本日の演習問題(1)

$f(t) = \cos(\omega_0 t)$ を周期Tでサンプリングした信号$f_T(t)$を考える。

$f_T(t)$のフーリエ変換を図示し、元の$f(t)$が再現できるTの条件を示せ。

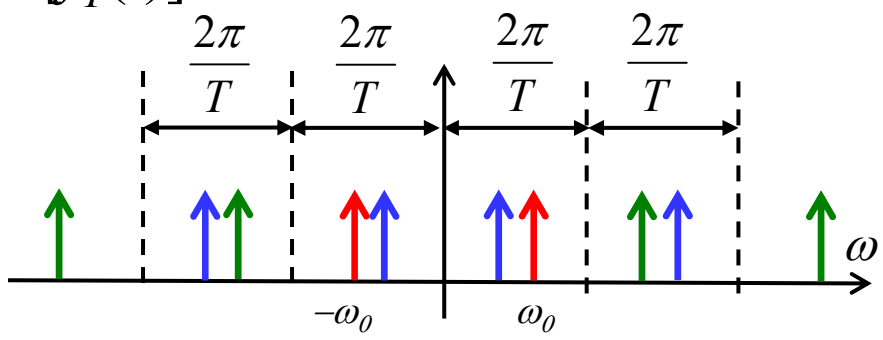
$$\begin{cases} f(t) = \cos(\omega_0 t) = \dfrac{1}{2}\left(e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}\right) \\ F(\omega) = \pi\left[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)\right] \end{cases}$$

$$F[f_T(t)] = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left(\omega - \frac{2n\pi}{T}\right)$$

$$= \frac{\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\delta\left(\omega - \frac{2n\pi}{T} - \omega_0\right) + \delta\left(\omega - \frac{2n\pi}{T} + \omega_0\right)\right\}$$

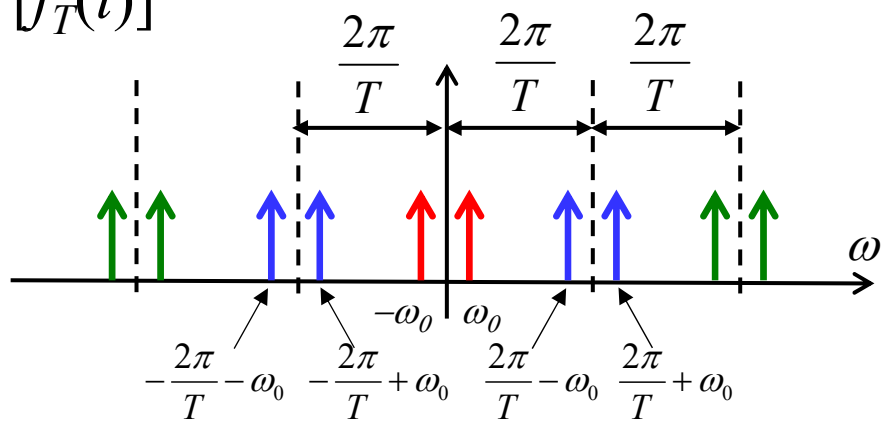
$T > \dfrac{\pi}{\omega_0}$ のとき

$F[f_T(t)]$



$T \le \dfrac{\pi}{\omega_0}$ のときのみ再現可能

$F[f_T(t)]$

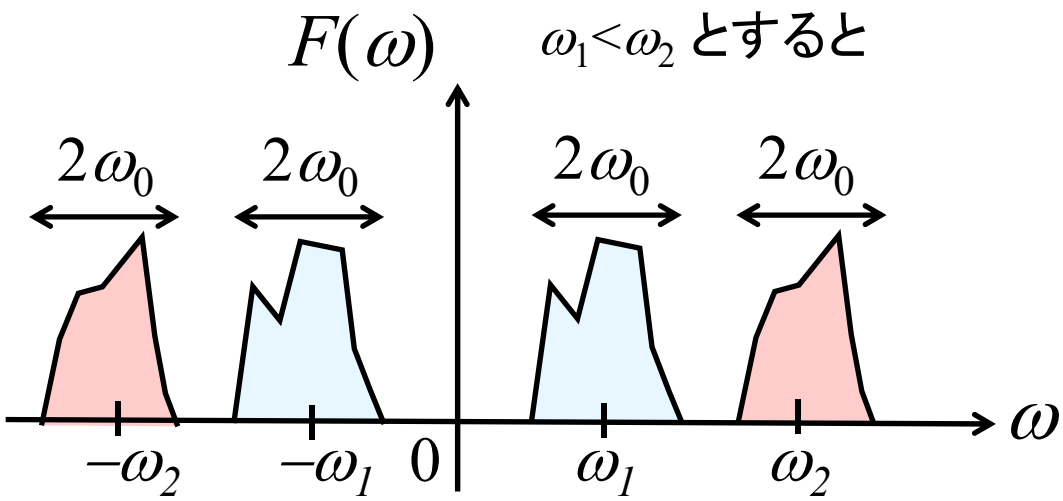


本日の演習問題(2)

帯域がω_0に制限された信号$f_1(t)$を$\cos(\omega_1 t)$の搬送波に、同様に帯域がω_0に制限された$f_2(t)$を$\cos(\omega_2 t)$の搬送波に振幅変調して乗せることを考える。$f_1(t)$、および$f_2(t)$を損失なく復調できるためには、ω_1とω_2の間にどのような関係が必要か、フーリエ変換を用いて答えよ。

$$F[f_1(t)\cos(\omega_1 t)]$$
$$=(1/2\pi)F[f_1(t)] * F[\cos(\omega_1 t)] = \frac{1}{2}\{F_1(\omega+\omega_1)+F_1(\omega-\omega_1)\}$$

$$F[f_2(t)\cos(\omega_2 t)]$$
$$=(1/2\pi)F[f_2(t)] * F[\cos(\omega_2 t)] = \frac{1}{2}\{F_2(\omega+\omega_2)+F_2(\omega-\omega_2)\}$$



$\omega_1<\omega_2$ とすると

$|\omega_2-\omega_1|>2\omega_0$ でないとスペクトルが重なる

搬送波の周波数差は、帯域の2倍以上である必要