

2017 年度 マクロ経済学第一

第 5 回：企業の生産・投資行動 (応用編)

大土井 涼二

工学院経営工学系，開講クォーター：2Q

今回のテーマ

- 前回の基礎編で学んだモデル＝ **新古典派投資論** (neoclassical investment theory) と呼ばれる．
- 基礎編での 2 期間モデルを以下のように段階的に拡張する．
 - (1) 多期間の新古典派投資理論

↓

 - (2) 上記のモデルに、「投資のための**調整費用**」を導入
 - (2) に関しては、テキストの補論 3 の内容と密接に関連
 - 前回と同様、生産に用いる要素として物的資本だけを考える．

拡張 (1) : 多期間のモデルにおける企業の生産・投資行動

モデル設定の変更

- 前回のモデル=2 期間モデル .
 - つまり , 企業行動を考察する際に , 活動の終了時点 ($t = 2$) が明示されている .
 - しかし現実には , 企業は創業時に活動の終了時点を明確に決めているわけではない .
- 無限期間モデル (infinite-horizon model) のメリット :
 - 「無限まで続く」という設定が , 「計画終了時点を明確に意識していない」という “open-ended” な状況を考察するための「わりと良い近似」となる .
- 以下では , 企業が無限先までの投資を計画する問題を考える .
 - (*) 今回のスライドで用いる変数の意味や関数の性質は前回と同じ . 従って , 誤解の恐れがない限り , その説明は省略する .

企業価値最大化問題

- 企業の t 期の利益： $\pi_t = F(K_t) - I_t$ ($t = 1, 2, \dots$).
- 利子率 r は時間を通じて一定であるとする．
- 企業価値は，前回と同様，利益の割引現在価値の合計：

$$\begin{aligned} V &= \pi_1 + \frac{\pi_2}{1+r} + \frac{\pi_3}{(1+r)^2} + \dots \\ &= \sum_{t=1}^{\infty} \frac{F(K_t) - I_t}{(1+r)^{t-1}}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

- 企業価値最大化問題：

$$\begin{aligned} &\max_{\{K_t, I_t\}_{t=1}^{\infty}} V \\ &\text{s.t. } K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t \quad (t = 1, 2, \dots). \end{aligned}$$

ただし， K_1 は既に決定されているとする（初期条件）．

ラグランジュ関数

- t 期の制約条件に対応するラグランジュ乗数を λ_t とすると，この問題のラグランジュ関数は

$$L = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{F(K_t) - I_t}{(1+r)^{t-1}} + \sum_{t=1}^{\infty} \lambda_t \left[I_t + (1-\delta)K_t - K_{t+1} \right]$$

- ここで，便宜上，次のような変数 q_t を定義する：

$$q_t = \lambda_t (1+r)^{t-1} \quad (3.2)$$

- この q_t を使って，上のラグランジュ関数を次のように書き直すと，以降の計算が簡単になる．

$$L = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^{t-1}} \left\{ F(K_t) - I_t + q_t \left[I_t + (1-\delta)K_t - K_{t+1} \right] \right\} \quad (3.3)$$

企業価値最大化の一階条件

- I_t と K_{t+1} に関する企業価値最大化の一階条件：

$$I_t : \frac{\partial L}{\partial I_t} = 0 \Rightarrow \boxed{}. \quad (3.4)$$

$$K_{t+1} : \frac{\partial L}{\partial K_{t+1}} = 0 \Rightarrow \boxed{}. \quad (3.5)$$

- (3.4), (3.5) を使うと，企業価値が最大化されているもとで，次の条件が成立することがわかる．

$$F'(K_{t+1}) = r + \delta. \quad (3.6)$$

この式が持つ経済的意味は前回の通り：

拡張 (2) : 投資の調整費用をモデルに導入

新古典派投資理論の問題点

- 新古典派投資理論：企業価値最大化に立脚した投資決定理論。
 - 経済学者ジョルゲンソンによって開発 (Jorgenson, 1963).
 - 最適化に基づく明快な投資理論。
- その理論的切れ味の鋭さの一方で、提唱以来「現実との整合性」については批判がされてきた。
 - 批判の例 1：上記の理論では、将来への期待が投資に与える影響が存在しないことになってしまう。
(理由) (3.6) を参照 & 板書。
 - 批判の例 2：生産関数の形状によっては、最適投資量が存在しない可能性が出てきてしまう。
(理由) (3.6) を参照 & 板書。

調整費用モデル

- **調整費用モデル**：歴史的経緯からいえば，このモデルは新古典派投資理論への批判を克服するために発明されたモデル．
- 調整費用とは？

調整費用

投資を行う際に追加的にかかってしまう，有形無形の費用

要するに，「設備投資はその規模が大きくなるほど，その設備の購入費用以外の余分な費用がかさんでくる」という現実をモデルに加味する．

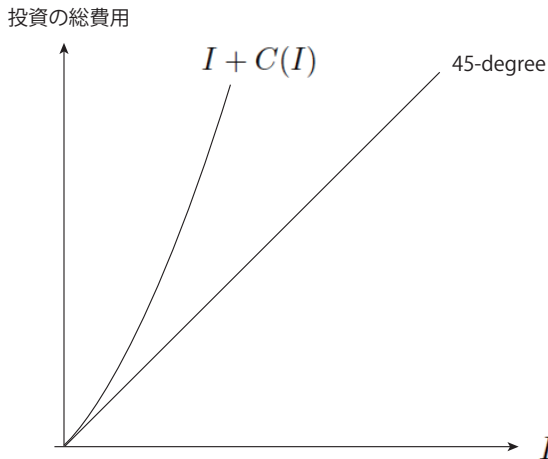
- 例：デパートの増築に際し，その直接的な増築費用以外に，
 - ① 既存店舗の規模縮小や，営業時間の短縮
 - ② 新店舗用の販売員の教育
 - ③ 販売規模拡大のために，新たな卸業者の開拓

調整費用の定式化

- 企業の t 期の利益： $\pi_t = F(K_t) - I_t - C(I_t)$ ここで, $C(I)$ が調整費用
- $C(I)$ に関する仮定：

$$C(0) = 0, C'(I) > 0, C''(I) > 0, C'(0) = 0.$$

調整費用モデル



重要な性質：一度に沢山の投資を行おうとすればするほど，追加的に多額のコストが必要となる．

ラグランジュ関数と一階条件

- 企業価値最大化問題：

$$\begin{aligned} \max_{\{K_t, I_t\}_{t=1}^{\infty}} \quad & \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^{t-1}} \left[F(K_t) - I_t - C(I_t) \right] \\ \text{s.t.} \quad & K_{t+1} = I_t + (1-\delta)K_t \quad (t = 1, 2, \dots). \end{aligned}$$

- この問題のラグランジュ関数は

$$L = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^{t-1}} \left\{ F(K_t) - I_t - C(I_t) + q_t \left[I_t + (1-\delta)K_t - K_{t+1} \right] \right\} \quad (3.7)$$

- I_t と K_{t+1} に関する企業価値最大化の一階条件：

$$I_t : \frac{\partial L}{\partial I_t} = 0 \Rightarrow C'(I_t) = q_t - 1. \quad (3.8)$$

$$K_{t+1} : \frac{\partial L}{\partial K_{t+1}} = 0 \Rightarrow q_t = \frac{F'(K_{t+1}) + q_{t+1}(1-\delta)}{1+r}. \quad (3.9)$$

最適投資の条件

- いま，簡単化のために $\delta = 0$ であるとする，(3.9) より，

$$\begin{aligned} q_t &= \frac{F'(K_{t+1})}{1+r} + \frac{F'(K_{t+2})}{(1+r)^2} + \frac{F'(K_{t+3})}{(1+r)^3} + \dots \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{F'(K_{t+j})}{(1+r)^j} \end{aligned} \quad (3.10)$$

(*) 右辺は資本の限界生産性の割引現在価値の合計

- これを (3.8) に代入することで， t 期の最適投資が満たすべき条件が

$$C'(I_t) = q_t - 1 \equiv \sum_{j=1}^{\infty} \frac{F'(K_{t+j})}{(1+r)^j} - 1. \quad (3.11)$$

となる．

最適投資の持つ経済的含意

- (3.11) からわかる, 調整費用が存在する場合における, 最適投資が持つ性質:

性質

企業は, 自社の生産性に関する将来の期待が変われば, それに応じて現時点で投資を変化させる.

- 例: 企業が t 期においてある R&D に成功し, T 期後に生産性が改善するとすると, t 期の段階で投資を増加させるのが望ましい.
- (*) 生産性が改善 $\Leftrightarrow$ 生産関数 F の上方シフト