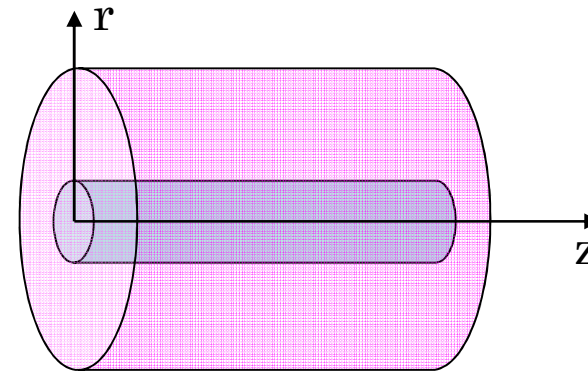
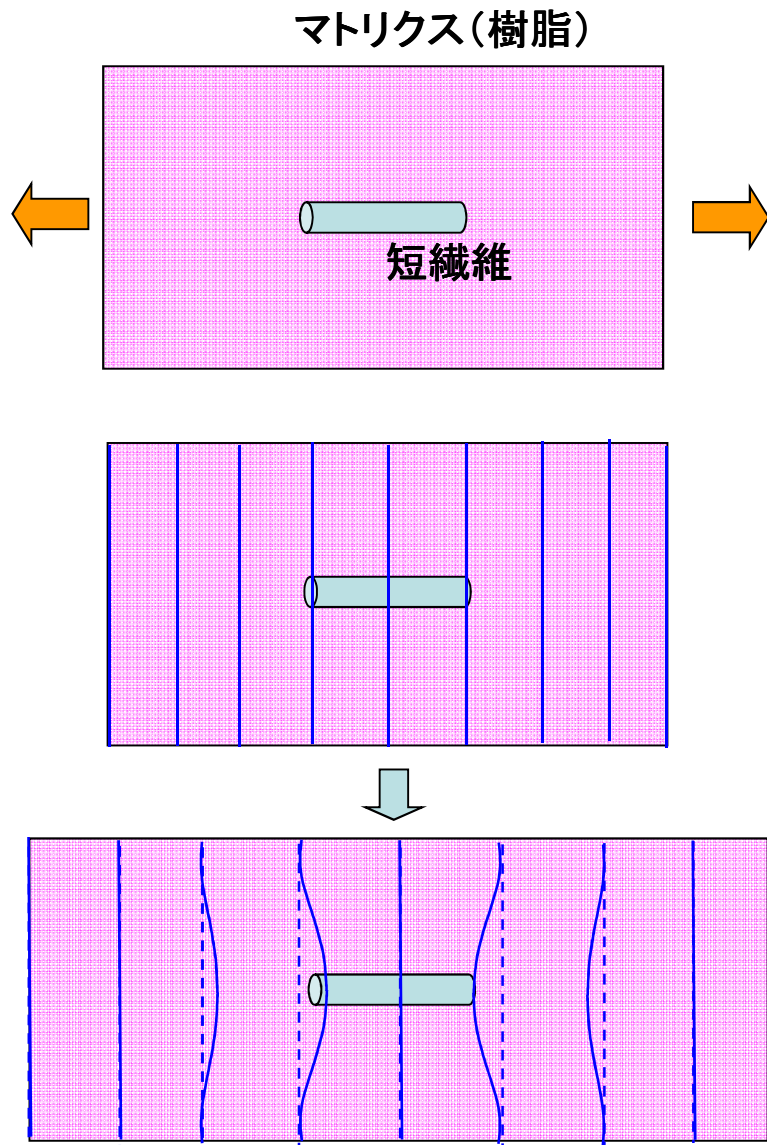


短繊維強化複合材料の強化理論



z軸方向のせん断応力を τ_m とすると
マトリクス内の力の釣り合いから

$$\frac{\partial \tau_m}{\partial r} + \frac{\tau_m}{r} = 0 \quad \text{-----}(1)$$

フックの法則から

$$\tau_m = G_m \frac{\partial u_m}{\partial r} \quad \text{-----}(2)$$

u_m :マトリクス内の z 方向変位
(ひずみではない)

G_m :せん断弾性率

境界条件

$$u_m = u_f \quad \text{at} \quad r = R_f$$

$$u_m = u_c \quad \text{at} \quad r = R_m$$

$$\tau_m = \tau_i \quad \text{at} \quad r = R_f$$

R_m 繊維の存在の影響が及ぶマトリクスの範囲

$$\ln \tau_m + C = -\ln r$$

$$\Rightarrow \ln \tau_m - \ln \tau_i = -\ln r + \ln R_f$$

$$\therefore \frac{\tau_m}{\tau_i} = \frac{R_f}{r}$$

(2)に代入

$$\tau_i R_f \frac{1}{r} = G_m \frac{\partial u_m}{\partial r}$$

$$\ln r + C = \frac{G_m}{\tau_i R_f} u_m$$

$$\Rightarrow \ln r - \ln R_f = \frac{G_m}{\tau_i R_f} (u_m - u_f)$$

$$r = R_m \text{ で } u_m = u_c$$

$$\therefore \tau_i = \frac{G_m (u_c - u_f)}{R_f \ln(R_m / R_f)}$$

繊維にマトリクスから加わるせん断応力と
繊維内の伸長応力の釣り合いから

$$\pi R_f^2 d\sigma_f = -\tau_i 2\pi R_f dz$$

$$\frac{\partial \sigma_f}{\partial z} = -\frac{2\tau_i}{R_f}$$

繊維に関しフックの法則から

$$\sigma_f = E_f \frac{\partial u_f}{\partial z}$$

ここで

$$\frac{\partial u_c}{\partial z} = \varepsilon = \text{const.}$$

(マトリクスのひずみ)

$$\frac{\partial^2 \sigma_f}{\partial z^2} = \beta^2 (\sigma_f - E_f \varepsilon)$$

$$\beta^2 = \frac{2G_m}{E_f R_f^2 \ln(R_m / R_f)}$$

微分方程式の解は

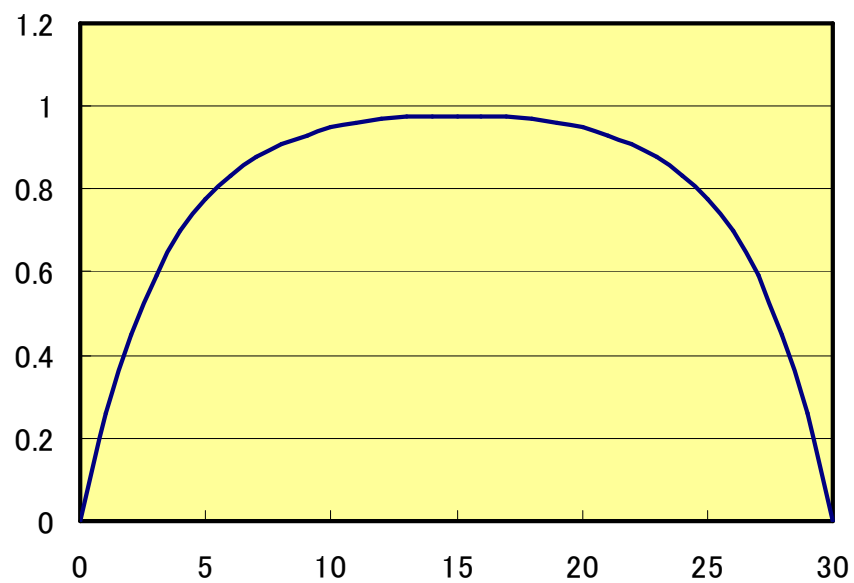
$$\sigma_f = A \sinh(\beta z) + \cosh(\beta z) + E_f \varepsilon$$

$z = 0$ and ℓ_e で $\sigma_f = 0$ だから

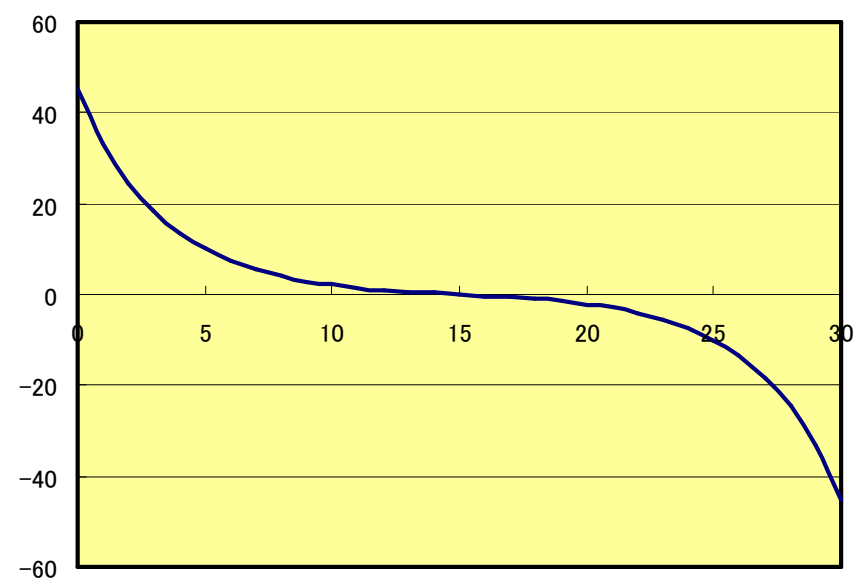
$$\sigma_f = E_f \varepsilon \left\{ 1 - \frac{\cosh[\beta(\ell_e / 2 - z)]}{\cosh(\beta \ell_e / 2)} \right\}$$

$$\text{また } \tau_i = -\frac{R_f}{2} \frac{\partial \sigma_f}{\partial z} \text{ だから}$$

$$\tau_i = \frac{R_f \beta E_f \varepsilon}{2} \frac{\sinh[\beta(\ell_e / 2 - z)]}{\cosh(\beta \ell_e / 2)}$$



繊維に加わる伸長応力



繊維－マトリクス界面のせん断応力

繊維の長さ方向の平均応力は

$$\sigma = \frac{1}{\ell_e} \int_0^{\ell_e} \sigma_f dz = E_f \varepsilon \left(1 - \frac{\tanh \frac{\beta \ell_e}{2}}{\frac{\beta \ell_e}{2}} \right)$$

従って、短繊維が一方向に並んだ複合材の弾性率は

$$E_L = E_f V_f f(\ell_e) + E_m (1 - V_f)$$

ただし

$$f(\ell_e) = 1 - \frac{\tanh \frac{\beta \ell_e}{2}}{\frac{\beta \ell_e}{2}}$$

短繊維強化複合材料における
繊維の利用効率