# 9.非可逆（非相反）回路

## 9.1 非可逆回路の無損失性

### (1) アイソレータ

ある一方向のみに電磁波を伝達し，逆方向の電磁波伝搬を阻止する回路素子を**アイソレータ**(isolator)とよぶ。この回路素子の電磁波伝達特性は次の散乱行列で表される。

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Sa} \tag{9.1}$$

アイソレータが無損失回路で構成できるかどうかは, この散乱行列がユニタリー性をもつかどうかを確認すればわかる。

$$\mathbf{SS}^{+} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \neq \mathbf{I} \tag{9.2}$$

すなわち，<u>光アイソレータには，必ず損失の機構が設けられている。</u>

### (2)サーキュレータ

開口間で，電磁波の入出力が循環関係にある回路素子を**サーキュレータ**(circulator)とよぶ。例として 3 **端子サーキュレータ**(three-port circulator)で考える。

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \tag{9.3}$$

$$\mathbf{SS}^{+} = \mathbf{I} \tag{9.4}$$

<u>すなわち，サーキュレータは無損失回路で構成することができる。</u>

## 9.2 アイソレータ

**直線偏波**(linearly polarized wave)を入射させると**偏波面**(plane of polarization)が回転し，**伝搬方向**(propagation direction)によって偏波面の回転方向が反転する**ファラデー回転子**(Faraday rotator)（Fig. 9.1）を用いる。

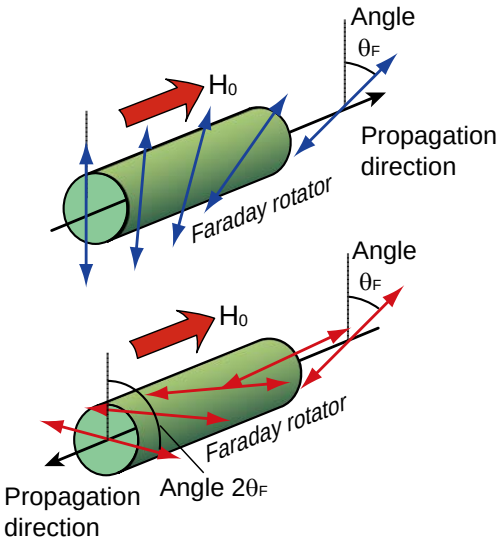


Fig. 9.1 ファラデー回転子。$\mathbf{H}_0$ は外部直流磁界。

ファラデー回転子の前後に**偏光子**(polarizer)を配置すると，Fig. 9.2 に示すように**順方向**(forward direction)には電磁波を伝達するが，**逆方向**(backward direction)は電磁波の伝搬を阻止するアイソレータが構成できる。

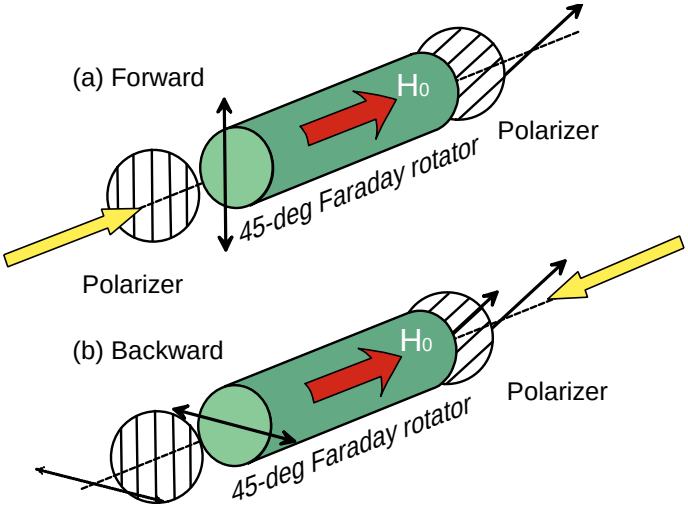


Fig. 9.2 偏波回転型アイソレータの動作原理

9.3 サーキュレータ

サーキュレータ(circulator)は，形式（構造）から次のように分類できる。

(a)マイクロストリップ形サーキュレータ(1～30GHz)

(b)集中定数形サーキュレータ(小西形:30MHz～5GHz)

(c)非可逆移相器を用いたサーキュレータ

また，サーキュレータは，次のような応用で用いられる。

・双方向伝送

・無反射終端と組み合わせてアイソレータ

・位相変調器(phase modulator)への応用

・アドドロップ・マルチプレクサ(Add-Drop Multiplexer)

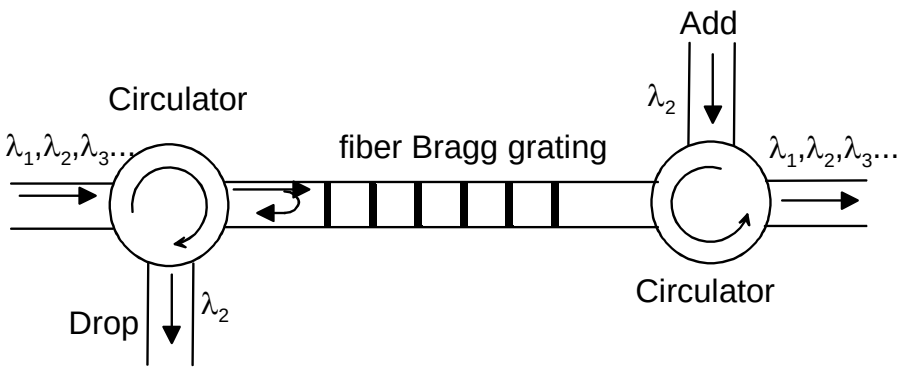


Fig. 9.3 Add-Drop Multiplexer

［付録 B］磁性体のマイクロ波応答

外部から磁界を印加しないとき，磁性体中の磁化方向はランダムに分布し，その透磁率はスカラー量 $\mu = \mu' - j\mu''$ で表される。

外部から磁界を印加すると磁化が一定の方向に揃い，透磁率は**テンソル**(tensor)で表される。直流磁界 $\mathbf{H}_0$ を z 方向（電磁界の伝搬方向）に印加すると，透磁率は次のようになる（**ポルダーテンソル**）。

$$[\mu] = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_r & -j\kappa & 0 \\ j\kappa & \mu_r & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{rz} \end{bmatrix} \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned} &\mu_{rz} \approx 1 \\ &\omega_0 = -\gamma H_0 \qquad (\gamma = -2.8MHz/Oe) \\ &\omega_s = -\gamma M_s \qquad (\mathrm{M_s}: \text{飽和磁化}) \\ &\omega: \text{動作周波数} \\ &\mu_r = 1 + \frac{\omega_0 \omega_s}{\omega_0^2 - \omega^2} \\ &\kappa = \frac{-\omega_s \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \end{aligned} \tag{B.2}$$

ここで，電磁界の磁界及び磁束密度を，それぞれ $\mathbf{h}e^{j\omega t}$，$\mathbf{b}e^{j\omega t}$（小文字**h**，**b** で表現）で表すこととして，電磁界の磁界及び磁束密度の関係を次の条件で調べる。

(1) 右回り円偏波に対する透磁率

観測面を固定すると，電界ベクトルが時間とともに時計方向に回転する偏波を右回り**円偏波**(circular polarized wave)とよぶ（+z 方向に向かって観測点を移動すると左回転)。この偏波の磁界 $x$ 成分 $h_x$ 及び y 成分 $h_y$ は，次の関係になる。

$$\begin{aligned} &\mathbf{h}_+ = \mathbf{i}h_x + \mathbf{j}h_y \\ &h_y = -jh_x \end{aligned} \tag{B.3}$$

なお，瞬時値を調べると次のようになる。

$$h_x = \mathrm{Re}[e^{j\omega t}] = \cos\omega t \tag{B.4.a}$$

$$h_y = \mathrm{Re}[-je^{j\omega t}] = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\omega t \tag{B.4.b}$$

このとき，磁束密度 $\mathbf{b}$ は $\mathbf{b}_+ = [\mu]\mathbf{h}_+$ より

$$b_x = \mu_0(\mu_r - \kappa)h_x \tag{B.5.a}$$

$$b_y = -j\mu_0(\mu_r - \kappa)h_x \tag{B.5.b}$$

となるので，$\mathbf{b}$ も右回り円偏波となる。さらに，$\mathbf{b}_+ = \mu_0(\mu_r - \kappa)\mathbf{h}_+$ と表されるから，右回り円偏波に対してはスカラー透磁率 $\mu_+ = \mu_0(\mu_r - \kappa)$ を感じることになる。

(2) 左回り円偏波に対する透磁率

偏波の回転方向が逆の左回り円偏波（$\mathbf{h}_- = \mathbf{i}h_x + \mathbf{j}(+jh_x)$）に対しても同じように考えると，透磁率はスカラー $\mu_- = \mu_0(\mu_r + \kappa)$ となる。

すなわち，右回りと左回りの円偏波に対して，異なるスカラー透磁率をもつ材料として働く。その結果,

・右回り円偏波，左回り円偏波は，各々の偏波状態を保ったまま異なる伝搬定数で伝搬する。

・両偏波を合成すると直線偏波になるが，伝搬に伴って偏波の方向が変化する。これをファラデー回転とよぶ。

(3) ファラデー回転

$z = 0$ で $e_x = E_0 \cos\omega t$， $e_y = e_z = 0$ なる直線偏波が入射する場合を考える。

$$\begin{aligned}\mathbf{i}e_x &= \mathbf{i}E_0 \cos\omega t \\ &= \frac{E_0}{2}\{\mathbf{i}\cos\omega t + \mathbf{j}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})\} + \frac{E_0}{2}\{\mathbf{i}\cos\omega t + \mathbf{j}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})\} \qquad \text{(B.6)}\end{aligned}$$

と分解できる。

右辺第１項は右回り円偏波, 第２項は左回り円偏波を表し, それぞれ比透磁率 $\mu_+ = \mu_0(\mu_r - \kappa)$, $\mu_- = \mu_0(\mu_r + \kappa)$ を感じるため, 右回り円偏波, 左回りの円偏波の伝搬定数は各々次のようになる。

$$\beta_+ = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_+}$$
$$\beta_- = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_-}$$

したがって，距離 $z$ だけ伝搬した後では，次のように表される。

右回り円偏波：

$$\begin{aligned}&\frac{E_0}{2}\{\mathbf{i}\cos(\omega t - \beta_+ z) + \mathbf{j}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \beta_+ z)\} \\ &= \frac{E_0}{2}\{\mathbf{i}\cos(\omega t - \beta_+ z) + \mathbf{j}\sin(\omega t - \beta_+ z)\} \qquad \text{(B.7.a)}\end{aligned}$$

左回り円偏波：

$$\frac{E_0}{2}\{\mathbf{i}\cos(\omega t - \beta_- z) - \mathbf{j}\sin(\omega t - \beta_- z)\} \qquad \text{(B.7.b)}$$

距離 $z$ だけ伝搬した位置における電界の $x$， $y$ 成分は，各々次のようになる。

$$e_x = \frac{E_0}{2}\{\cos(\omega t - \beta_+ z) + \cos(\omega t - \beta_- z)\} = E_0 \cos\left(\frac{\beta_- - \beta_+}{2} z\right)\cos\left(\omega t - \frac{\beta_- + \beta_+}{2} z\right) \quad \text{(B.8.a)}$$

$$e_y = \frac{E_0}{2}\{\sin(\omega t - \beta_+ z) - \sin(\omega t - \beta_- z)\} = E_0 \sin\left(\frac{\beta_- - \beta_+}{2} z\right)\cos\left(\omega t - \frac{\beta_- + \beta_+}{2} z\right) \quad \text{(B.8.b)}$$

ここで，$\cos\left(\omega t - \frac{\beta_- + \beta_+}{2} z\right)$ の項は $e_x$ と $e_y$ で共通であり，時間的に同相で振動することを表す。すなわち，直線偏波となる。

また，$x$ 成分，$y$ 成分の振幅が，各々 $\cos\left(\frac{\beta_- - \beta_+}{2} z\right)$, $\sin\left(\frac{\beta_- - \beta_+}{2} z\right)$ となっていることから，偏波の方向が $x$ 軸から角度 $\theta_F = \frac{\beta_- - \beta_+}{2} z = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon}}{2}(\sqrt{\mu_-} - \sqrt{\mu_+})z$ だけ傾いていることが分かる。

つまり，入射直線偏波は距離 $z$ 伝搬後に角度 $\theta_F$ だけ傾いた直線偏波になる。また，角度 $\theta_F$ は伝搬距離 $z$ に比例する。これが**ファラデー回転**(Faraday rotation)である。

さらに,外部磁界の方向を反転すると,式(B.2)の関係から次のようにパラメータが変化する。

$$H_0 \to -H_0$$
$$M_s \to -M_s$$

すなわち，各円偏波が感じるスカラー透磁率は $\mu_+ = \mu_0(\mu_r + \kappa)$，$\mu_- = \mu_0(\mu_r - \kappa)$ となる。その結果，直線偏波の回転角度は $-\theta_F$ になる。

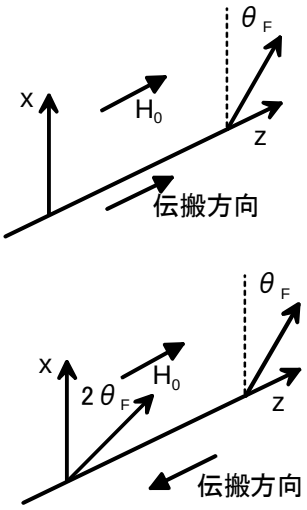


Fig. B.1 ファラデー回転子。$\mathbf{H}_0$ は外部直流磁界。