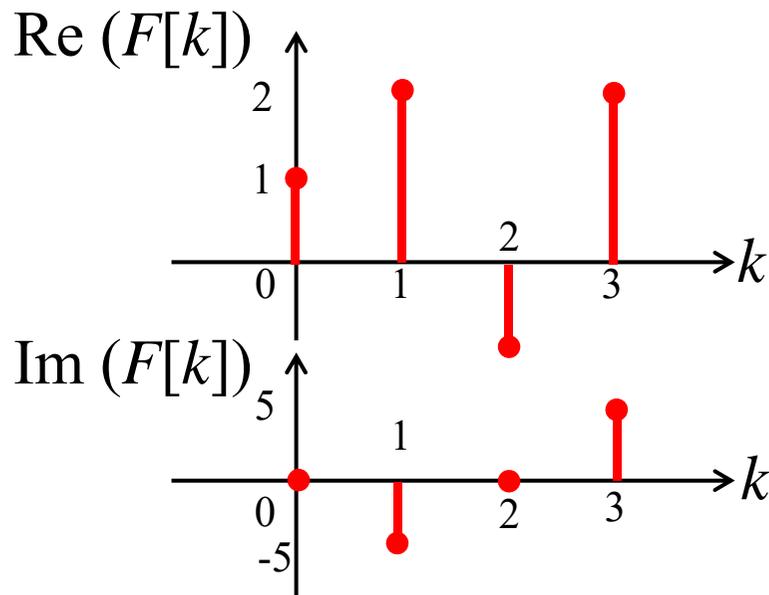
$$f[n] = \begin{cases} 1 & (n=0) \\ 3 & (n=1) \\ -1 & (n=2) \\ -2 & (n=3) \end{cases}$$

$$F[0] = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] = f[0] + f[1] + f[2] + f[3] = 1$$

$$F[1] = f[0] + f[1]e^{-i\frac{\pi}{2}} + f[2]e^{-i\frac{2\pi}{2}} + f[3]e^{-i\frac{3\pi}{2}} = 2 - 5i$$

$$F[2] = f[0] + f[1]e^{-i\pi} + f[2]e^{-i2\pi} + f[3]e^{-i3\pi} = -1$$

$$F[3] = f[0] + f[1]e^{-i\frac{3\pi}{2}} + f[2]e^{-i\frac{6\pi}{2}} + f[3]e^{-i\frac{9\pi}{2}} = 2 + 5i$$



## 本日の演習問題 2

離散フーリエ変換の時間反転  $f(-n) \leftrightarrow F(-k)$  を証明せよ。

$$\sum_{n=0}^{N-1} f(-n) e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} f(N-n) e^{-i\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} f(N-n) e^{i\frac{2\pi}{N}k(N-n)}$$

$n' = N - n$  とおくと

$$\sum_{n'=N}^1 f(n') e^{i\frac{2\pi}{N}kn'} = \sum_{n=1}^N f(n) e^{i\frac{2\pi}{N}kn}$$

$f(n)$  の周期性を考慮すると

$$\sum_{n=1}^N f(n) e^{i\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{i\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-i\frac{2\pi}{N}(-k)n} = F(-k)$$