解析学演習　微分方程式(第 11 回)　解答例　　2018/5/21

1.　(1)[1 点]　$w(x,\exp x)=\begin{vmatrix} x & \exp x \\ 1 & \exp x \end{vmatrix}=(x-1)\exp x\neq 0$ となるので，1 次独立である。

(2)[1 点]　$w(\exp x,\exp(x+A))=\begin{vmatrix} \exp x & \exp(x+A) \\ \exp x & \exp(x+A) \end{vmatrix}=0$ となるので，1 次従属である。

2.　(1) [1 点]　この微分方程式の特性方程式は $\lambda^2-3\lambda+2=0$ となる。この根は $\lambda=1, 2$ である。
従って、与えられた微分方程式の一般解は

$$y=C_1\exp(x)+C_2\exp(2x)$$

となる。

(2)[1 点] この微分方程式の特性方程式は $\lambda^2+4\lambda+4=0$ となる。この根は $\lambda=-2$ (重解)である。
従って、与えられた微分方程式の一般解は

$$y=C_1\exp(-2x)+C_2\,x\exp(-2x)$$

となる。

(3)[1 点] この微分方程式の特性方程式は $\lambda^2-\lambda+2=0$ となる。この根は $\lambda=\frac{1\pm\sqrt{7}\mathrm{i}}{2}$ となる。

従って、与えられた微分方程式の一般解は

$$y=C_1\exp\left(\frac{1}{2}x\right)\cos\left(\frac{\sqrt{7}}{2}x\right)+C_2\exp\left(\frac{1}{2}x\right)\sin\left(\frac{\sqrt{7}}{2}x\right)$$

となる。

3. (1) [1 点]　$Ri+L\dfrac{di}{dt}=E$

(2)[1 点]　$Ri+L\dfrac{di}{dt}=0$。 $\dfrac{di}{dt}+\dfrac{R}{L}i=0$ より， $i=C\exp\left(-\dfrac{R}{L}t\right)$(ただし，$C$ は定数)。

(3) [1 点]　非斉次方程式の特殊解の一つとして、定常解の(1)の解を採用するのが最も簡単である。

したがって， $i=C\exp\left(-\dfrac{R}{L}t\right)+\dfrac{E}{R}$。

(4) [1 点]　$i(0)=0$ より， $\dfrac{E}{R}+C=0,\ C=-\dfrac{E}{R}$　$\therefore i(t)=\dfrac{E}{R}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}\right)$

(5) [1 点]　$\dfrac{L}{R}$