

電磁気学基礎 I-e(上妻)No.1



2018.10.1

【1】《2次元極座標の基本ベクトル》

- (i) 2次元極座標 (r, θ) の基本ベクトル e_r, e_θ とはどのようなことか、図示して説明せよ。
(ii) 図を描いて e_r, e_θ をデカルト座標の基本ベクトル i, j で表せ。
(※) i, j は e_x, e_y , あるいは e_1, e_2 と書かれることもある。
(iii) 「基本ベクトル e_r の方向は、 θ を固定して r を $r + dr$ に微小変化させたときに、点 P の位置ベクトル r が変化する方向である」ということもできる。 e_θ についても全く同様である。この考えに従って、(ii) の結果を再導出せよ。

【2】《2次元極座標と点の運動》

- (i) 点が運動していて、その座標が時間 t の関数として $x = x(t), y = y(t)$ と表されているとき、位置ベクトルは $r = xi + yj$ である。このとき、 x 方向の速度成分は $v_x = \dot{x}$ であり、 y 方向の速度成分は $v_y = \dot{y}$ である。言い換えれば、速度 v は

$$v = \dot{r} = \dot{x}i + \dot{y}j \quad (1)$$

と書ける。

点の位置が極座標で $r = r(t), \theta = \theta(t)$ と表されているとき $r = re_r$ なので、B君は上との類推から

$$v = \dot{r} = \dot{r}e_r \quad (2)$$

であると考えた。さてB君の考えでよいだろうか。

- (※) \dot{x} は dx/dt のことで、上についた「 \cdot 」は時間微分の意味である。したがって、 $y(x)$ に対して dy/dx のことを \dot{y} とは書いてはいけぬ。時間微分を「 \cdot 」で表すのはニュートンに始まる。
(ii) 2次元極座標での速度 v を求めよ。
(※) もちろん r, θ, e_r, e_θ を用いて表すのである。
(iii) 2次元極座標での加速度 a を求めよ。

【3】《偏微分関係式》

- (i) 理想気体の状態方程式 $pV = nRT$ について

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V \quad (1)$$

はどのようになるか。添字は偏微分に際して固定する変数を示している。

- (※) 結果は驚くほど簡単になる。そうならない学生は結果の式をもう一度見直して見よ。
(ii) 一般に、 x, y, z の間に関数関係 $f(x, y, z) = 0$ があるとき、

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \quad (2)$$

に対して (i) と同じ結果が成り立つことを説明せよ。ただし、適当な偏微分可能性などは仮定する。