連続時間系フィルタの構成

フィルタの概要

フィルタとは

入力信号の周波数に応じて出力信号の振幅や位相を変える回路

フィルタの特性

入力電圧：$v_{in}(t) \rightarrow V_{in}(s)$

出力電圧：$v_{out}(t) \rightarrow V_{out}(s)$

伝達関数：$T(s) = \dfrac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$

複素正弦波$V_{in}(s)\big|_{s=j\omega} = Ke^{j(\omega t+\phi)}$とすると，$V_{out}(s)\big|_{s=j\omega}$は

$$V_{out}(s)\big|_{s=j\omega} = T(j\omega)Ke^{j(\omega t+\phi)}$$

$$V_{out}(s)\big|_{s=j\omega} = T(j\omega)Ke^{j(\omega t+\phi)}$$

$$\left|V_{out}(s)\big|_{s=j\omega}\right| = \left|T(j\omega)\right|K$$

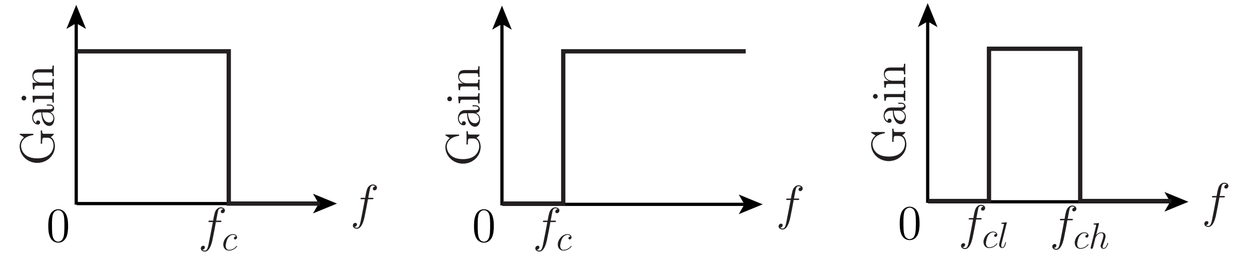
$$\arg V_{out}(s)\big|_{s=j\omega} = \arg T(j\omega) + \phi$$

$\boxed{A(\omega) = \left|T(j\omega)\right|\text{: 振幅特性}}$

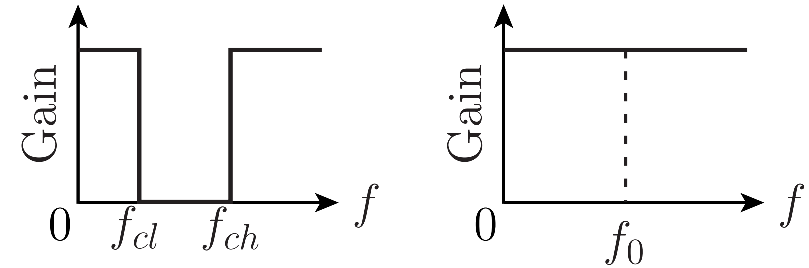
$\boxed{\theta(\omega) = \arg T(j\omega)\text{: 位相特性}}$

代表的なフィルタ

- 低域通過フィルタ
- 帯域通過フィルタ
- 高域通過フィルタ
- 帯域除去フィルタ
- 全域通過フィルタ



(a) Low-pass Type (b) High-pass Type (c) Bandpass Type



(d) Bandstop Type (e) Allpass Type

f_c: 遮断周波数

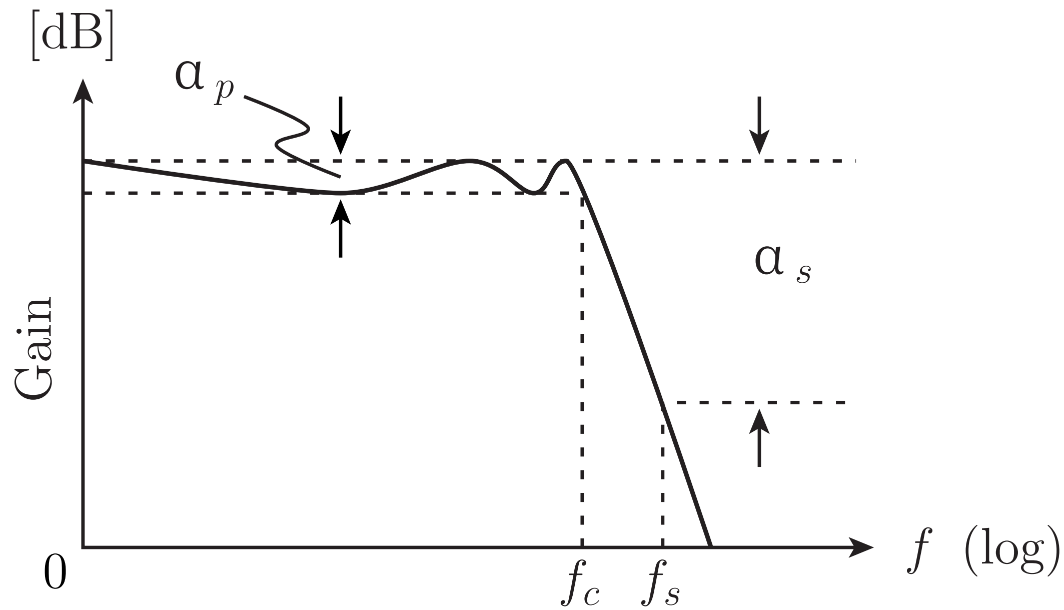
f_{cl}: 低域遮断周波数

f_{ch}: 高域遮断周波数

通過域または通過帯域

遮断域

実際のフィルタ特性



α_p :通過域内許容偏差

α_s :最小減衰量

f_s :遮断域端周波数

f_c～f_s:過渡域

フィルタの評価尺度

1. 歩留まり
2. 占有チップ面積
3. 消費電力
4. 電源電圧
5. ダイナミックレンジ（最大信号振幅，雑音，歪み）
6. 最大信号処理周波数（応答速度）
7. 電源電圧変動の除去率
8. その他

$\boxed{\text{素子感度}}$

F　目的関数(伝達関数)

x　素子値

$$\frac{\Delta F}{F} = S\frac{\Delta x}{x}$$

$$S = \frac{\Delta F}{F} \cdot \frac{x}{\Delta x} = \frac{x}{F} \cdot \frac{\Delta F}{\Delta x}$$

$$S_x{}^F = \lim_{\Delta x \to 0} S = \frac{x}{F} \cdot \frac{\partial F}{\partial x}$$

$\boxed{\text{相対素子感度}}$

$\left|S_x{}^F\right|$:小 $\rightarrow$ 高い歩留まり

状態変数型構成法

伝達関数に基づくフィルタの導出

$$T_L(s) = \frac{K a_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

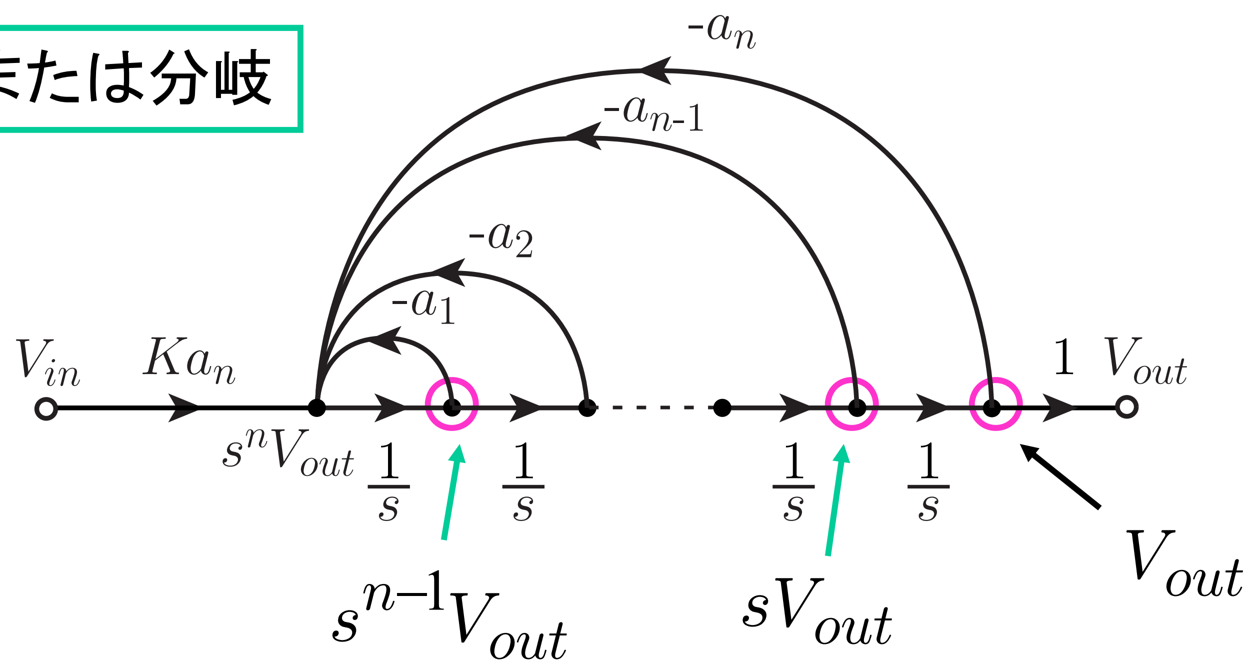
$$K a_n V_{in} = (s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n) V_{out}$$

$$s^n V_{out} = K a_n V_{in} - (a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n) V_{out}$$

$$s^n V_{out} = K a_n V_{in} - (a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n) V_{out}$$

黒丸：加算または分岐

矢印：乗算

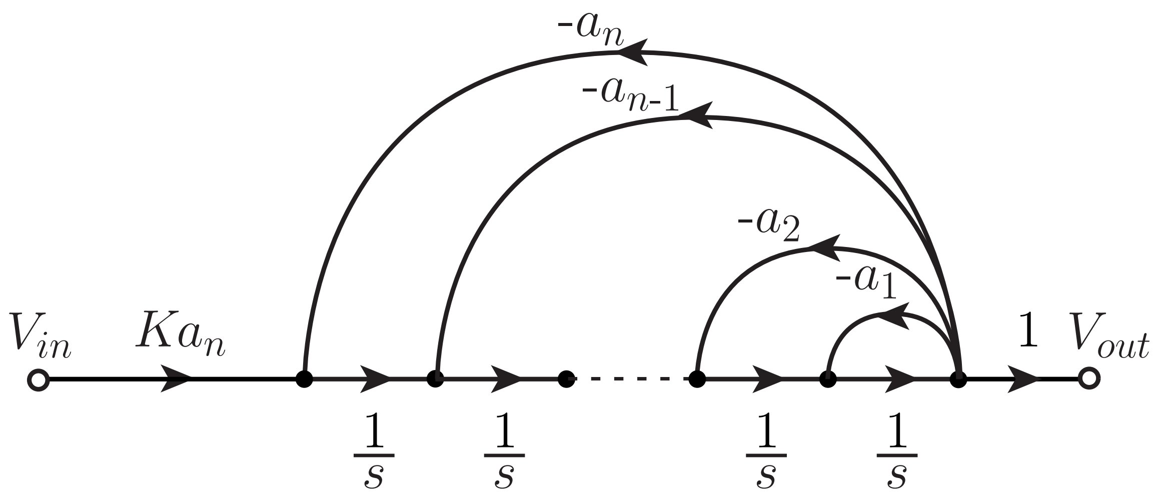


シグナルフローグラフ

別解

$$s^n V_{out} = K a_n V_{in} - (a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n) V_{out}$$

$$V_{out} = K a_n s^{-n} V_{in} - (a_1 s^{-1} + a_2 s^{-2} \cdots + a_{n-1} s^{-n+1} + a_n s^{-n}) V_{out}$$

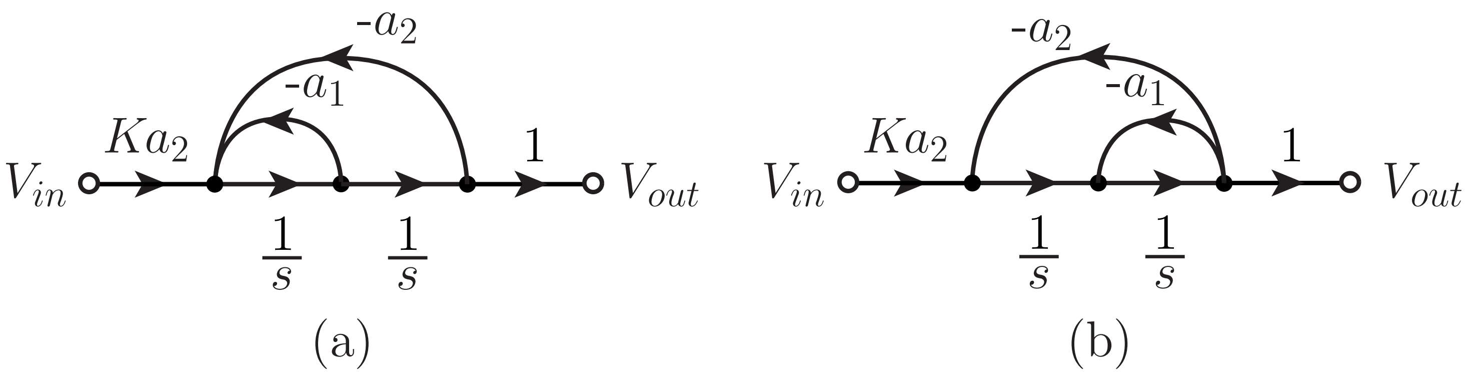


例題

$$T_L(s)=\frac{Ka_2}{s^2+a_1s+a_2}=\frac{V_{out}}{V_{in}}$$

$$s^2V_{out}=Ka_2V_{in}-(a_1s+a_2)V_{out}$$

$$V_{out}=Ka_2s^{-2}V_{in}-(a_1s^{-1}+a_2s^{-2})V_{out}$$



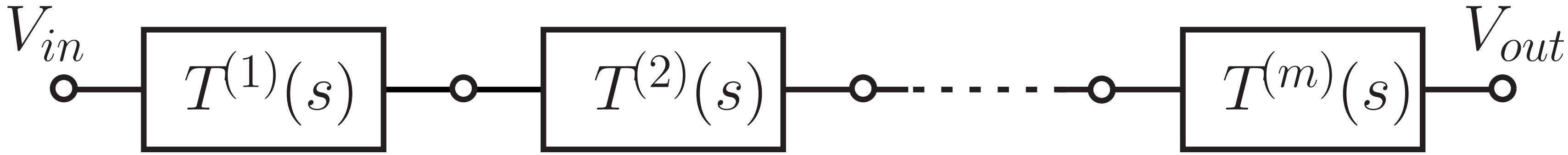
状態変数型構成法の問題点

伝達関数の係数の変化→特性の大幅な偏差

素子値の変化が伝達関数の係数の変化に対応

素子感度の高い構成

縦続接続型構成法



$$\boxed{T(s)=T^{(1)}(s)T^{(2)}(s)\cdots T^{(m)}(s)}$$

$T^{(i)}(s)$ ：1次または2次の伝達関数

1次の伝達関数 → 受動RC回路

2次の伝達関数 → 2次区間回路

2次区間回路の伝達関数の表し方

$$T_{second}(s) = \frac{N(s)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0{}^2}$$

ω_0: 遮断角周波数(中心角周波数)

Q：クォリティファクタ(単にQ)

($Q \geq 0.5$である特性は受動RC回路では実現できない)

問　$Q<0.5$のとき，極が実数となることを示せ.

伝達関数の分子多項式によるフィルタの分類

$$T_{second}(s) = \frac{N(s)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0{}^2}$$

$N(s) = K\omega_0{}^2$:低域通過フィルタ

$N(s) = K\frac{\omega_0}{Q}s$:帯域通過フィルタ

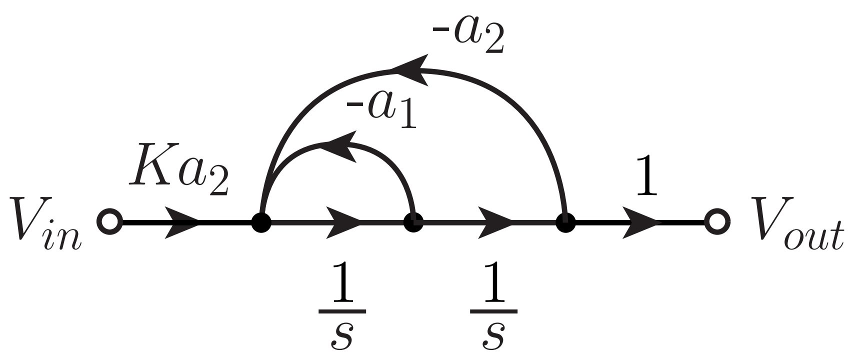
$N(s) = Ks^2$:高域通過フィルタ

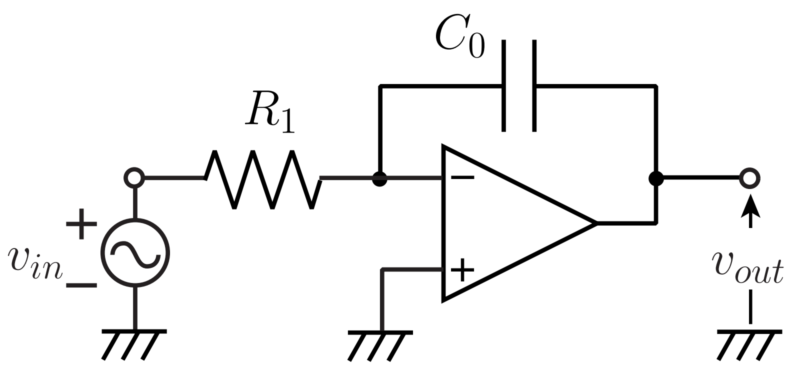
$N(s) = K(s^2 + \omega_0{}^2)$:帯域除去フィルタ

$N(s) = K(s^2 - \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0{}^2)$:全域通過フィルタ

問　全域通過フィルタの振幅特性$A(\omega)$を求めよ.

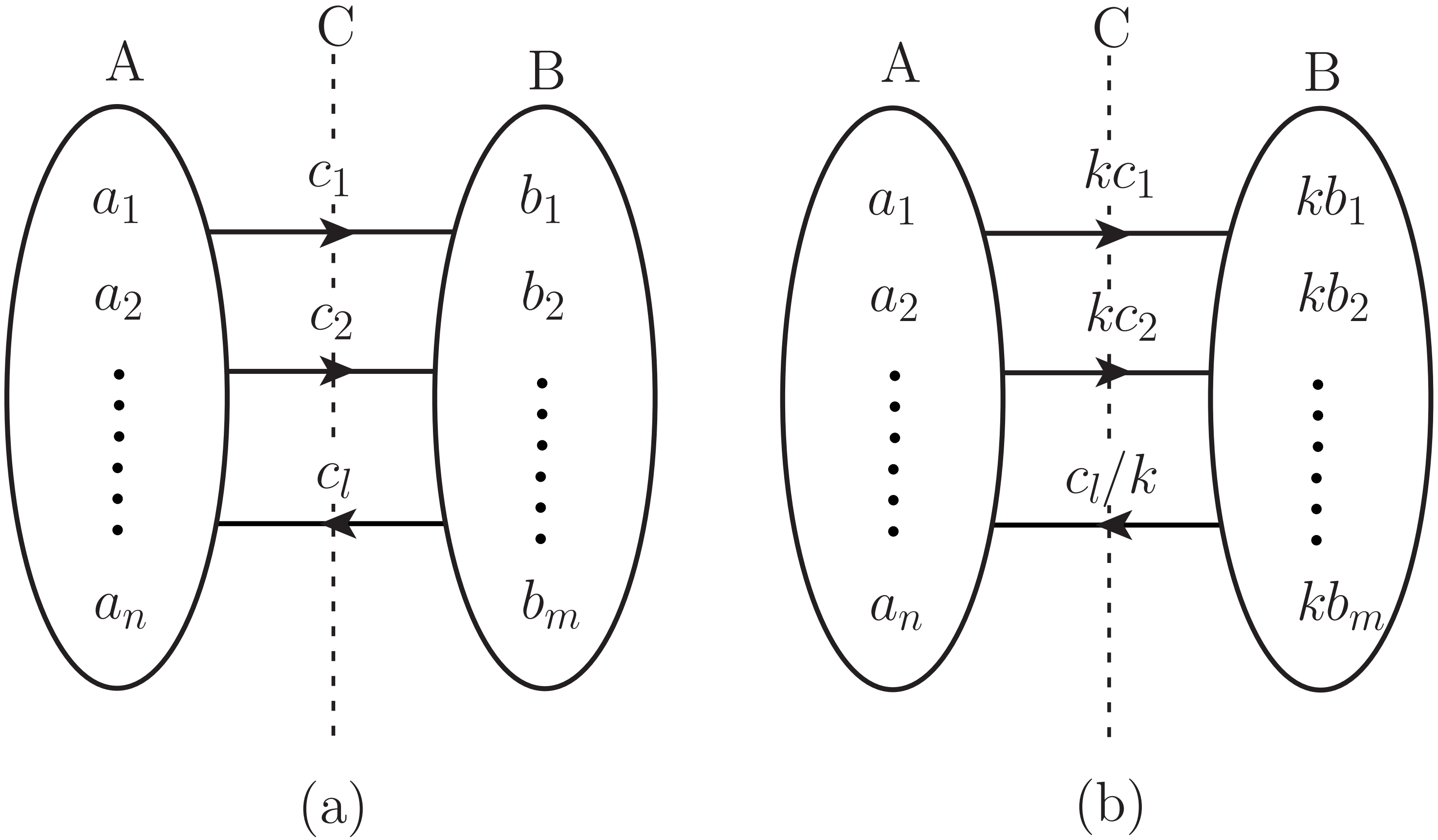
Tow-Thomasバイカッドフィルタ

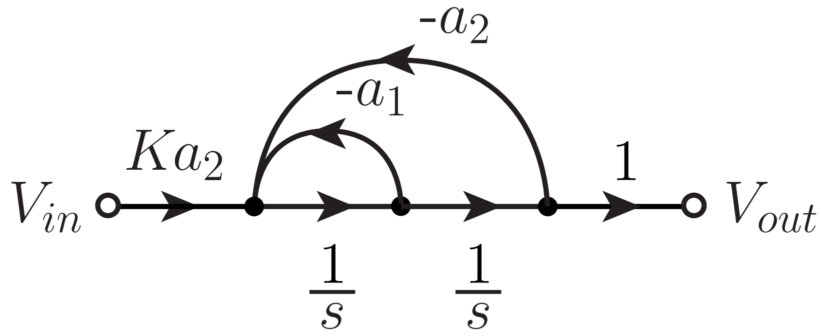


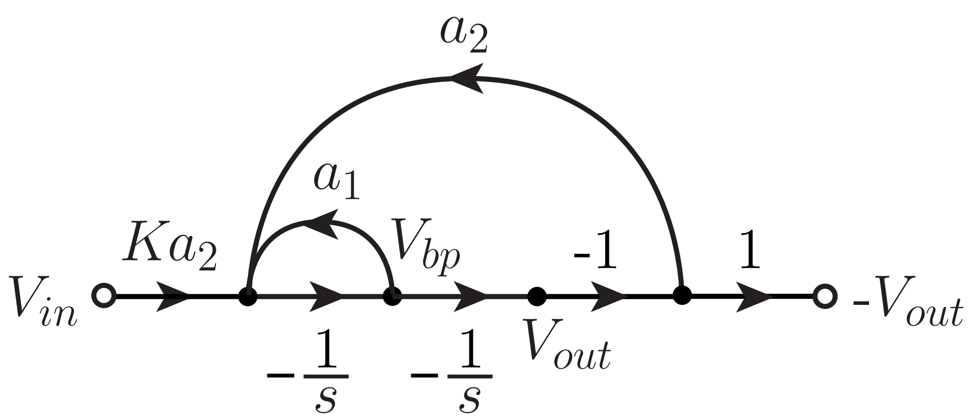


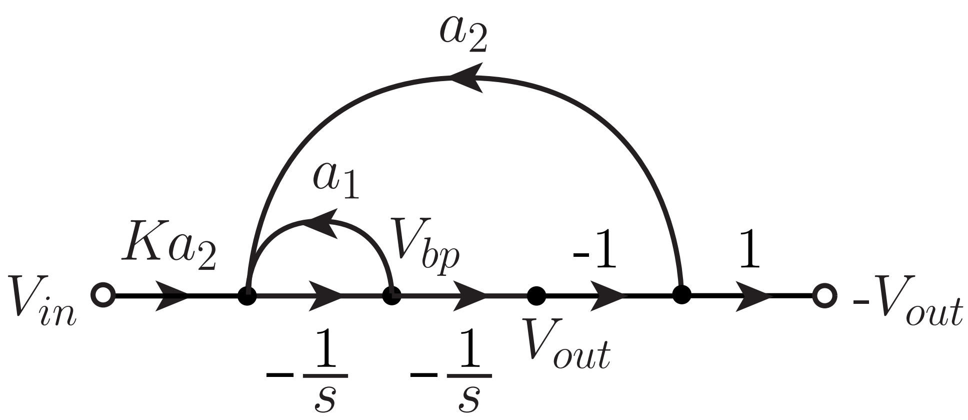
$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-1}{sC_0R_1}$$

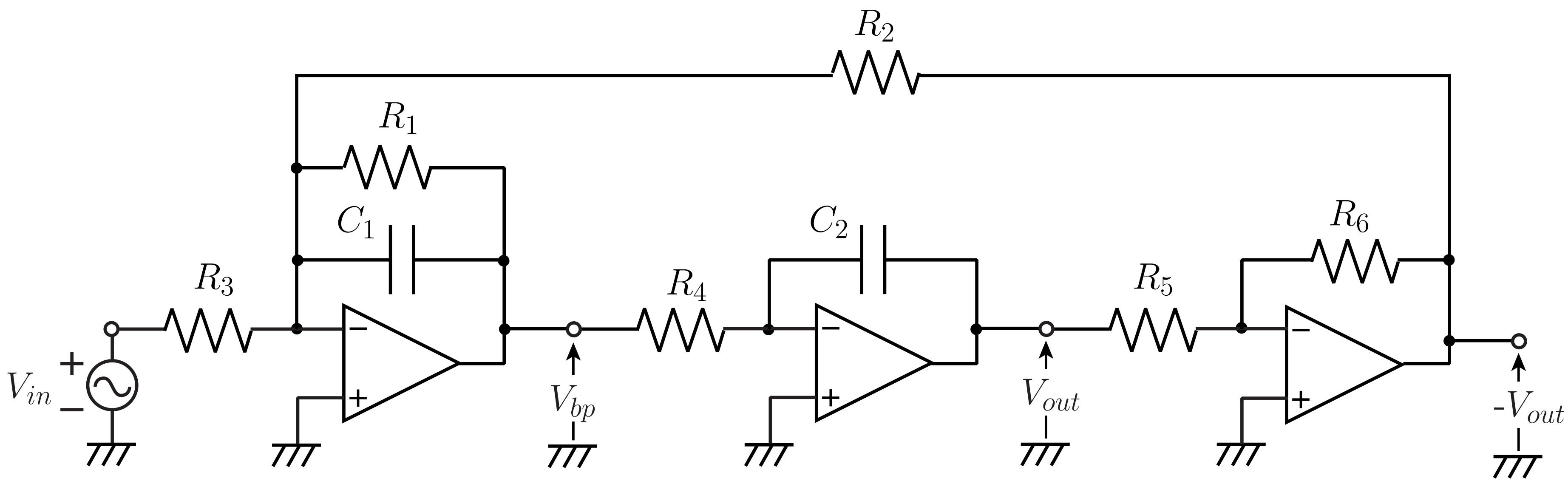
カットセット・スケーリング



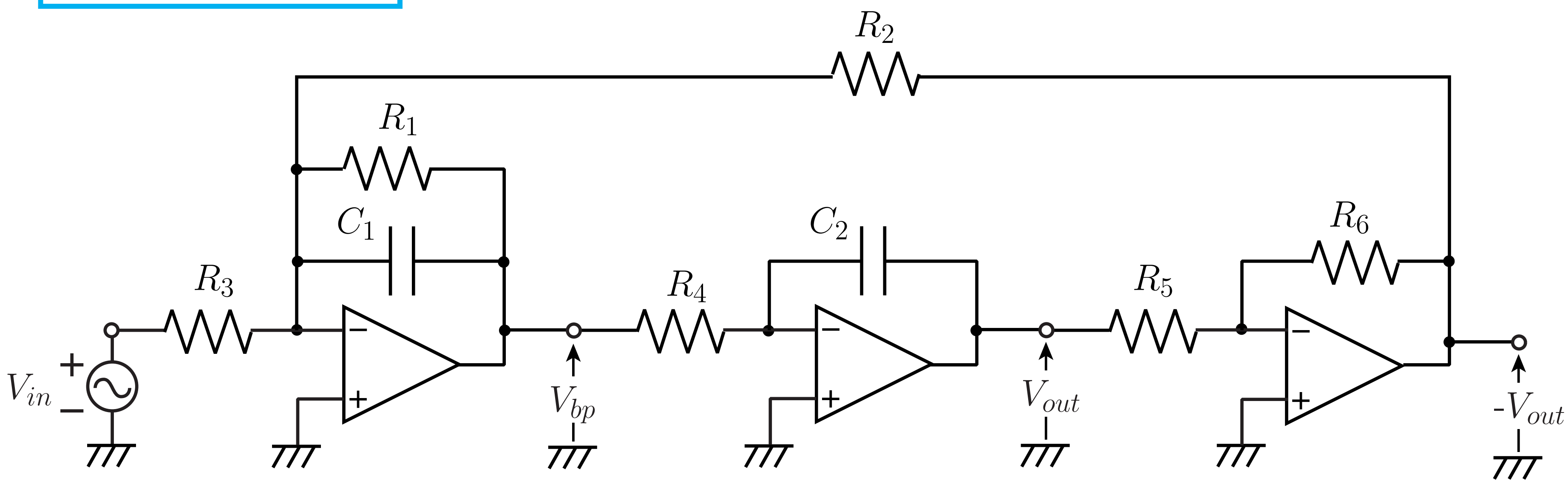

-a_2
-a_1
Ka_2
1
V_{in}
V_{out}
$\frac{1}{s}$
$\frac{1}{s}$


a_2
a_1
Ka_2
V_{bp}
-1
1
V_{in}
-V_{out}
$-\frac{1}{s}$
$-\frac{1}{s}$
V_{out}


a_2
a_1
Ka_2
V_{bp}
-1
1
V_{in}
$-V_{out}$
$-\frac{1}{s}$
$-\frac{1}{s}$
V_{out}


R_2
R_1
C_1
C_2
R_6
R_3
R_4
R_5
V_{in}
V_{bp}
V_{out}
$-V_{out}$

素子値の決定



$$T_{biquad}(s)=\frac{\dfrac{1}{C_1C_2R_3R_4}}{s^2+\dfrac{1}{C_1R_1}s+\dfrac{R_6}{C_1C_2R_2R_4R_5}}$$

$$\boxed{\omega_0=\sqrt{\frac{R_6}{C_1C_2R_2R_4R_5}}}$$

$$\boxed{Q=R_1\sqrt{\frac{C_1R_6}{C_2R_2R_4R_5}}}$$

$$\boxed{K=\frac{R_2R_5}{R_3R_6}}$$

例題

遮断周波数が1.00kHz，Qが$1/\sqrt{2}$の低域通過フィルタ

$$T(s)=\frac{K(2\pi\times1000)^2}{s^2+2\sqrt{2}\pi\times1000s+(2\pi\times1000)^2}$$

$$\omega_0=\sqrt{\frac{R_6}{C_1C_2R_2R_4R_5}} \qquad Q=R_1\sqrt{\frac{C_1R_6}{C_2R_2R_4R_5}} \qquad K=\frac{R_2R_5}{R_3R_6}$$

$$\boxed{R_2=R_3=R_4=R_5=R_6} \qquad \boxed{C_1=C_2}$$

$$\omega_0=\frac{1}{C_1R_2}$$

$$Q=\frac{R_1}{R_2}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

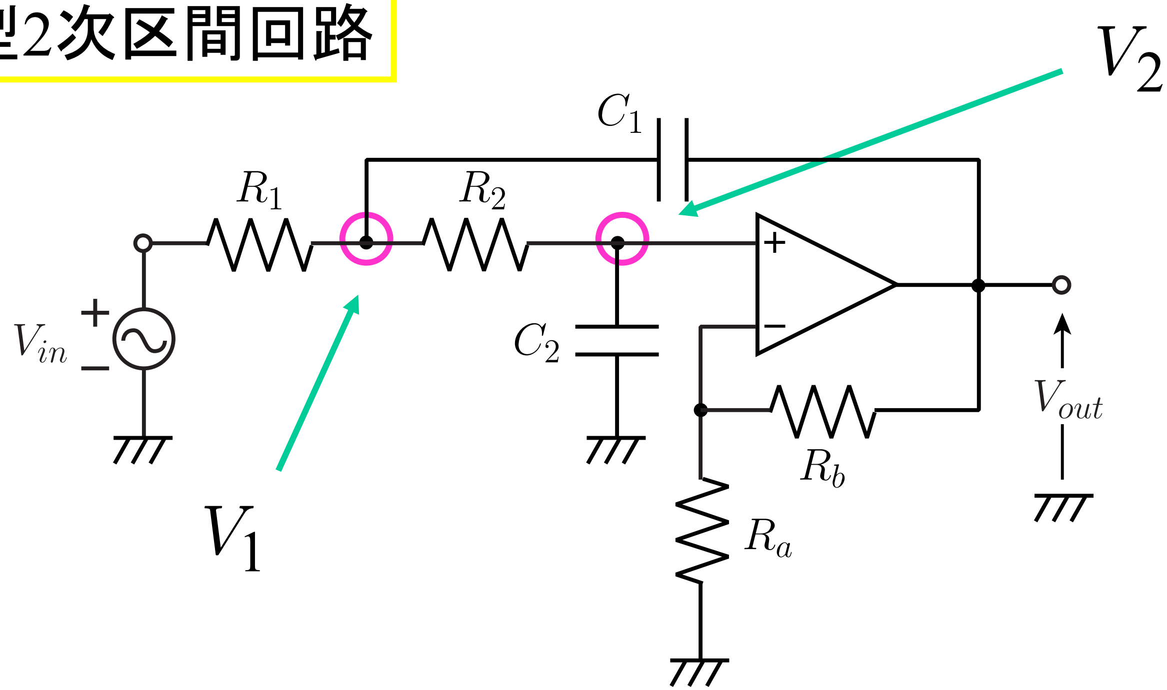
$$R_2=R_3=R_4=R_5=R_6=10.0\mathrm{k\Omega}$$

$$C_1=C_2=15.9\mathrm{nF}$$

$$R_1=\frac{R_2}{\sqrt{2}}=7.07\mathrm{k\Omega} \qquad K=1.00$$

問　遮断周波数が2kHz，Qが$1/\sqrt{2}$の低域通過フィルタの素子値を求めよ．

正帰還型2次区間回路



$$G_1(V_1 - V_{in}) + sC_1(V_1 - AV_2) + G_2(V_1 - V_2) = 0$$

$$G_2(V_2 - V_1) + sC_2V_2 = 0 \qquad A = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} G_1 + sC_1 + G_2 & -sC_1A - G_2 \\ -G_2 & G_2 + sC_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Cramerの公式

$$
\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}
$$

$$
x_i = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,i-1} & y_1 & a_{1,i+1} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,i-1} & y_2 & a_{2,i+1} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n,i-1} & y_n & a_{n,i+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}}
$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} G_1+sC_1+G_2 & -sC_1A-G_2 \\ -G_2 & G_2+sC_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G_1V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}}$$

$$V_2=\frac{\begin{vmatrix} G_1+sC_1+G_2 & G_1V_{in} \\ -G_2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} G_1+sC_1+G_2 & -sC_1A-G_2 \\ -G_2 & G_2+sC_2 \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{-(-G_2)(G_1V_{in})}{(G_1+sC_1+G_2)(G_2+sC_2)-(sC_1A+G_2)G_2}$$

$$\boxed{V_{out}=AV_2=\frac{AG_1G_2V_{in}}{s^2C_1C_2+sC_1G_2+sC_2(G_1+G_2)-sC_1G_2A+G_1G_2}}$$

$$T_{sk}(s)=\frac{V_{out}}{V_{in}}=\frac{AG_1G_2}{s^2C_1C_2+sC_1G_2+sC_2(G_1+G_2)-sC_1G_2A+G_1G_2}$$

$$=\frac{\frac{A}{R_1R_2}}{s^2C_1C_2+s\frac{C_1(1-A)}{R_2}+sC_2(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})+\frac{1}{R_1R_2}}$$

$$\boxed{T_{sk}(s)=\frac{\frac{A}{C_1C_2R_1R_2}}{s^2+\frac{C_1R_1(1-A)+C_2R_1+C_2R_2}{C_1C_2R_1R_2}s+\frac{1}{C_1C_2R_1R_2}}}$$

例題

遮断周波数が1.00kHz，Qが$1/\sqrt{2}$の低域通過フィルタ

$$T(s)=\frac{K(2\pi\times1000)^2}{s^2+2\sqrt{2}\pi\times1000s+(2\pi\times1000)^2}$$

$$\omega_0=\sqrt{\frac{1}{C_1C_2R_1R_2}} \qquad Q=\frac{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}{C_1R_1(1-A)+C_2R_1+C_2R_2} \qquad K=A$$

(1) $R_1=R_2=R \qquad C_1=C_2=C$

$$\omega_0=\frac{1}{CR} \qquad Q=\frac{1}{3-A}$$

(2) $R_1=R_2=R \qquad A=1$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{C_1C_2}R} \qquad Q=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

$\boxed{(1)}$ $C_1=C_2=15.9\mathrm{nF}$

$$R_1=R_2=\frac{1}{\omega_0 C}=10.0\mathrm{k}\Omega$$

$$A=3-\frac{1}{Q}=3-\sqrt{2} \qquad R_a=10.0\mathrm{k}\Omega \quad R_b=5.86\mathrm{k}\Omega$$

$\boxed{(2)}$ $R_1=R_2=10.0\mathrm{k}\Omega$ $\quad A=1 \quad R_a=\infty \quad R_b=0\mathrm{k}\Omega$

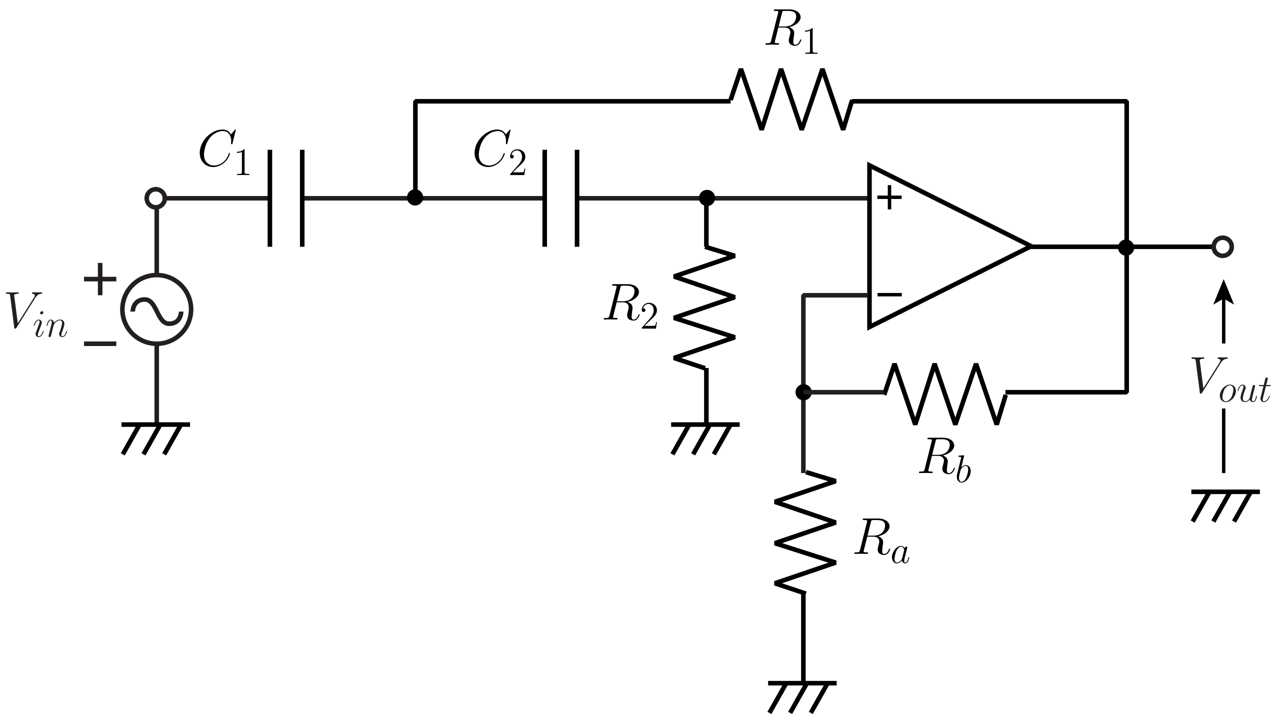
$$C_1=\frac{2Q}{\omega_0 R}=\sqrt{2}\times 15.9\mathrm{nF}=22.5\mathrm{nF}$$

$$C_2=\frac{1}{2Q\omega_0 R}=\frac{15.9\mathrm{nF}}{\sqrt{2}}=11.2\mathrm{nF}$$

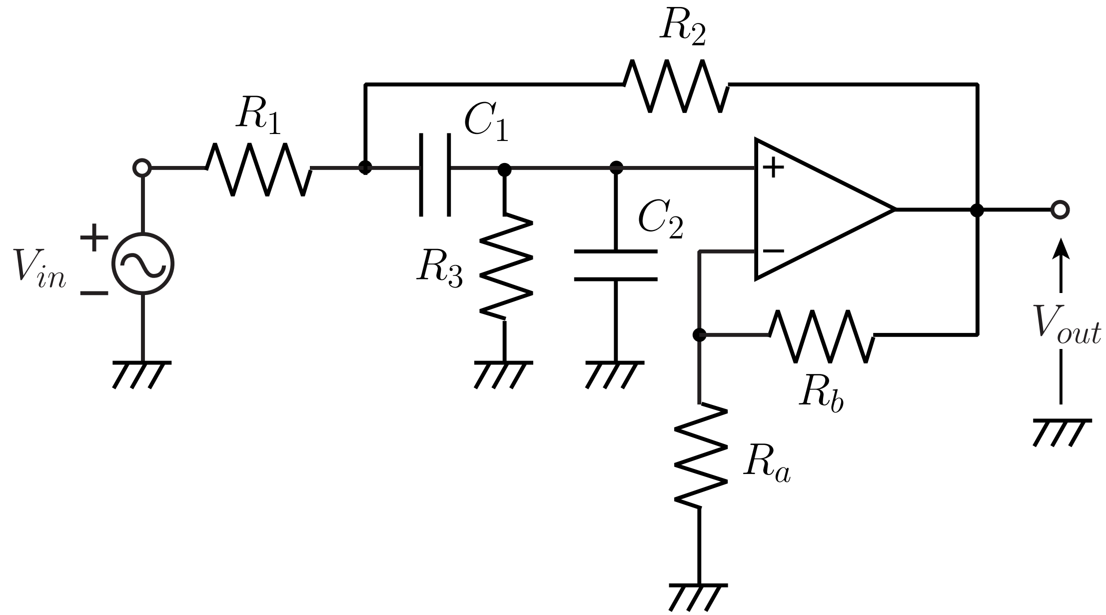
高域通過フィルタの構成

R_1，R_2を容量に

C_1，C_2を抵抗に



帯域通過フィルタの構成



$$\begin{bmatrix} G_1+sC_1+G_2 & -sC_1-G_2A \\ -sC_1 & sC_1+G_3+sC_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_1+sC_1+G_2 & -sC_1-G_2A \\ -sC_1 & sC_1+G_3+sC_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} G_1+sC_1+G_2 & G_1V_{in} \\ -sC_1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} G_1+sC_1+G_2 & -sC_1-G_2A \\ -sC_1 & sC_1+G_3+sC_2 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{-(-sC_1)(G_1V_{in})}{(G_1+sC_1+G_2)(sC_1+G_3+sC_2)-(sC_1+G_2A)sC_1}$$

$$= \frac{sC_1G_1V_{in}}{s^2C_1C_2+sC_1(G_1+G_2+G_3-G_2A)+sC_2(G_1+G_2)+(G_1+G_2)G_3}$$

$$V_2=\frac{sC_1G_1V_{in}}{s^2C_1C_2+sC_1(G_1+G_2+G_3-G_2A)+sC_2(G_1+G_2)+(G_1+G_2)G_3}$$

$$\boxed{T_{sk}(s)=\frac{\dfrac{A}{C_2R_1}s}{s^2+s\left\{\dfrac{1}{C_1}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)+\dfrac{1}{C_2}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_3}\right)+\dfrac{1-A}{C_2R_2}\right\}+\dfrac{1}{C_1C_2R_3}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)}}$$

例題

$$R_1=R_2=R_3=R \qquad C_1=C_2=C$$

$$R=\frac{\sqrt{2}}{\omega_0 C} \qquad A=5-\frac{\sqrt{2}}{Q} \qquad K=\frac{5}{\sqrt{2}}Q-1$$

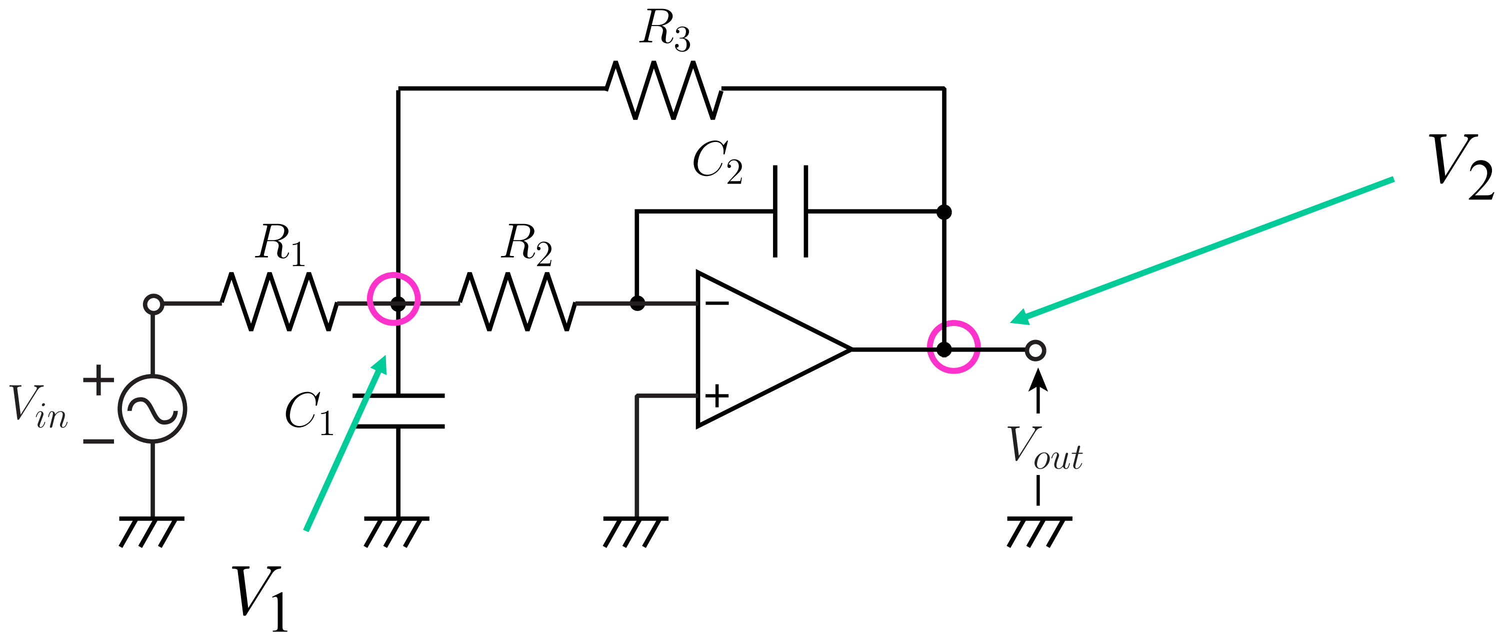
$$\boxed{T(s)=\frac{K(2\sqrt{2}\pi\times1000s)}{s^2+2\sqrt{2}\pi\times1000s+(2\pi\times1000)^2}}$$

$C=15.9\mathrm{nF}$とすると

$$R=14.1\mathrm{k\Omega}$$

$$A=3 \qquad R_a=14.1\mathrm{k\Omega} \quad R_b=28.2\mathrm{k\Omega}$$

負帰還型2次区間回路



$$G_1(V_1 - V_{in}) + sC_1V_1 + G_2V_1 + G_3(V_1 - V_2) = 0$$

$$G_2(0 - V_1) + sC_2(0 - V_2) = 0$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} G_1 + sC_1 + G_2 + G_3 & -G_3 \\ -G_2 & -sC_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} G_1+sC_1+G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_2 & -sC_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G_1V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}}$$

$$V_2=\frac{\begin{vmatrix} G_1+sC_1+G_2+G_3 & G_1V_{in} \\ -G_2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} G_1+sC_1+G_2+G_3 & -G_3 \\ -G_2 & -sC_2 \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{-(-G_2)(G_1V_{in})}{(G_1+sC_1+G_2+G_3)(-sC_2)-(-G_2)(-G_3)}$$

$$\boxed{V_{out}=V_2=\frac{-G_1G_2V_{in}}{s^2C_1C_2+sC_2(G_1+G_2+G_3)+G_2G_3}}$$

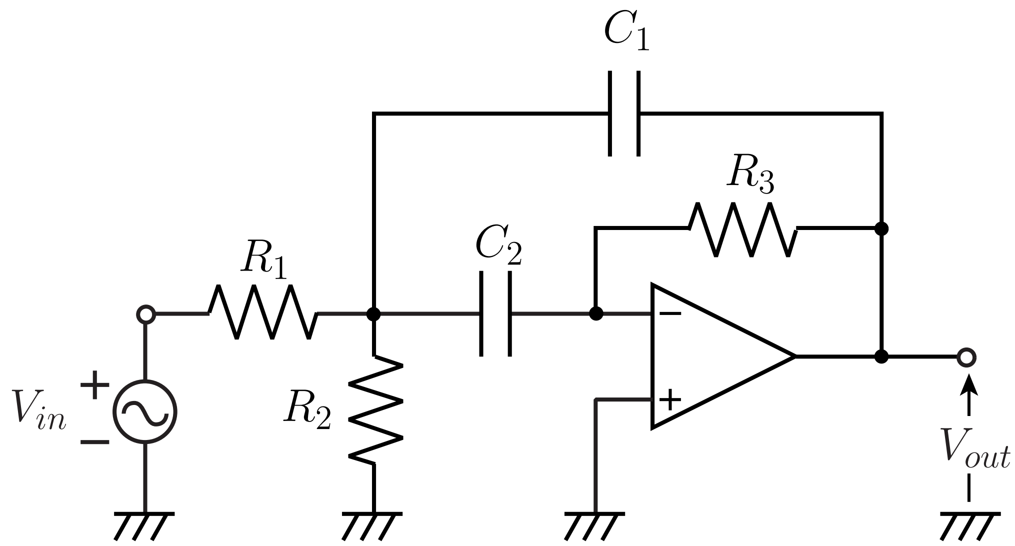
$$\boxed{T_{delly}(s)=\frac{-G_1G_2V_{in}}{s^2C_1C_2+sC_2(G_1+G_2+G_3)+G_2G_3}}$$

$$=\frac{\dfrac{-1}{C_1C_2R_2R_3}}{s^2+s\dfrac{1}{C_1}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}\right)+\dfrac{1}{C_1C_2R_2R_3}}$$

$$R_1=R_2=R_3=R \qquad C_1=\frac{3Q}{\omega_0R} \quad C_2=\frac{1}{3Q\omega_0R}$$

問　分母多項式を変えることなく，直流利得のみ1/2倍するためためには，フィルタをどのように変更すれば良いか答えよ．

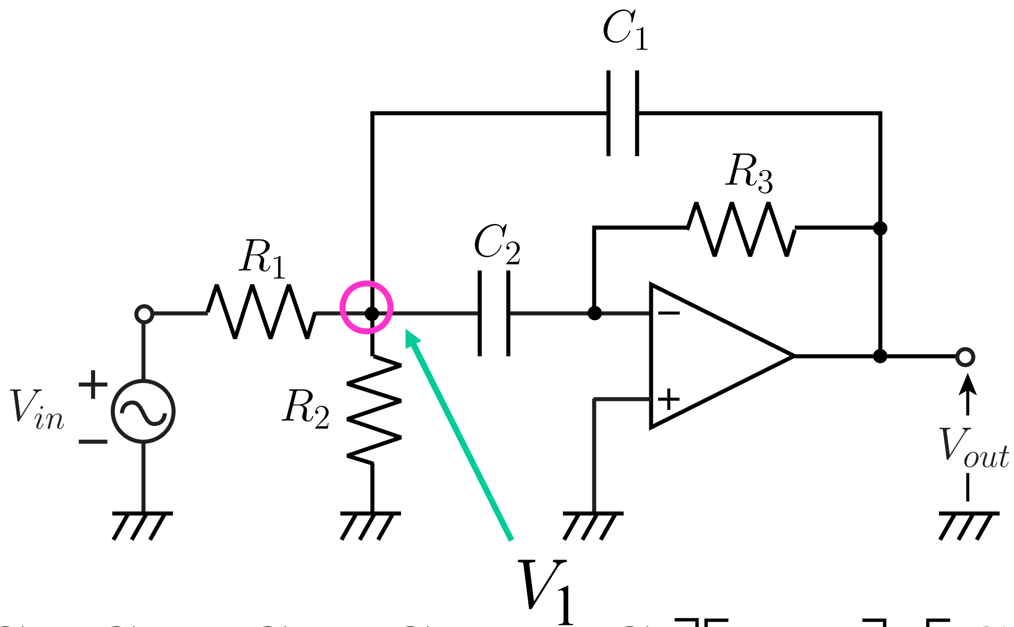
負帰還型2次帯域通過フィルタ



$$T_{delly\text{–}bp}(s)=\frac{-s\frac{1}{C_1R_1}}{s^2+s\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\frac{1}{R_3}+\frac{1}{C_1C_2R_3}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}$$

$$C_1=C_2=C$$

$$R_1=R_2=\frac{1}{Q\omega_0C} \qquad R_3=\frac{2Q}{\omega_0C}$$



$$\begin{bmatrix} G_1+G_2+sC_1+sC_2 & -sC_1 \\ -sC_2 & -G_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_{out} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G_1V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{out}=\frac{\begin{vmatrix} G_1+G_2+sC_1+sC_2 & G_1V_{in} \\ -sC_2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} G_1+G_2+sC_1+sC_2 & -sC_1 \\ -sC_2 & -G_3 \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{-(-sC_2)(G_1V_{in})}{(G_1+G_2+sC_1+sC_2)(-G_3)-(-sC_1)(-sC_2)}$$

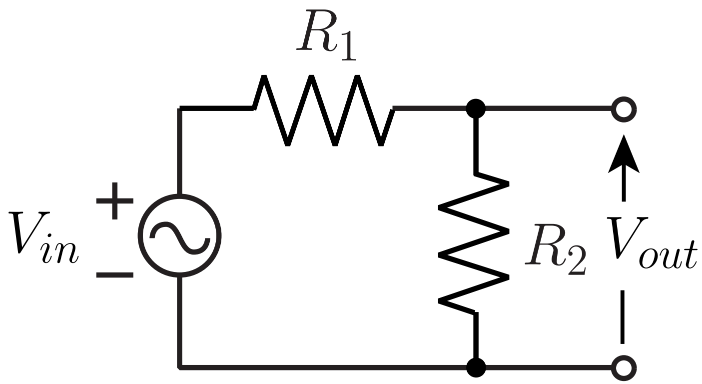
$$V_{out}=\frac{\begin{vmatrix} G_1+G_2+sC_1+sC_2 & G_1V_{in} \\ -sC_2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} G_1+G_2+sC_1+sC_2 & -sC_1 \\ -sC_2 & -G_3 \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{-(-sC_2)(G_1V_{in})}{(G_1+G_2+sC_1+sC_2)(-G_3)-(-sC_1)(-sC_2)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} T_{delly-bp}(s)&=\frac{V_{out}}{V_{in}}=\frac{-sC_2G_1}{s^2C_1C_2+s(C_1+C_2)G_3+G_3(G_1+G_2)} \\ &=\frac{-s\frac{1}{C_1R_1}}{s^2+s(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2})\frac{1}{R_3}+\frac{1}{C_1C_2R_3}(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})} \end{aligned}}$$

LCシミュレーション

電力伝送



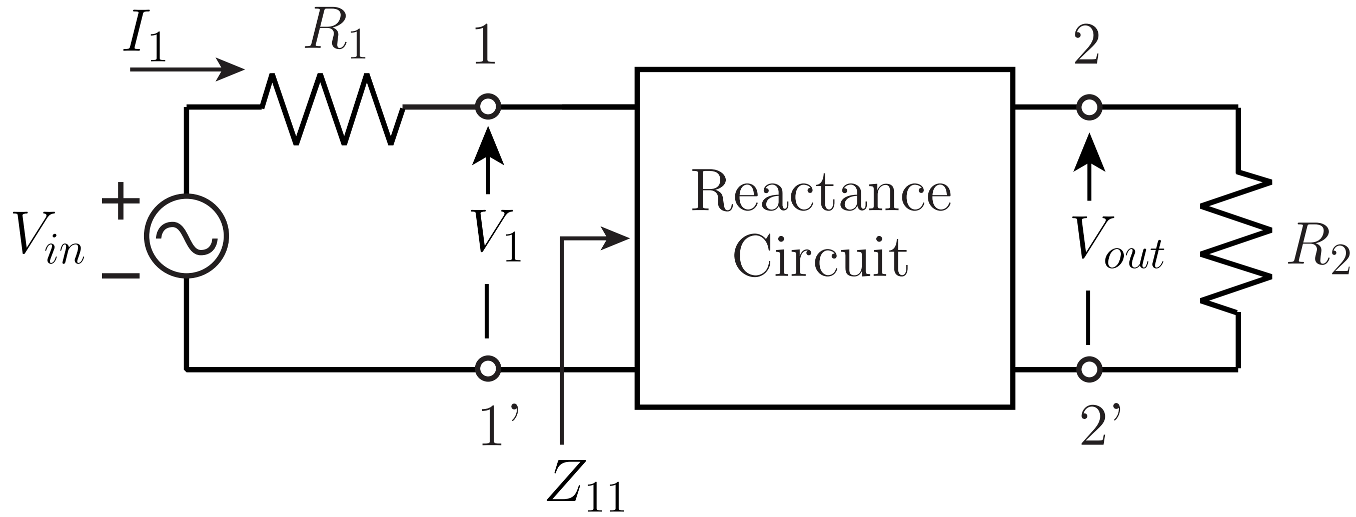
$$P_2 = \frac{|V_{out}|^2}{R_2} = \frac{1}{R_2}\left|\frac{R_2}{R_1+R_2}V_{in}\right|^2 = \frac{R_2}{(R_1+R_2)^2}|V_{in}|^2$$

$$= \frac{1}{\frac{R_1^2}{R_2}+2R_1+R_2}|V_{in}|^2 \leq \frac{1}{4R_1}|V_{in}|^2$$

相加相乗平均の定理: $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

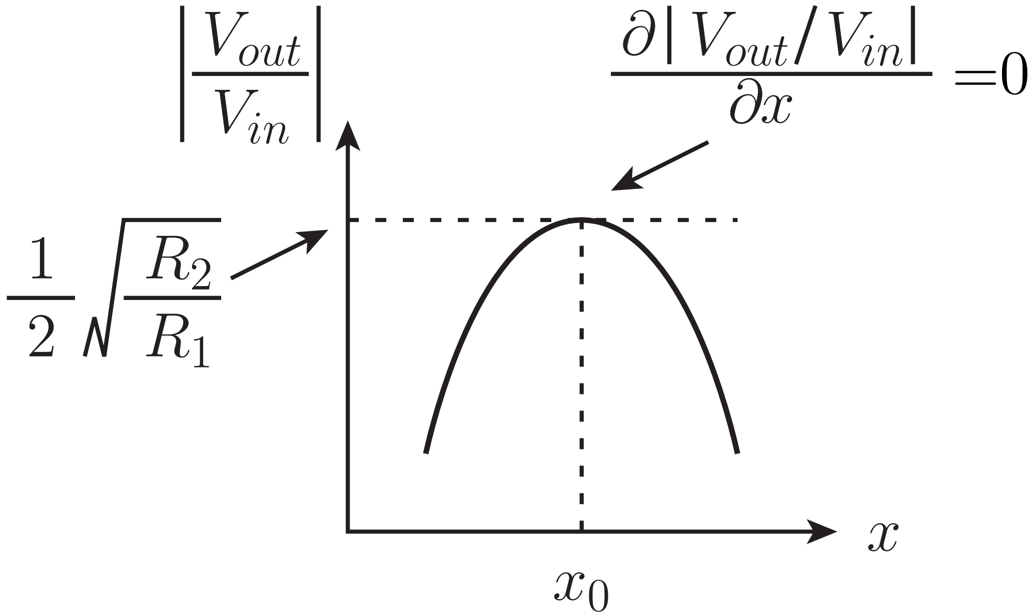
(等号は$a=b$のとき成立)

抵抗両終端型LCフィルタの性質



$$P_{max} = \frac{|V_{in}|^2}{4R_1} \quad \geq \quad P_2 = \frac{|V_{out}|^2}{R_2}$$

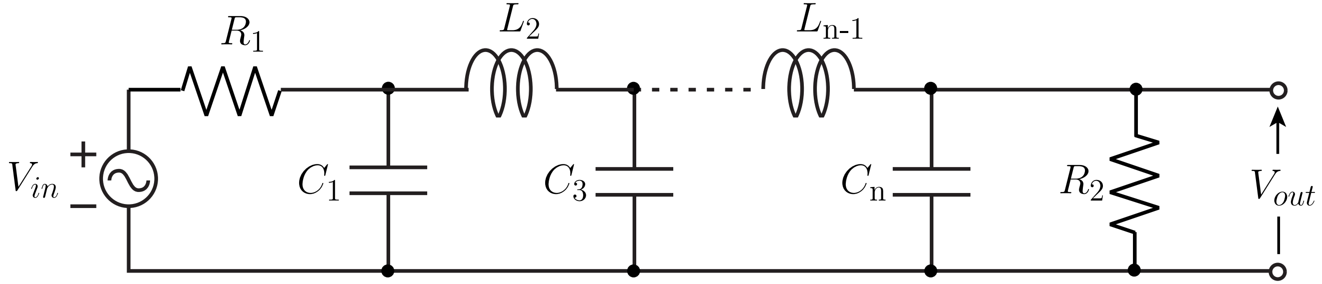
$$\left|\frac{V_{out}}{V_{in}}\right| \leq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$



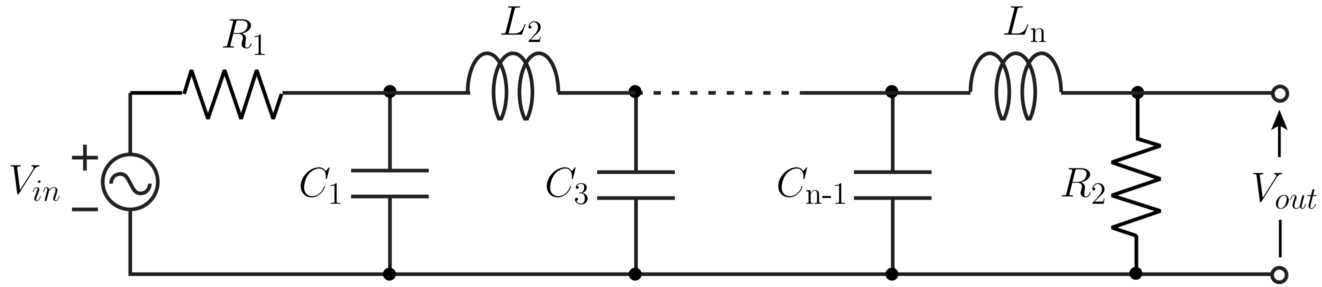
$$\frac{\partial |T(s)|}{\partial x} = \frac{\partial |V_{out}/V_{in}|}{\partial x} = 0 \quad x = x_0, \quad \omega = \omega_0$$

$$\boxed{\Delta |T(s)| \approx \frac{\partial |T(s)|}{\partial x} \Delta x}$$

振幅平坦特性の設計公式



奇数次



偶数次

$R_1 = R_2$　n：フィルタの次数　$\beta_p = \sqrt{{\alpha_p}^2 - 1}$

遮断角周波数:1rad/s

$$C_1 = \frac{2{\beta_p}^{1/n} \sin\frac{\pi}{2n}}{R_1}$$

$$L_i C_{i+1} \text{または} C_i L_{i+1} = 4{\beta_p}^{2/n} \sin\frac{(2i-1)\pi}{2n} \sin\frac{(2i+1)\pi}{2n}$$

振幅等リプル特性の設計公式

n=奇数：$R_2=R_1$

n=偶数：$R_2=\left(\alpha_p-\sqrt{\alpha_p{}^2-1}\right)^2 R_1$

$$\xi=\left(\frac{\alpha_p+1}{\alpha_p-1}\right)^{1/2n}-\left(\frac{\alpha_p-1}{\alpha_p+1}\right)^{1/2n}$$

$$b_i=\xi^2+4\sin^2\frac{i}{n}\pi$$

$$C_1=\frac{4\sin\frac{\pi}{2n}}{\xi R_1}$$

$$L_iC_{i+1}\text{または}C_iL_{i+1}=\frac{4\sin\frac{(2i-1)\pi}{2n}\sin\frac{(2i+1)\pi}{2n}}{b_i}$$

フィルタ特性の変換

$T_0(s)$:基準低域通過型関数

低域-低域通過変換

$$s \rightarrow \frac{s}{\omega_C}$$

$$T_L(s) = T_0\left(\frac{s}{\omega_C}\right)$$

低域-高域通過変換

$$s \rightarrow \frac{1}{s}$$

$$T_{H0}(s) = T_0\left(\frac{1}{s}\right)$$

$$T_H(s) = T_{H0}\left(\frac{s}{\omega_C}\right)$$

低域-帯域通過変換

$$s \to \frac{\omega_0}{\omega_b}\left(\frac{s}{\omega_0}+\frac{\omega_0}{s}\right)$$

$$\boxed{T_B(s)=T_0\left(\frac{\omega_0}{\omega_b}\left(\frac{s}{\omega_0}+\frac{\omega_0}{s}\right)\right)}$$

$$\omega \to \frac{\omega_0}{\omega_b}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

$$-\infty \to 0$$

$$0 \to \omega_0$$

$$\infty \to \infty$$

$$\frac{\omega_0}{\omega_b}\left(\frac{\omega_{C1}}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_{C1}}\right)=-1 \qquad \frac{\omega_0}{\omega_b}\left(\frac{\omega_{C2}}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_{C2}}\right)=1$$

$$\omega_{C1}=\frac{-\omega_b+\sqrt{\omega_b{}^2+4\omega_0{}^2}}{2} \qquad \omega_{C2}=\frac{\omega_b+\sqrt{\omega_b{}^2+4\omega_0{}^2}}{2}$$

$$\boxed{\omega_{C2}-\omega_{C1}=\omega_b}$$

帯域幅

$$\frac{\omega_0}{\omega_b}\left(\frac{\omega_{C1}}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_{C1}}\right)=-1 \qquad \frac{\omega_0}{\omega_b}\left(\frac{\omega_{C2}}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_{C2}}\right)=1$$

$$\omega_{C1}-\frac{\omega_0{}^2}{\omega_{C1}}=-\omega_b \qquad \omega_{C2}-\frac{\omega_0{}^2}{\omega_{C2}}=\omega_b$$

$$\omega_{C1}+\omega_{C2}=\frac{\omega_0{}^2}{\omega_{C1}}+\frac{\omega_0{}^2}{\omega_{C2}}=\frac{\omega_0{}^2(\omega_{C1}+\omega_{C2})}{\omega_{C1}\omega_{C2}}$$

$$\boxed{\omega_{C1}\omega_{C2}=\omega_0{}^2}$$

幾何学対称

例題1

$$T_0(s)=\frac{1}{y_{min}(s^2+\sqrt{2}s+1)}$$: 遮断角周波数1rad/s

遮断周波数4kHzに変換

$$s\rightarrow\frac{s}{\omega_C}=\frac{s}{2\pi\times4000}$$

$$\boxed{T(s)=\frac{(2\pi\times4000)^2}{y_{min}\left\{s^2+2\sqrt{2}\pi\times4000s+(2\pi\times4000)^2\right\}}}$$

例題2 $T_0(s)=\dfrac{1}{y_{min}(s^2+\sqrt{2}s+1)}$: 遮断角周波数1rad/s

中心周波数1kHz，帯域幅450Hz

$$s\to\frac{\omega_0}{\omega_b}\left(\frac{s}{\omega_0}+\frac{\omega_0}{s}\right)=\frac{1000}{450}\left(\frac{s}{2\pi\times1000}+\frac{2\pi\times1000}{s}\right)$$

$$T(s)=\frac{1/y_{min}}{\left\{\dfrac{\omega_0}{\omega_b}\left(\dfrac{s}{\omega_0}+\dfrac{\omega_0}{s}\right)\right\}^2+\sqrt{2}\dfrac{\omega_0}{\omega_b}\left(\dfrac{s}{\omega_0}+\dfrac{\omega_0}{s}\right)+1}$$

$$=\frac{(1/y_{min})\omega_b{}^2s^2}{s^4+\sqrt{2}\omega_b s^3+\left\{2\left(\dfrac{\omega_0}{\omega_b}\right)+1\right\}^2\omega_b{}^2s^2+\sqrt{2}\omega_b\omega_0{}^2s+\omega_0{}^4}$$

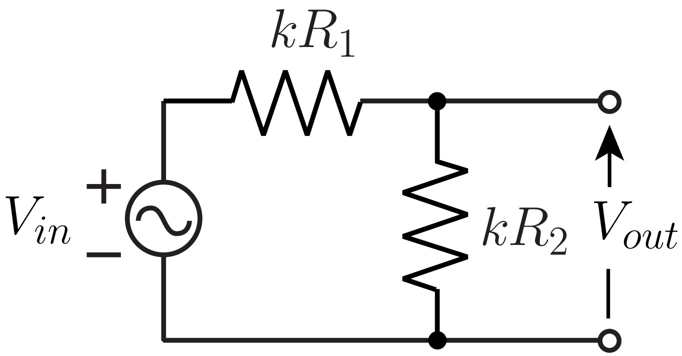
$$T(s)=\frac{(1/y_{\min})\omega_b{}^2 s^2}{s^4+\sqrt{2}\omega_b s^3+\left\{2\left(\frac{\omega_0}{\omega_b}\right)+1\right\}^2\omega_b{}^2 s^2+\sqrt{2}\omega_b\omega_0{}^2 s+\omega_0{}^4}$$

$$=\frac{(1/y_{min})(2\pi\times 450)^2 s^2}{s^4+2\pi\times 450\times\sqrt{2}s^3+\left\{2\left(\frac{20}{9}\right)^2+1\right\}(2\pi\times 450)^2 s^2+\sqrt{2}(2\pi\times 1000)^2(2\pi\times 450)s+(2\pi\times 1000)^4}$$

$$\omega_{C1}=2\pi\times 800,\quad \omega_{C2}=2\pi\times 1250$$

$$\boxed{\omega_{C1}-\omega_{C2}=2\pi\times 450}$$

インピーダンス・スケーリング



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{kR_2}{kR_1 + kR_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

例題

現実的な素子値への変更

「インピーダンススケーリング」と「周波数スケーリング」

(1) 抵抗値を1kΩに(インピーダンススケーリング)

$$R_1 = R_2 = 1\Omega \to 1\mathrm{k}\Omega$$

$$C = 1\mathrm{F} \to \frac{1}{1000}\mathrm{F}$$

$$L = 2\mathrm{H} \to 2\times1000\mathrm{H}$$

(2) 遮断周波数を1kHzに(周波数スケーリング)

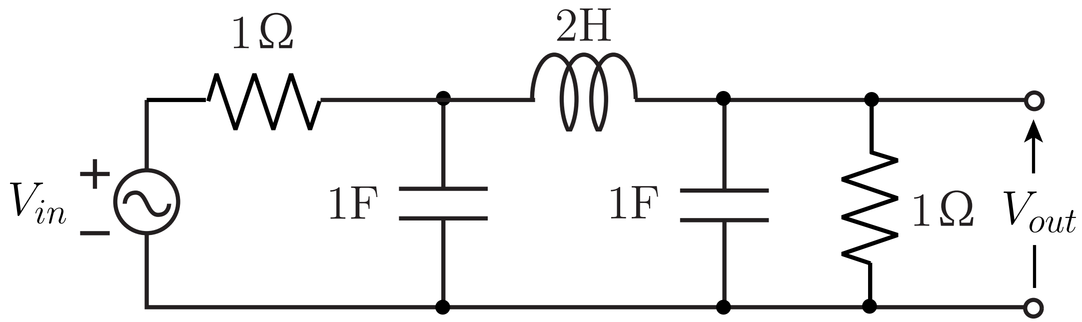
$$\boxed{j\omega \to j\frac{\omega}{\omega_C}}$$

$$C = \frac{1}{1000}\mathrm{F} \to \frac{1}{2\pi\times1000000}\mathrm{F} = 0.159\,\mu\mathrm{F}$$

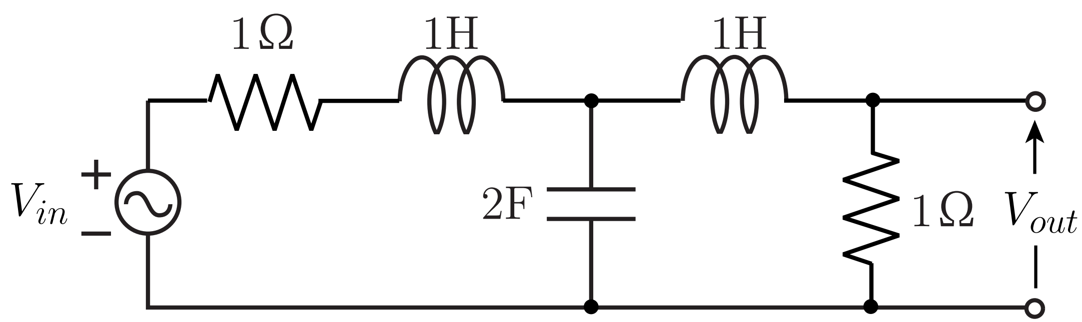
$$L = 2\times1000\mathrm{H} \to \frac{2\times1000}{2\pi\times1000}\mathrm{H} = 0.318\mathrm{H}$$

3次抵抗両終端型LCフィルタ

遮断周波数が1rad/sの低域通過フィルタ



(a)

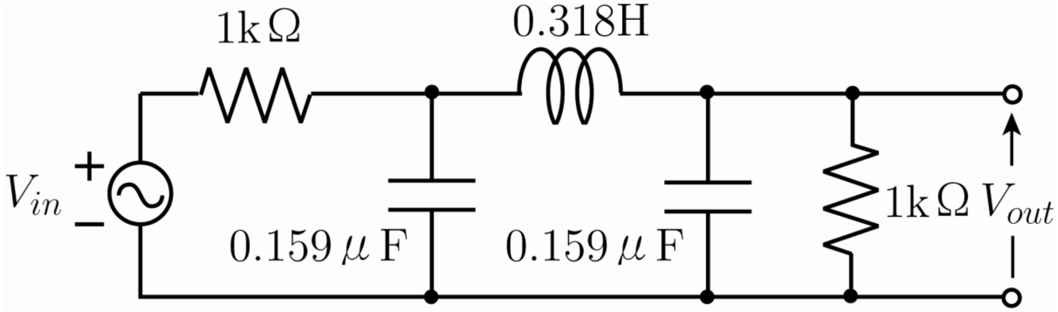


(b)

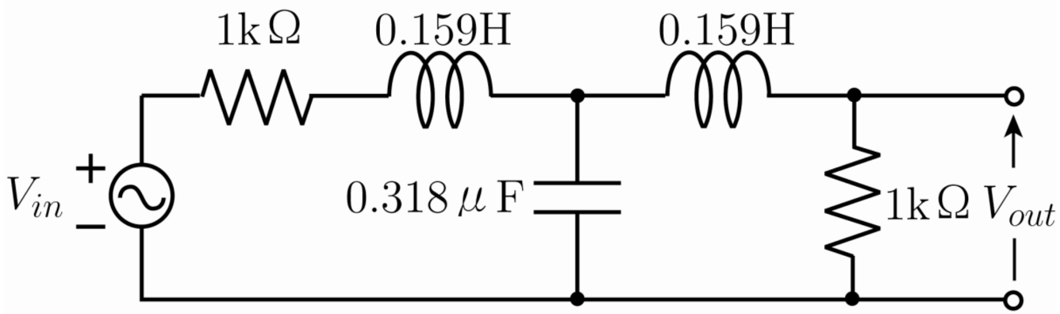
遮断周波数が1.00kHzの低域通過フィルタ

インピーダンスレベル : 1000倍

インダクタンス，容量 : 1/(2000π) 倍



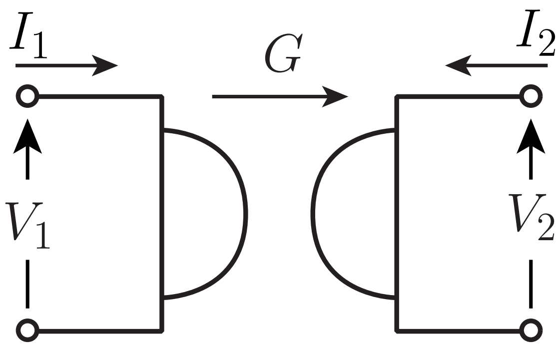
(a)



(b)

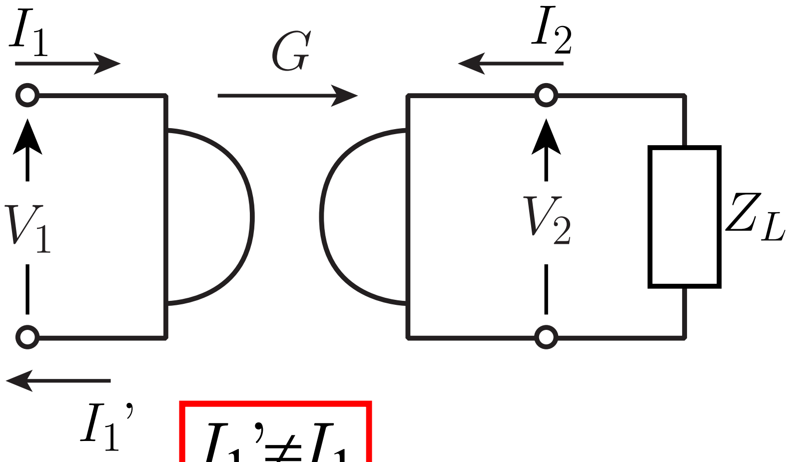
インピーダンス・シミュレーション

ジャイレータ



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm G \\ \mp G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

複号同順



$\boxed{I_1{}' \neq I_1}$

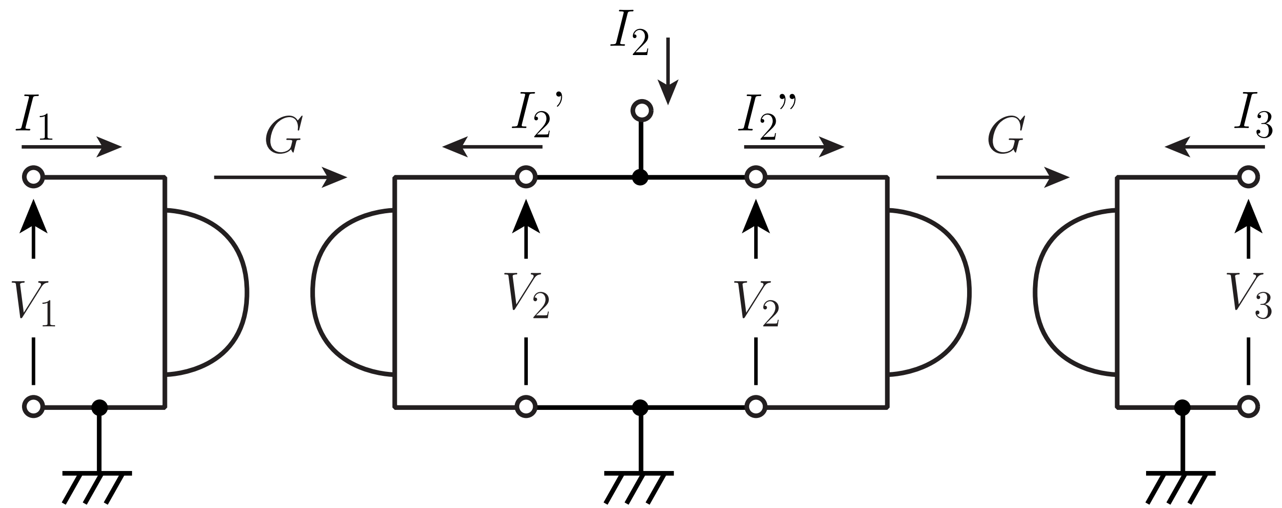
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm G \\ \mp G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \pm G V_2 = \pm G(-Z_L I_2) = \pm G(\pm Z_L G V_1) = Z_L G^2 V_1$$

$$\boxed{Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{G^2 Z_L}}$$

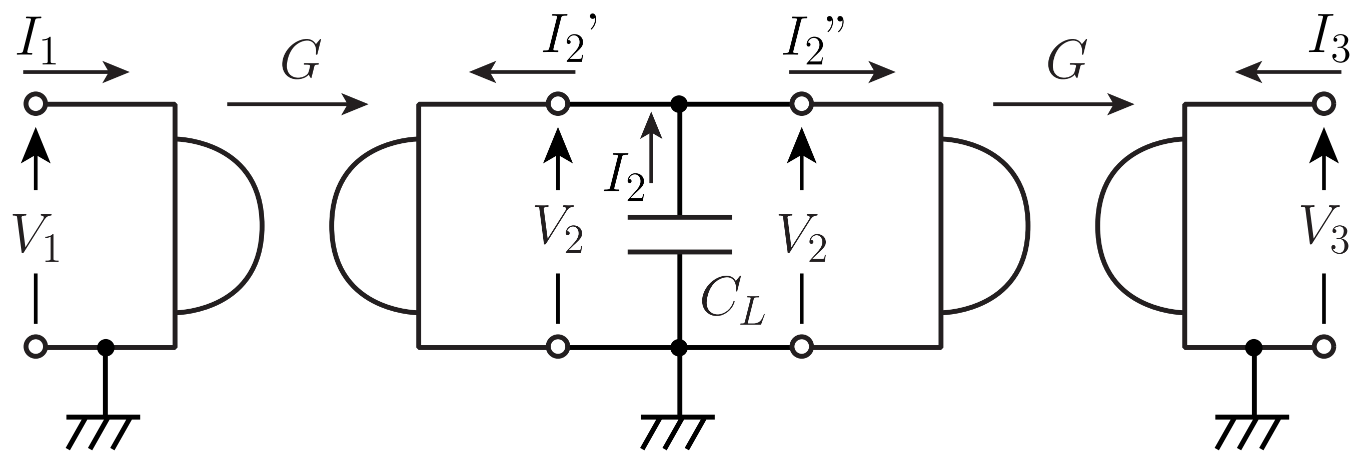
$$\boxed{Z_L = \frac{1}{sC_L} \rightarrow Z_{in} = s\frac{C_L}{G^2} \quad \left(L = \frac{C_L}{G^2}\right)}$$

3端子対ジャイレータによる非接地インダクタの構成



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm G \\ \mp G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} I_2'' \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm G \\ \mp G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2' + I_2'' \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm G & 0 \\ \mp G & 0 & \pm G \\ 0 & \mp G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

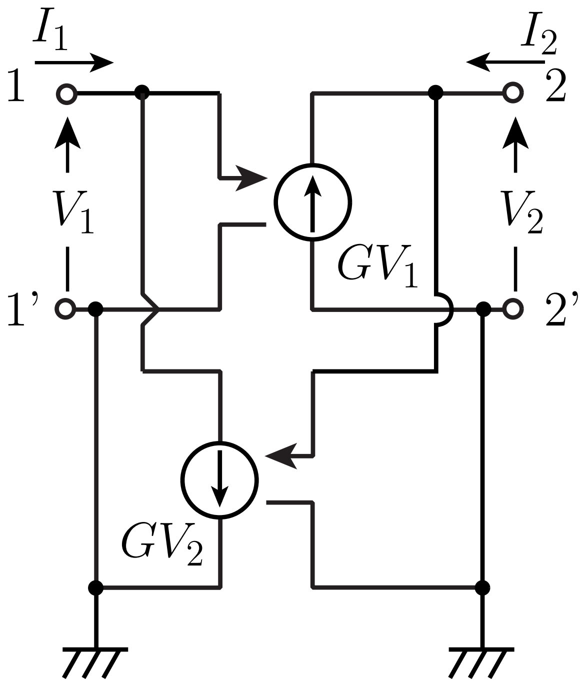


$$I_2 = -sC_L V_2$$

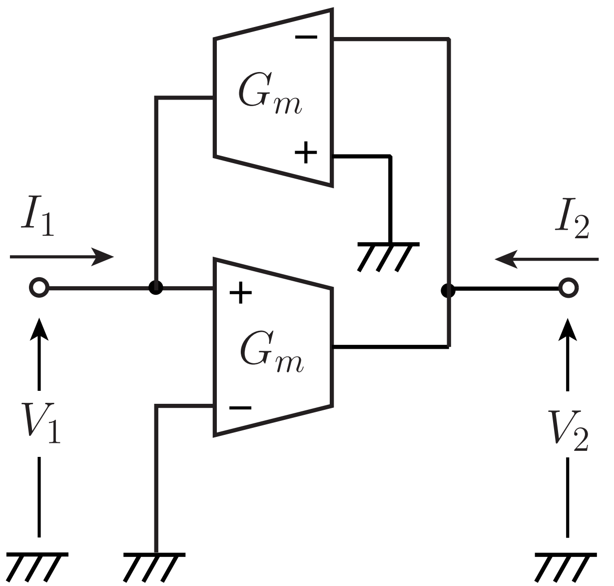
$$I_2 = \mp G(V_1 - V_3) \quad \longrightarrow \quad V_2 = \pm \frac{V_1 - V_3}{sC_L}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm G & 0 \\ \mp G & 0 & \pm G \\ 0 & \mp G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{G^2}{sC_L} & -\dfrac{G^2}{sC_L} \\ -\dfrac{G^2}{sC_L} & \dfrac{G^2}{sC_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \end{bmatrix}}$$

ジャイレータの構成例



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & G \\ -G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$



インピーダンス・スケーリング・シミュレーション

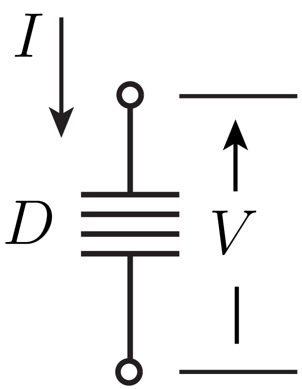
$$\times\frac{1}{s}$$

$$sL \longrightarrow L \quad \text{抵抗}$$

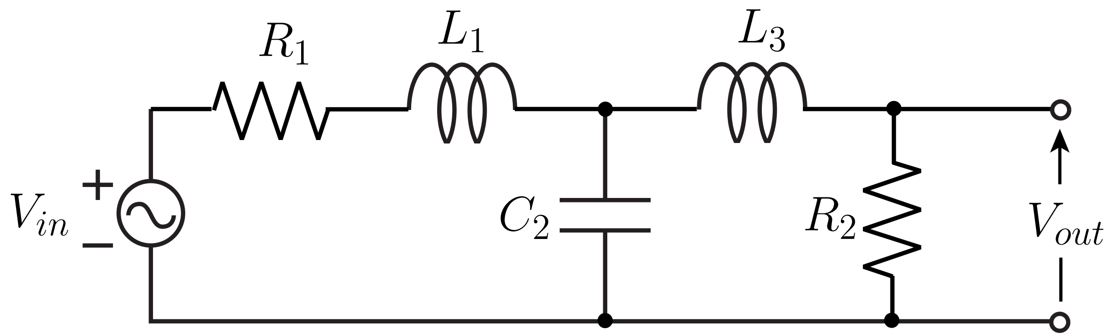
$$R \longrightarrow \frac{R}{s} \quad \text{容量}$$

$$\frac{1}{sC} \longrightarrow \frac{1}{s^2C} \quad \boxed{\text{FDNR}}$$

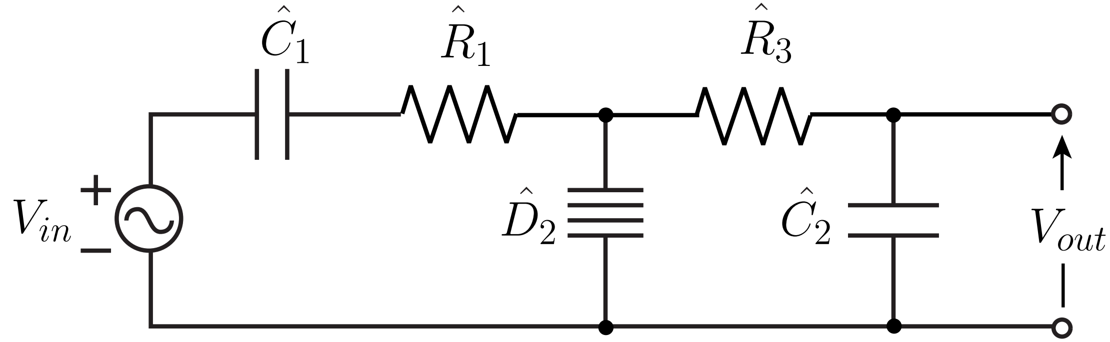
Frequency-Dependent Negative Resistance
(周波数依存性負性抵抗)



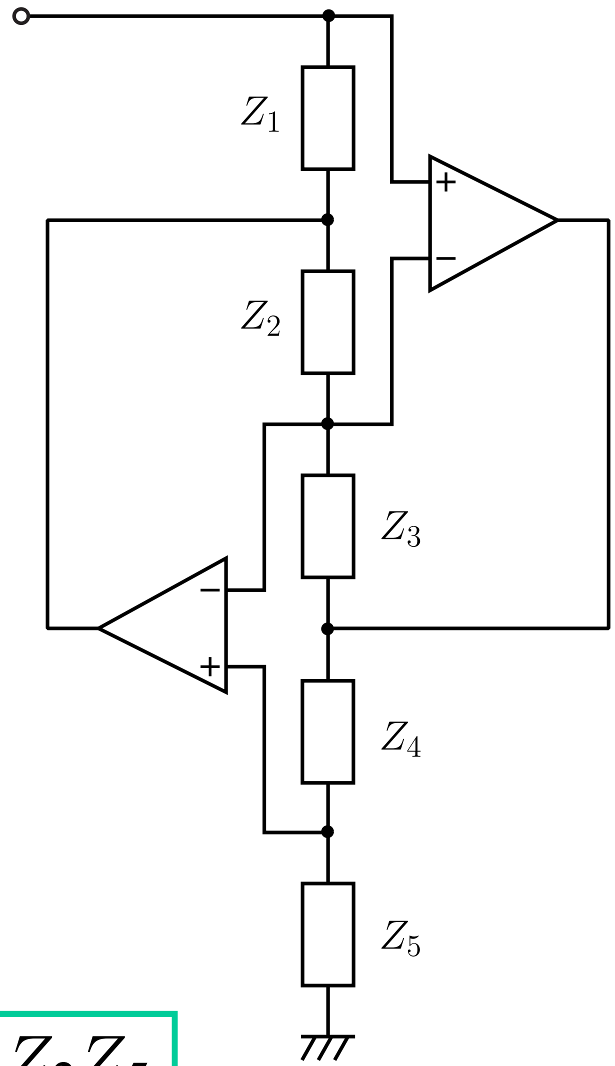
$$\frac{V}{I}=\frac{1}{s^2D}$$



(a)



(b)



GIC

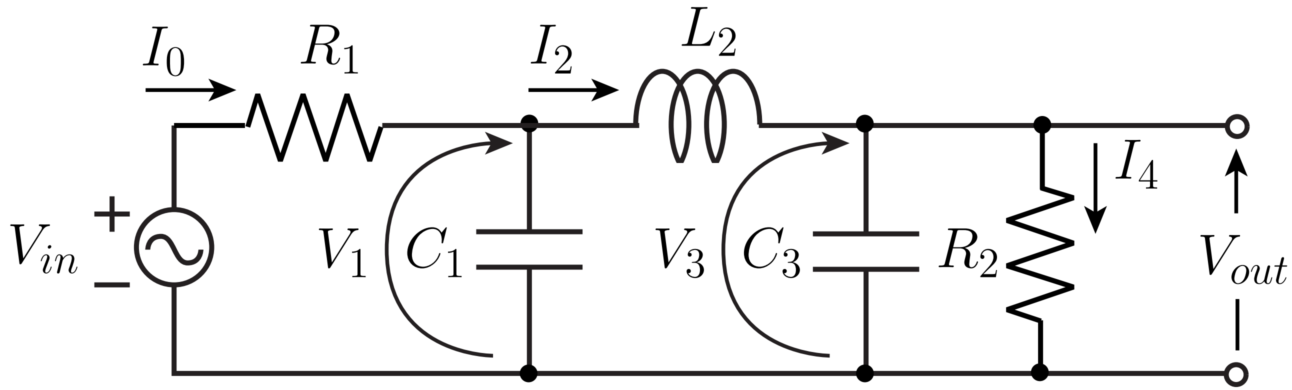
$$\boxed{Z_{in} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}}$$

リープフロッグ・シミュレーション

リープフロッグ=Leapfrog

カエル跳び？

馬跳び!



$$I_0 = \frac{V_{in} - V_1}{R_1}$$

$$V_1 = \frac{I_0 - I_2}{sC_1}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_3}{sL_2}$$

$$V_3 = \frac{I_2 - I_4}{sC_3}$$

$$I_4 = \frac{V_3}{R_2}$$

シグナルフローグラフ

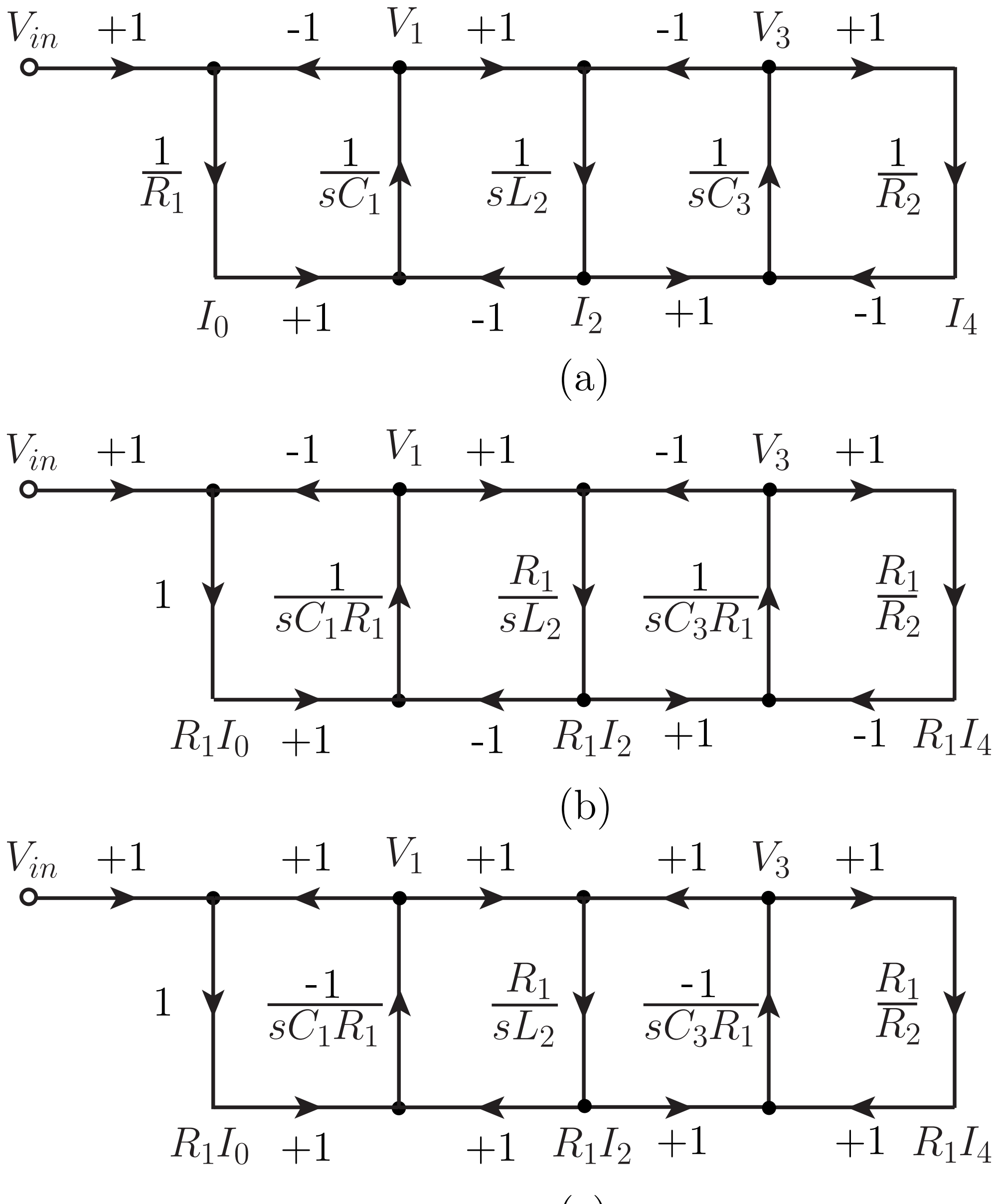
$$I_0 = \frac{V_{in} - V_1}{R_1}$$

$$V_1 = \frac{I_0 - I_2}{sC_1}$$

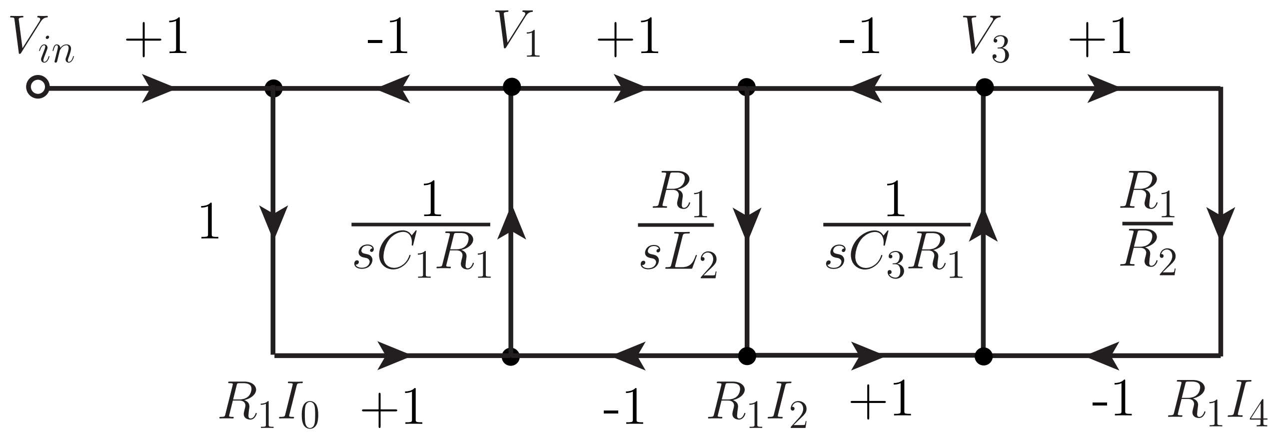
$$I_2 = \frac{V_1 - V_3}{sL_2}$$

$$V_3 = \frac{I_2 - I_4}{sC_3}$$

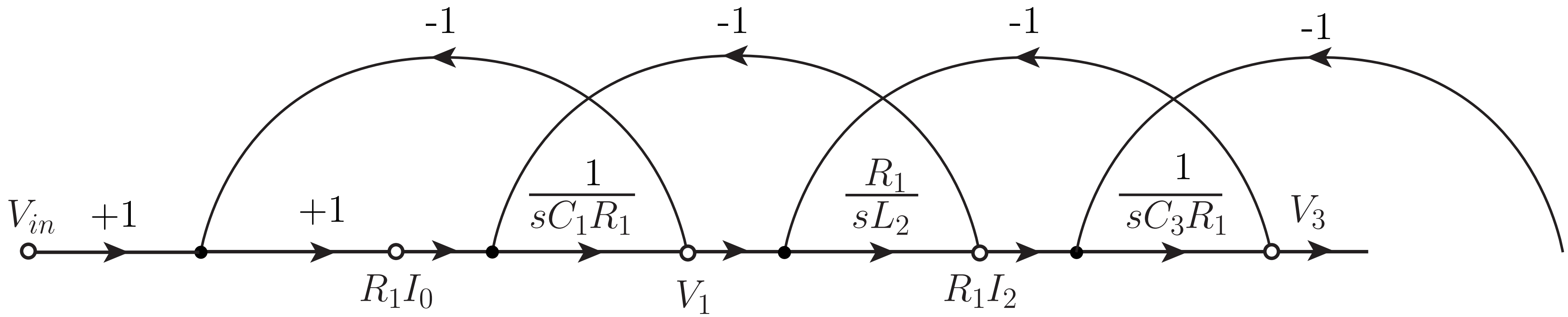
$$I_4 = \frac{V_3}{R_2}$$



(c)



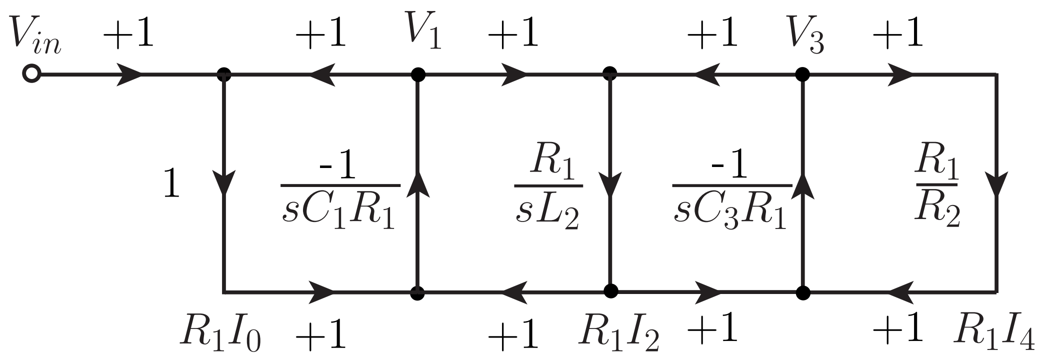
V_{in}
+1
-1
V_1
+1
-1
V_3
+1
1
$\frac{1}{sC_1R_1}$
$\frac{R_1}{sL_2}$
$\frac{1}{sC_3R_1}$
$\frac{R_1}{R_2}$
R_1I_0
+1
-1
R_1I_2
+1
-1
R_1I_4

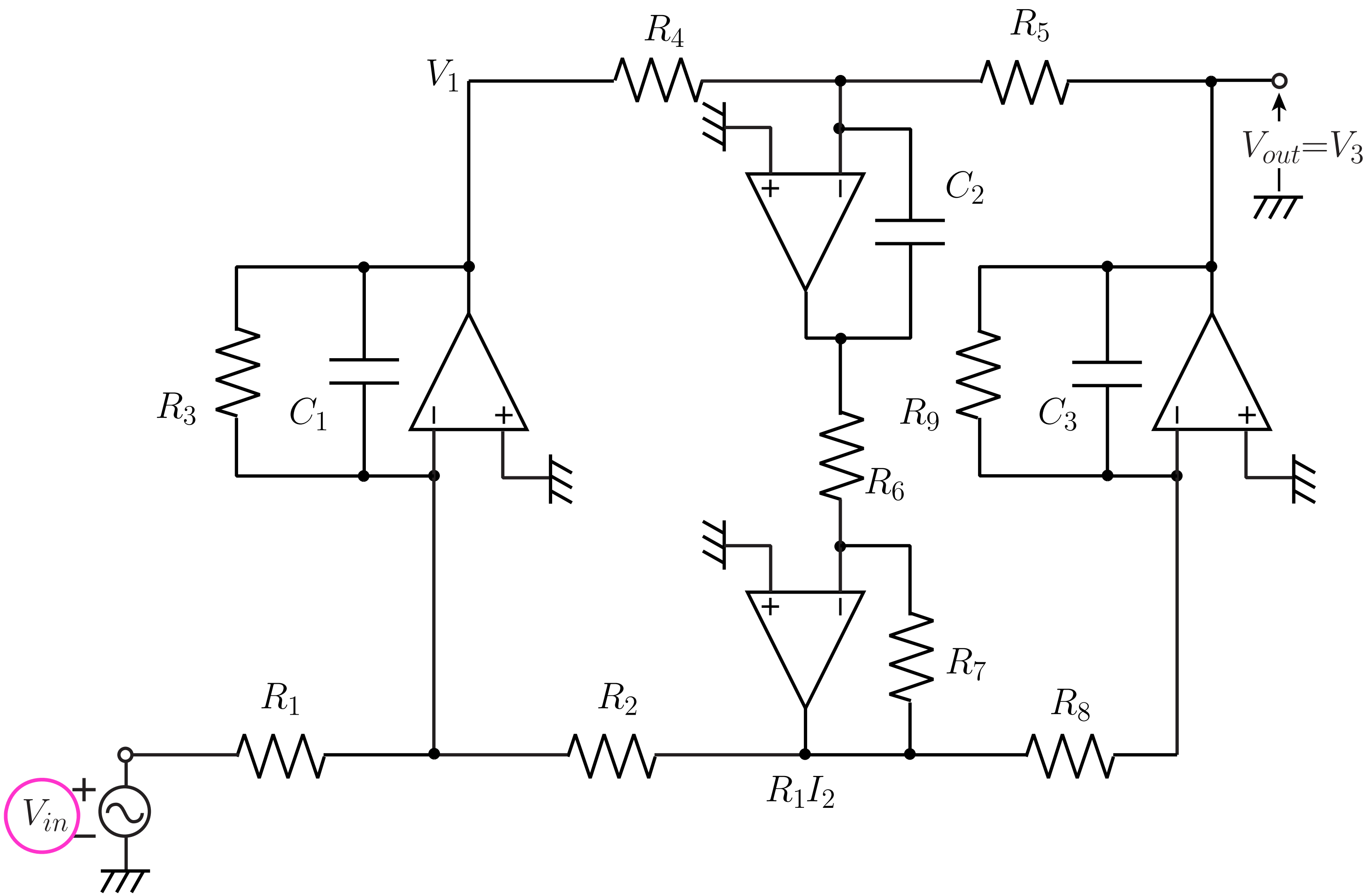


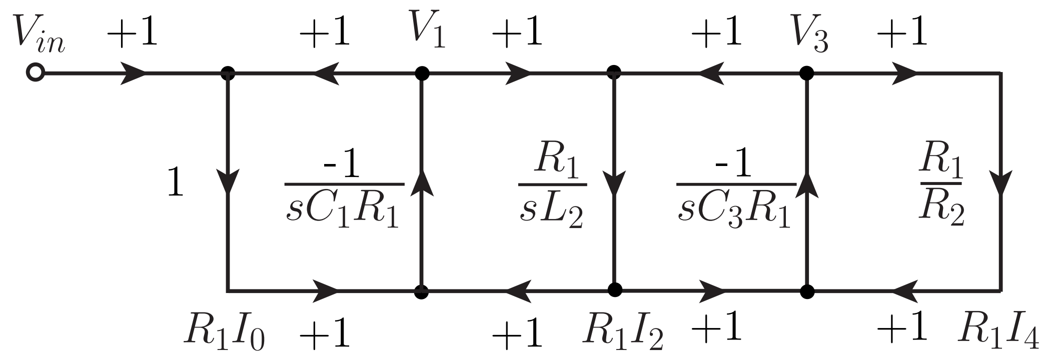
-1
-1
-1
-1
V_{in}
+1
+1
$\frac{1}{sC_1R_1}$
$\frac{R_1}{sL_2}$
$\frac{1}{sC_3R_1}$
V_3
R_1I_0
V_1
R_1I_2

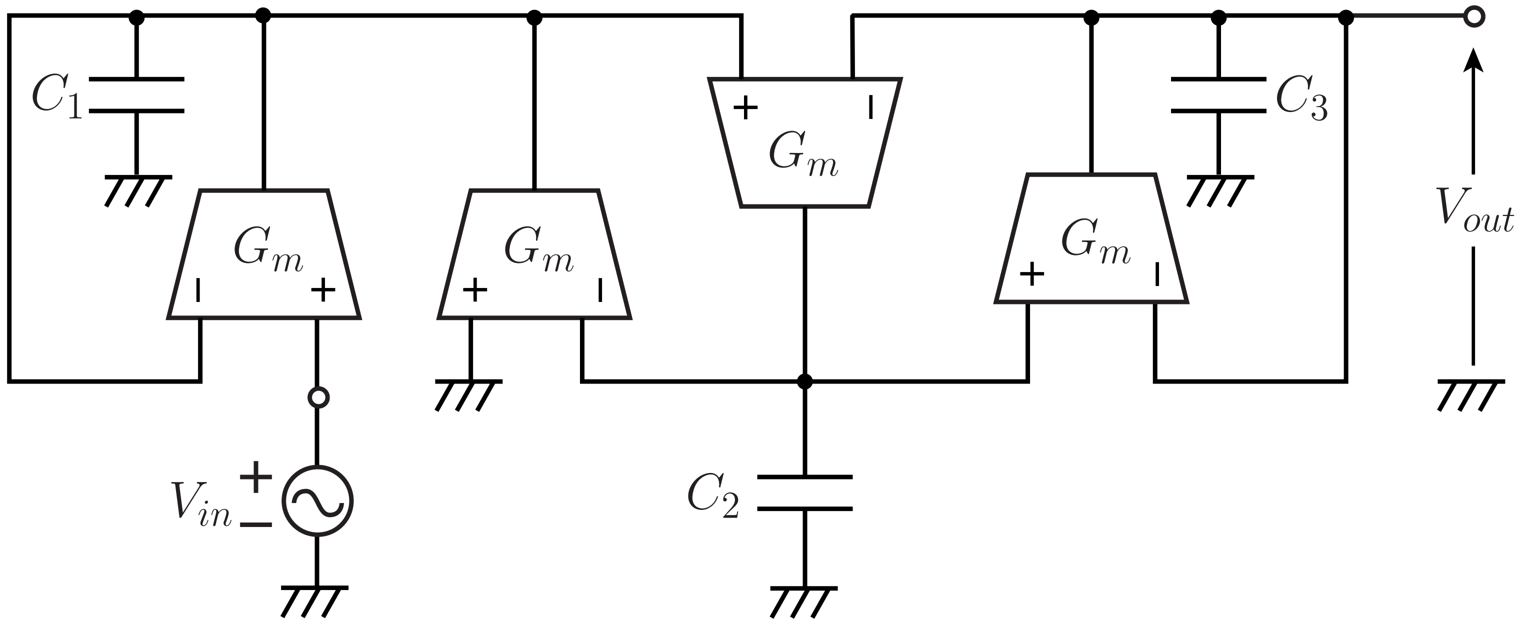
馬跳び

3次低域通過型フィルタの構成例





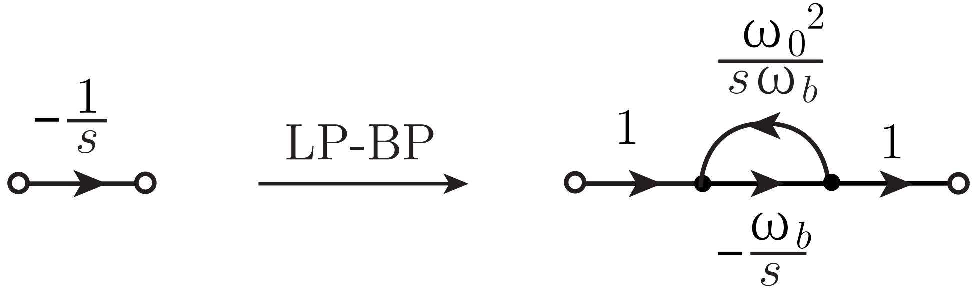

V_{in}
+1
+1
V_1
+1
+1
V_3
+1
1
$\frac{-1}{sC_1R_1}$
$\frac{R_1}{sL_2}$
$\frac{-1}{sC_3R_1}$
$\frac{R_1}{R_2}$
R_1I_0
+1
+1
R_1I_2
+1
+1
R_1I_4

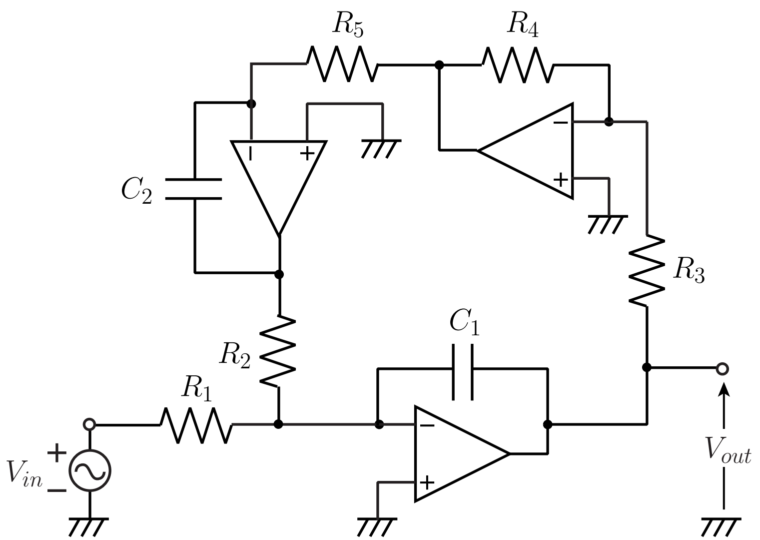

C_1
G_m
G_m
G_m
G_m
C_3
V_{out}
V_{in}
C_2

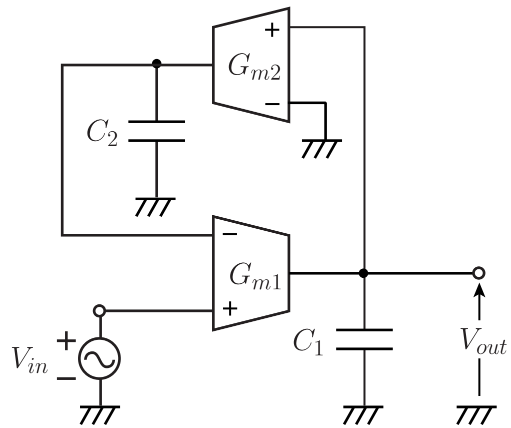
帯域通過フィルタの構成

低域-帯域通過変換：

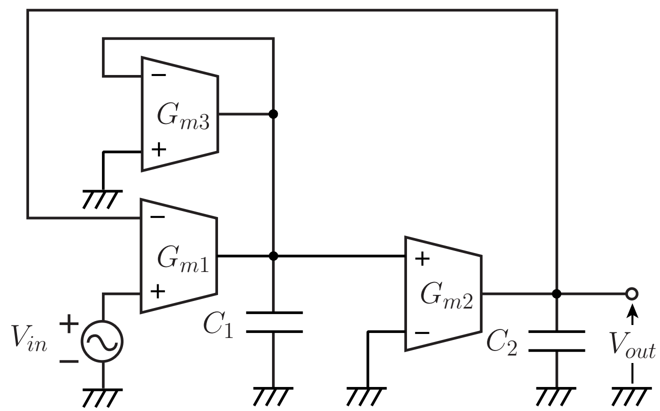
$$s \rightarrow \frac{\omega_0}{\omega_b}\left(\frac{s}{\omega_0}+\frac{\omega_0}{s}\right)$$

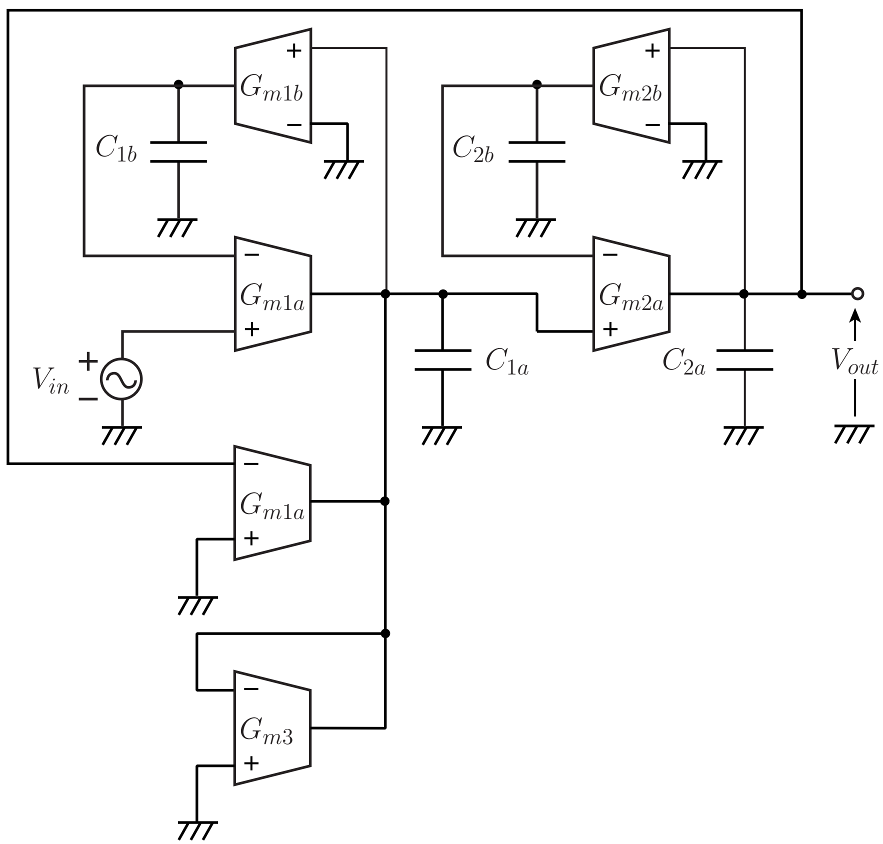






4次帯域通過フィルタ


G_{m3}
G_{m1}
G_{m2}
V_{in}
C_1
C_2
V_{out}


G_{m1b}
G_{m2b}
C_{1b}
C_{2b}
G_{m1a}
G_{m2a}
V_{in}
C_{1a}
C_{2a}
V_{out}
G_{m1a}
G_{m3}