第 13 回　セラミックスの破壊統計

材料工学専攻
准教授　安田公一

１．はじめに

破壊力学の講義で述べたように，セラミックス中にはき裂状の欠陥が存在するが，それ以外にも，図１に示すように，気孔・粗大結晶粒・不純物・加工損傷などの欠陥も存在し，これらも破壊原因になっている．すなわち，破壊原因が複数存在し，かつ，その各々の欠陥寸法も分布しているため，多数の試験片の破壊試験をした時に，各試験片の最弱欠陥が，いつも同じ破壊原因で，かつ，同じ欠陥寸法であるとは限らない．このため，セラミックスの破壊応力はかなりばらつくことになり，統計的な処理がどうしても必要となってくる．今回の講義では，まず最初に破壊原因が１種類の場合の単一モードワイブル分布を用いて破壊統計の基本概念を説明した後，複数の破壊原因を考慮した競合モードワイブル分布を説明することにする．

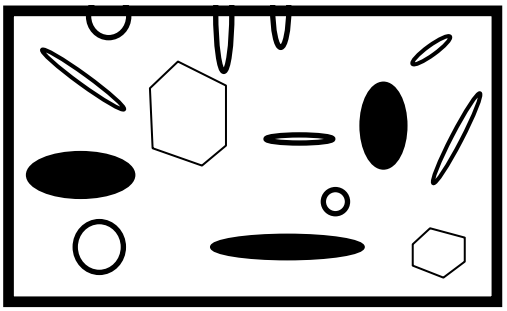
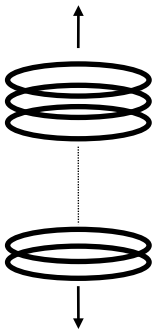


図１　セラミックス中の欠陥

２．最弱リンク説と単一モードワイブル分布

セラミックスのように，多数の欠陥が内在し，その中の一番弱い欠陥（最弱欠陥）から破壊が始まることが部材全体の破壊に至る場合には，『最弱リンク説』によってその破壊挙動を説明することができる．すなわち，図２に示すように，n 個の輪が直列に連結した１本の鎖を考える．これに外部応力を負荷した時，この鎖の破壊応力は最も弱い輪の破壊応力で決まるという考え方が最弱リンク説である．これを数学的に記述する前に，破壊統計における分布関数と密度関数という言葉の定義をしておく．分布関数を $F(\sigma)$，密度関数を $f(\sigma)$ とすると，両者の間には次式の関係が成立する．



n 個の輪を直列につないで 1 本の鎖とする．

図２　最弱リンク説

$$F(\sigma) = \int_0^{\sigma} f(t)dt \qquad (1)$$

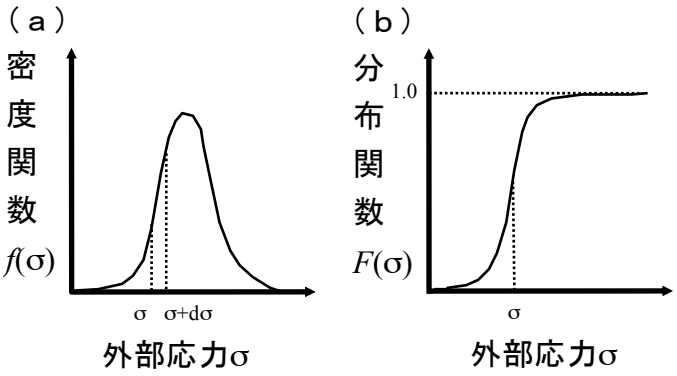


図３　密度関数と分布関数

ここで，図３に示すように，$f(\sigma)d\sigma$ は外部応力を σ から σ+dσ まで増加さ

せる間に試験片が破壊する確率を表す．　したがって，$F(\sigma)$は外部応力を 0 からσまで増加させた時に破壊する試験片の割合 を意味し，破壊確率とも呼ばれている．

では，輪(ring)の分布関数と密度関数を $F_{\mathrm{ring}}(\sigma)$と $f_{\mathrm{ring}}(\sigma)$とし，鎖(chain)の分布関数と密度関数を $F_{\mathrm{chain}}(\sigma)$と $f_{\mathrm{chain}}(\sigma)$とする．簡単のため，A，B，C の 3 個の輪から成る鎖の場合について，輪の分布関数 $F_{\mathrm{ring}}(\sigma)$と鎖の分布関数 $F_{\mathrm{chain}}(\sigma)$の関係を求めてみよう．

図４に示したように，各々の輪の破壊応力の分布（密度関数）は$f_{\mathrm{ring}}(\sigma)$で表されるので，その中から任意に３個の輪を取ってくると，例えば，Ａ，Ｂ，Ｃの輪の破壊応力の値は図中の点線のレベルで示される．この場合，この３つの輪で鎖を作ると，結局，鎖の破壊応力は輪Ｂの破壊応力となる．３個の輪の選び方は任意なので，いろいろな場合について考えてみると，鎖の破壊応力は，輪の破壊応力の密度関数の左側の裾野に分布することになる．これを数学的に表現すると次式となる．

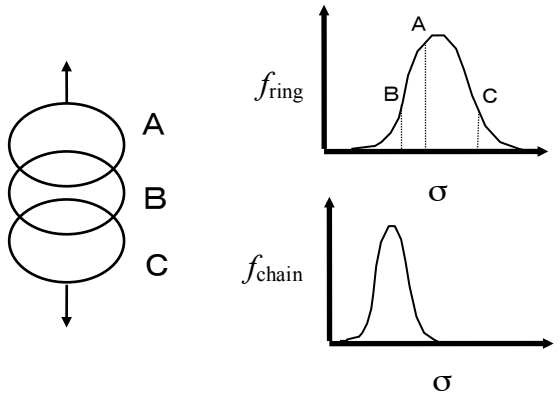


図４　輪と鎖の密度関数の関係

$$1-F_{chain}(\sigma)=\left\{1-F_{ring}(\sigma)\right\}\left\{1-F_{ring}(\sigma)\right\}\left\{1-F_{ring}(\sigma)\right\} \qquad (2)$$

これは，ある外部応力σの時に鎖が壊れない確率は，輪Ａで壊れずに，かつ輪Ｂで壊れずに，かつ輪Ｃで壊れない確率になるということを意味している．一般に，n 個の輪の場合は次式となる．

$$1-F_{chain}(\sigma)=\left\{1-F_{ring}(\sigma)\right\}^{n} \qquad (3)$$

最弱リンク説は破壊応力の小さい側が破壊を決めるので，$F_{\mathrm{ring}}(\sigma)<<1$ とすることができ，（３）式は次式で近似できる．

$$1-F_{chain}(\sigma)=\exp\left[\log\left\{1-F_{ring}(\sigma)\right\}^{n}\right]$$

$$\cong \exp\left\{-nF_{ring}(\sigma)\right\}$$

$$\therefore F_{chain}(\sigma)=1-\exp\left\{-nF_{ring}(\sigma)\right\} \qquad (4)$$

これより，鎖の分布関数 $F_{\mathrm{chain}}(\sigma)$は輪の分布関数 $F_{\mathrm{ring}}(\sigma)$だけでなく，鎖を構成する輪の数 n にも依存することがわかる．さらに n が十分大きくなった時に，鎖の分布関数 $F_{\mathrm{chain}}(\sigma)$がどのような関数に漸近するかについては，極値統計論によって既に解かれていて，次式のワイブル分布関数 $F(\sigma)$およびその密度関数 $f(\sigma)$となる．

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left\{-\frac{V}{V_0}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right\} \qquad (5)$$

$$f(\sigma) = \frac{V}{V_0}\frac{m\sigma^{m-1}}{(\sigma_0)^m}\exp\left\{-\frac{V}{V_0}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right\} \qquad (6)$$

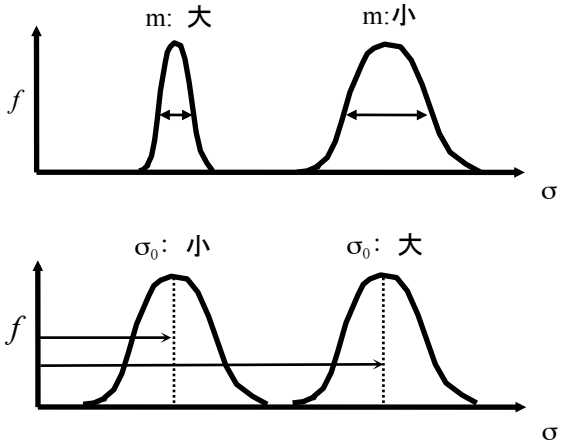


図５　形状母数と尺度母数の意味

ここで，m はワイブル分布の形状母数，σ_0 は尺度母数と呼ばれ，図５に示すように分布の範囲や位置を特徴づけるパラメーターである．また, V は試験片体積, V_0 は単位体積であり，V/V_0 の比は（４）式中の輪の数 n と同じ意味を持っている．図６のように寸法の異なる引張り試験片のデータを比較する時にも，このようにすると，尺度母数が単位体積を有する試験片の値として得られるので便利になる．また，（５）式よりワイブル分布には試験片の体積によって破壊応力が変わるということが自動的に組み込まれていて，脆性材料の破壊応力に関する体積効果が表現されている．

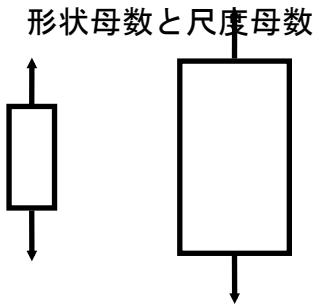


図６　寸法の異なる試験片

では次に，実際の破壊応力データから，どのようにワイブル分布のパラメーターを推定するかについて説明する．推定法には，ワイブルプロットによる方法と最尤法がある．まず，ワイブルプロットによる方法については，（５）式の２回対数を取って整理すると次式が得られる．

$$\ln\ln\frac{1}{1-F(\sigma)} = m\ln\sigma + \ln\frac{V}{V_0(\sigma_0)^m} \qquad (7)$$

これより，縦軸に $\ln\ln\frac{1}{1-F(\sigma)}$ を，横軸に $\ln\sigma$ をプロットすると，図７のように直線関係が得られ，この直線の傾きから形状母数 m が，推定直線上の任意の点の座標から尺度母数 σ_0 が求められることがわかる．具体的にやってみると次のようになる．

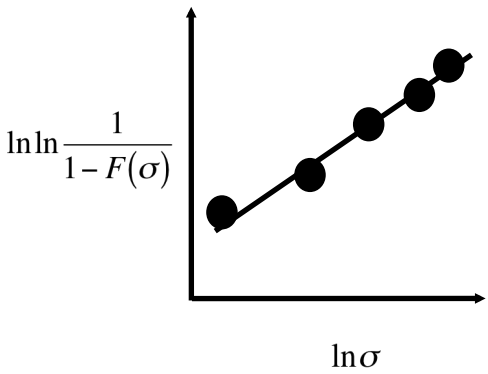


図７　ワイブルプロットの概念図

まず，n 本の試験片の引張り試験を行って，破壊応力データセット $\left\{\sigma_f^i\right\}(i=1,n)$ を得たとする．しかし，これだけではワイブルプロットできないので，各破壊応力データ σ_f^i に破壊確率 F_i を割り当てなければならない．

それは次式の平均ランク法を用いて行う．

$$F_i = \frac{i}{n+1} \qquad (8)$$

ここで，i は順序数であり，各破壊応力データを小さい順番に並べた時の順位を表す数である．

例えば，データセットとして$\left\{\sigma_f^i\right\}$ = {101MPa，97MPa，105MPa} という３つのデータが得られた場合には，

破壊応力　σ_f^i	101MPa,	97MPa,	105MPa
順序数　i	2,	1,	3
破壊確率　F_i	$\frac{2}{3+1}=0.5$,	$\frac{1}{3+1}=0.25$,	$\frac{3}{3+1}=0.75$

となる．このように平均ランク法を用いると，変域が 0 から 1 までの破壊確率 F_i に均等に破壊応力データを分布するように割り付けることができる．これで，各破壊応力データ σ_f^i に破壊確率 F_i が割り当てられたので，実際に（７）式のワイブルプロットが可能となり，形状母数ｍや尺度母数 σ_0 が推定できることになる．

次に，最尤法について説明する．前述したように，密度関数 $f(\sigma^*)d\sigma$ は外部応力σが σ^* から $\sigma^*+d\sigma$ の間で破壊する確率を意味する．　このσ*の代わりに，任意の破壊応力データ σ_f^i を代入すると $f\left(\sigma_f^i\right)d\sigma$ となり，これは外部応力σが σ_f^i から $\sigma_f^i + d\sigma$ の間で破壊する確率を与えることになる．したがって，ｎ個の破壊応力データからなるデータセットが得られる確率（すなわち，$\sigma_f^1,\sigma_f^2,\sigma_f^3,\cdots,\sigma_f^n$ という破壊応力の組み合わせが出現する確率）は次式で表される．

$$\prod_{i=1}^{n} f(\sigma_f^i)\underbrace{d\sigma\cdots d\sigma}_{n} = \prod_{i=1}^{n} f(\sigma_f^i : m,\sigma_0)\underbrace{d\sigma\cdots d\sigma}_{n}$$

$$\equiv L(m,\sigma_0 : \sigma_f^i)\underbrace{d\sigma\cdots d\sigma}_{n} \qquad (9)$$

ここで，この右辺の関数 L を新たに尤度関数と定義し，ワイブル分布の形状母数 m と尺度母数 σ_0 の関数であると読み換えてみる．すると，この尤度関数 L を最大とする（すなわち，$\sigma_f^1,\sigma_f^2,\sigma_f^3,\cdots,\sigma_f^n$ という破壊応力の組み合わせが出現する確率が最大になる）ような形状母数の推定値 $\hat{m}$ と尺度母数の推定値 $\hat{\sigma}_0$ が得られれば，n 個の破壊応力データ｛$\sigma_f^1,\sigma_f^2,\sigma_f^3,\cdots,\sigma_f^n$｝が実際に得られた時の真の形状母数 m と尺度母数 σ_0 に最も確からしい値を与えるものと考えることができる．これが最尤法の考え方である．具体的には（６）式を（９）式に代入して，次式を解けば良い．

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \ln L}{\partial m}&=0\\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma_0}&=0\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

その結果，次式を得る．

$$\frac{n}{m}+\sum_{i=1}^{n}\ln\sigma_f^i-\frac{n\sum_{i=1}^{n}\left(\sigma_f^i\right)^m\ln\sigma_f^i}{\sum_{i=1}^{n}\left(\sigma_f^i\right)^m}=0 \qquad (11)$$

$$\sigma_0=\left\{\frac{1}{n}\left(\frac{V}{V_0}\right)\sum_{i=1}^{n}(\sigma_f^i)^m\right\}^{\frac{1}{m}} \qquad (12)$$

（１１）式は非線形方程式なので，２分法あるいはニュートン法などの数値計算によって近似解を見いださなければならない．以上が，単一モードワイブル分布を用いた破壊統計の基本的な概念である．

３．競合モードワイブル分布

本節では，複数の破壊原因を考慮した競合モードワイブル分布について説明する．イメージしやすいようにセラミックスの破壊から暫く離れて，人の死を例にしたい．図８（ａ）に示したように，ある漁村Ａの人々は塩辛いものが好物のため，かれらの死亡原因は脳溢血だけであった．例えば，a_1 さんは 31 歳で，a_2 さんは 65 歳で，そして a_3 さんは 71 歳で脳溢血により死亡したとする．したがって，この村の死亡確率 $F_A(y)$は次式の単一モードワイブル分布で表せる．

$$F_A(y)=1-\exp\left\{-\left(\frac{y}{y_{0A}}\right)^{m_A}\right\} \qquad (13)$$

ここで，y は年齢を表す．また，（５）

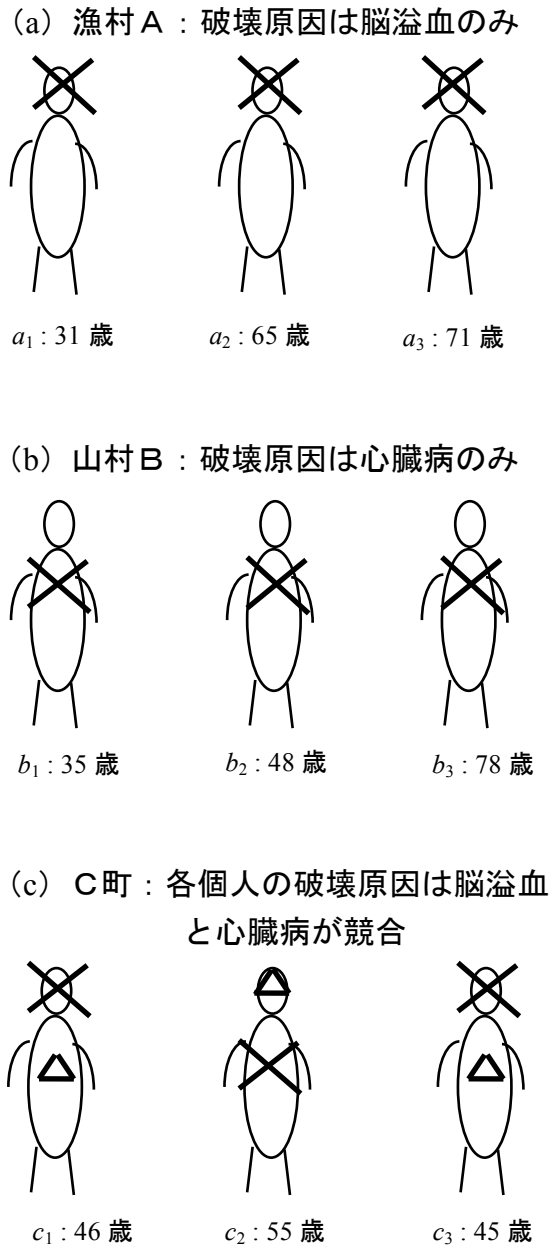


図８　競合モードワイブル分布

式中の V/V_0 項は省略した．一方，図８（ｂ）に示したように，近くの山村Ｂの人々は肉食中心のため，かれらの死亡原因は心臓病だけであった．例えば，b_1 さんは 35 歳で，b_2 さんは 48 歳で，b_3 さんは 78 歳で心臓病により死亡したとする．したがって，この村の死亡確率 $F_B(y)$も次式の単一モードワイブル分布で表せる．

$$F_B(y) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{y}{y_{0B}}\right)^{m_B}\right\} \qquad (14)$$

ところが，ある時大地震が起きて，漁村Ａも山村Ｂも壊滅的な被害を受けたとする．その後，両方の村で話しあって，中間の平野部に新たにＡＢ村を合併して作ることにした．合併直後は，出身村での食生活がそのまま反映されていたので，漁村Ａから来た人は相変わらず脳溢血でだけ死亡し，山村Ｂから来た人は相変わらず心臓病だけで死亡していたとする．この場合のＡＢ村の死亡確率 $F_{AB}(y)$は次式の混合モードワイブル分布で表せる．

$$F_{AB}(y) = p_A\left[1 - \exp\left\{-\left(\frac{y}{y_{0A}}\right)^{m_A}\right\}\right] + p_B\left[1 - \exp\left\{-\left(\frac{y}{y_{0B}}\right)^{mB}\right\}\right] \qquad (15)$$

ここで，p_A は漁村Ａからきた人の人口割合， p_B は山村Ｂから来た人の人口割合である．混合モードワイブル分布については，ここでは詳しく述べないが，死亡原因は複数あるが，一人一人の死亡原因は１種類であって，そのような人々が混合した場合の分布関数となっている．

その後，数世代を経てＡＢ村は発展し，Ｃ町になった．その頃には漁村Ａの食文化と山村Ｂの食文化が融合し，Ｃ町の人々は塩辛いものも食べるし，肉食もするようになった．その結果，Ｃ町の人々の死亡原因には脳溢血と心臓病の両方が考えられるようになった．例えば図８（ｃ）に示すように，c_1 さんは脳と心臓のどちらにも危険因子を持っていたが，結局，42 歳で脳溢血で死亡し，c_2 さんもどちらの危険因子も持っていたが，結局，55 歳で心臓病で死亡し，c_3 さんもどちらの危険因子も持っていたが，結局，65 歳で脳溢血で死亡したような場合である．この場合の死亡確率 $F_C(y)$は次式の競合モードワイブル分布で表せる．

$$\begin{aligned} F_C(y) &= 1 - \exp\left\{-\left(\frac{y}{y_{0A}}\right)^{m_A}\right\}\exp\left\{-\left(\frac{y}{y_{0B}}\right)^{m_B}\right\} \\ &= 1 - \exp\left\{-\left(\frac{y}{y_{0A}}\right)^{m_A} - \left(\frac{y}{y_{0B}}\right)^{m_B}\right\} \qquad (16) \end{aligned}$$

この（１６）式は，ある年齢 y で死亡しないということは，その年齢で脳溢血でも死亡せず，かつ，心臓病でも死亡しないということを表している．すなわち，各個人の死亡原因としては脳溢血と心臓病の２種類考えられるが，両者の死亡原因が競合した結果，最終的にどちらかの死亡原因で死亡するということになる．したがって，（１５）式の混合モードワイブル分布とは，意味が全く異なることがわかる．

図１に示したように，セラミックスは１つの試験片の中にも複数の破壊原因が存

在し，それらの競合の結果，ある試験片は気孔が最弱欠陥として破壊し，また，別の試験片では破壊原因の競合の結果，未焼結部分のき裂状欠陥が最弱欠陥となって破壊するというのが現実である．したがって，セラミックスの破壊応力分布を厳密に解析するには，競合モードワイブル分布を使う必要がある．

そこで，４点曲げ試験を例にして，競合モードワイブル分布関数を具体的に書き出してみよう．図９に示した幅 b 厚さ 2h の直方体状試験片の４点曲げ試験を考える．図中のように x，y，z 座標を決めると，全荷重 W の時の試験片内の長手方向の垂直応力 $\sigma_{xx}(x,y,z)$ は次式となる．

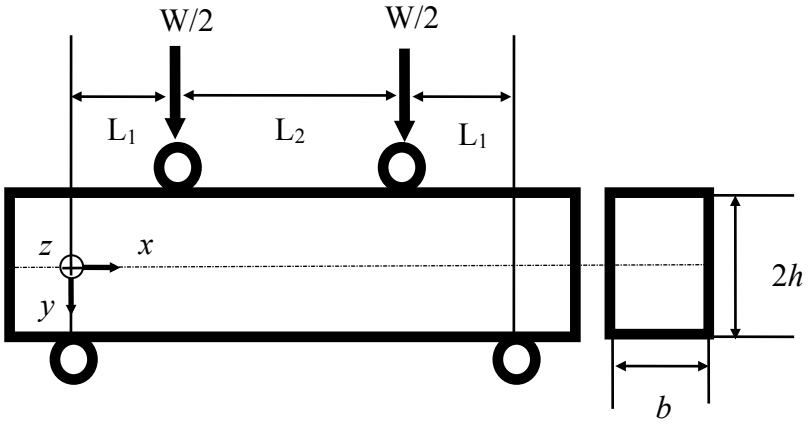


図９　４点曲げ荷重を受ける直方体状試験片

$$\sigma_{xx}(x,y,z)=\sigma_m h_1(x)h_2(y)h_3(z) \qquad (17)$$

ここで，　σ_m は試験片内の$\sigma_{xx}(x,y,z)$に関する最大応力であり，次式で表される．

$$\sigma_m=\frac{3WL_1}{4bh^2} \qquad (18)$$

なお，通常，４点曲げ試験での破壊応力σ_f は，この（１８）式の全荷重 W に破壊時の全荷重 W_f を代入して計算している．　また，（１７）式の関数 h_i (i=1,2,3)については，$0 \leqq x < L_1$ の領域では次式となる．

$$h_1(x)=\frac{x}{L_1},\quad h_2(y)=\frac{y}{h},\quad h_3(z)=1 \qquad (19)$$

また，$L_1 \leqq x < L_1+L_2$ の領域では次式となる．

$$h_1(x)=1,\quad h_2(y)=\frac{y}{h},\quad h_3(z)=1 \qquad (20)$$

また，$L_1+L_2 \leqq x \leqq 2L_1+L_2$ の領域では次式となる．

$$h_1(x)=\frac{2L_1+L_2-x}{L_1},\quad h_2(y)=\frac{y}{h},\quad h_3(z)=1 \qquad (21)$$

なお，破壊原因については，図２０に示すように，内部欠陥・表面欠陥・エッジ欠陥の３種の破壊原因が競合する場合を想定することにした．これで準備が終わったので，具体的に競合モードワイブル分布関数 $F(\sigma)$ とその密度関数 $f(\sigma)$を書き出すと，次式となる．

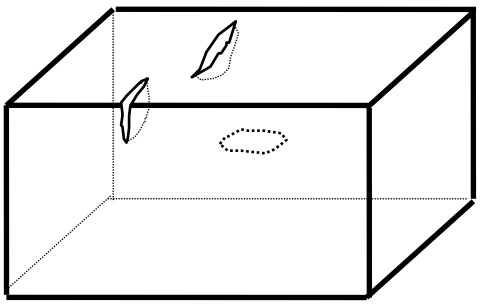


図１０　内部欠陥・表面欠陥・エッジ欠陥

$$F(\sigma)=1-\exp(-B_1-B_2-B_3) \qquad (22)$$

$$f(\sigma)=\left(\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}+\frac{\partial B_2}{\partial \sigma}+\frac{\partial B_3}{\partial \sigma}\right)\exp(-B_1-B_2-B_3) \qquad (23)$$

ここで，B_i は破壊の危険率と呼ばれるもので，i=1 の場合が内部欠陥，i=2 の場合が表

面欠陥，i=3 の場合がエッジ欠陥に対応する．各々の B_i を具体的に書き出すと次式となる．

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{V_0}\int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_{01}}\right)^{m_1} dxdydz \\ B_2 &= \frac{1}{S_0}\int_S \left(\frac{\sigma}{\sigma_{02}}\right)^{m_2} dxdz \\ B_3 &= \frac{1}{L_0}\int_L \left(\frac{\sigma}{\sigma_{03}}\right)^{m_3} dx \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

ここで，m_i およびσ_{0i} はモード i における形状母数と尺度母数である．また，V_0，S_0，L_0 は単位体積，単位面積，単位長さであり，各々の B_i を無次元化するためのものである．（２４）式が積分表示されているのは，試験片内に応力分布があるので，微小要素ごとの寄与を足し合わせるためである．積分範囲は，試験片の長手方向の垂直応力$\sigma_{xx}(x,y,z)$が正となる領域（すなわち，引張り応力が作用している領域）について行う．（１７）式を（２４）式に代入して，具体的に積分を行うと次式が得られる．

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \frac{V_{e0}}{V_0}\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{01}}\right)^{m_1} \\ B_2 &= \frac{S_{e0}}{S_0}\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{02}}\right)^{m_2} \\ B_3 &= \frac{L_{e0}}{L_0}\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{03}}\right)^{m_3} \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

ここで，V_{e0}，S_{e0}，L_{e0} は有効体積，有効表面積，有効長さと呼ばれる量で，（５）式の単一モードワイブル分布関数における試験片体積 V に相当するものである．ちなみに，図６の引張り試験片について（２４）式の積分を実行すれば，（５）式中の試験片体積 V が自動的に導出されることがわかる．有効体積 V_{e0}，有効表面積 S_{e0}，有効長さ L_{e0} を具体的に書き表すと次式となる．

$$\left.\begin{aligned} V_{e0} &= \frac{bh}{(m_1+1)}\left(\frac{2L_1}{m_1+1}+L_2\right) \\ A_{e0} &= b\left(\frac{2L_1}{m_2+1}+L_2\right) \\ L_{e0} &= \frac{4L_1}{m_3+1}+2L_2 \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

これで，競合モードワイブル分布に必要な式変形は終わったが，（２５）式の独立変数はσ_m になっていて，（２２）式の引数σと対応していないことに気付く．しかし，

前述したように，通常，破壊応力σ_fは最大応力σ_mの値を使っているので，意味を考えれば，（２５）式中のσ_mをσに書き換えて，（２２）式に代入すればよいことになる．

最後に，競合モードワイブル分布におけるパラメーター推定法について述べる．まず，各試験片の破面観察を行い，全ての試験片の破壊原因を同定する．次に，全破壊応力データを小さい順番に並べて順序数を与えるのだが，これにはジョンソン法やカプラン・マイヤー法などを用いる．その詳細は信頼性工学の参考書に譲るが，これらの方法では，例えば，内部欠陥で壊れた試験片の順序数を決めるのに，表面欠陥やエッジ欠陥で壊れた試験片の影響も考慮して決めるというものである．その結果，非整数の順序数が与えられ，単一モードの場合のように整数の順序数にはならない．この非整数の順序数を用いて，平均ランク法により各破壊応力データに破壊確率を与え，破壊原因別にワイブルプロットすれば，破壊原因別の形状母数と尺度母数を推定することができる．

最尤法については，尤度関数Ｌを書いてみると次式となる．

$$L = \frac{n!}{\prod_{i=1}^{k}(n_i!)}\prod_{i=1}^{k} L_i \qquad (27)$$

$$L_i = \left[\prod_{j=1}^{n_i} f_i\left(\sigma_f^{ij}\right)\right]\left[\prod_{p=1,p\neq i}^{k}\prod_{j=1}^{n_p} R_i\left(\sigma_f^{pj}\right)\right] \qquad (28)$$

$$f_i = \frac{\partial B_i}{\partial \sigma}\exp\left(-B_i\right) \qquad (29)$$

$$R_i = \exp\left(-B_i\right) \qquad (30)$$

ここで，k は破壊原因の種類の数（ここでは，内部欠陥と表面欠陥とエッジ欠陥の３種類），n_iは破壊原因 i によって壊れた試験片の数，n は全試験片の本数，σ_f^{ij}は破壊原因 i で壊れた試験片のうちの j 番目の破壊応力データである．最尤法の計算方法には２つあって，１つは直接最尤法，もう１つは多段最尤法である．直接最尤法は次式を解けばよい．

$$\frac{\partial \ln L}{\partial m_i} = 0 \quad \left(i = 1,2,\cdots,k\right) \qquad (31)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma_{0i}} = 0 \quad \left(i = 1,2,\cdots,k\right) \qquad (32)$$

ただし，この直接最尤法は推定効率があまりよくないので，次の多段最尤法による解析の方がよい．（２８）式を良くみると，L_iには破壊原因 i に関する形状母数m_iと尺度母数σ_{0i}のみを含んでいて，かつ，他のL_jにはm_iやσ_{0i}は含まれていない．したがっ

て，破壊原因 i の形状母数 m_i と尺度母数σ_{0i} を求めるのには，L_i のみが最大となるように，　m_i やσ_{0i} を決定すればよいことになる．すなわち，次式となる．

$$\frac{\partial \ln L_i}{\partial m_i} = 0 \qquad \left(i = 1,2,\cdots,k\right) \qquad (33)$$

$$\frac{\partial \ln L_i}{\partial \sigma_{0i}} = 0 \qquad \left(i = 1,2,\cdots,k\right) \qquad (34)$$

これを解くと，（１１）式や（１２）式と類似の非線形方程式（全く同じではない）が得られ，数値計算で破壊原因別の形状母数や尺度母数を求めることができる．具体的な導出は練習問題として残しておく．

このようにして破壊応力の分布関数がわかると，ある部材にどのくらい応力を負荷すると，製品全体の内，どのくらいの割合のものが破壊するかを計算することができる．あるいは，製品の信頼度（破壊確率）を予め与えておけば，部材にどれだけの応力を負荷してよいかも計算できる．さらに，破壊原因別の形状母数や尺度母数がわかっていれば，ある特定の破壊原因をなんらかの方法で除去した後に，どれだけ破壊応力のばらつきが改善できるかも予測することができる．このように，破壊統計は脆性材料であるセラミックスにおいては，特に重要な概念である．