7.分岐・結合回路

7.1 マジック T

矩形導波管が Fig. 7.1 に示すように接続されており，各導波管では TE_{10} モードのみ伝搬する**電磁波回路**(electromagnetic wave circuit)を考える。

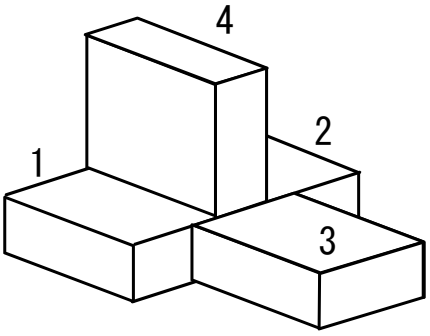

Fig. 7.1 導波管マジック T

可逆回路であるから，散乱行列は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{bmatrix} \tag{7.1}$$

さらに，構造の**対称性**(symmetry)より次の関係が成り立つ。

$$S_{13} = S_{23} \ (\text{ポート}3 \to 1\text{とポート}3 \to 2\text{は同等})$$
$$S_{11} = S_{22}$$

また，ポート 4 から入力した電界（TE_{10} モードの電界）は，ポート 1 と 2 において方向が上下反転するので，ポート 1 と 2 から**逆位相**(out-of-phase)で出力される。すなわち，次の関係が成り立つ。

$$S_{14} = -S_{24} \tag{7.2}$$

ポート 3 とポート 4 の伝搬モード（TE_{10} モード）は空間的に互いに直交しているので，ポート 3 から接合部に入力する電磁界がポート 4 の導波管には伝搬しない。つまり，ポート 3 とポート 4 は互いに電磁界の**結合**(coupling)がない。

$$S_{34} = S_{43} = 0 \tag{7.3}$$

ポート 3 とポート 4 は互いに結合していないので，互いに独立に整合をとって次のようにすることが可能である。

$$S_{33} = S_{44} = 0 \tag{7.4}$$

以上のことを反映させると，この回路の散乱行列は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & -S_{14} \\ S_{13} & S_{13} & 0 & 0 \\ S_{14} & -S_{14} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7.5}$$

ここで，この回路に無損失性を条件として課すと，次の関係式が得られる。

$$|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1 \tag{7.6.a}$$

$$2|S_{13}|^2 = 1 \tag{7.6.b}$$

$$2|S_{14}|^2 = 1 \qquad (7.6.c)$$

これらの関係式から，ただちに次の結論が得られる。

$$S_{13} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\varphi}$$
$$S_{14} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\theta}$$
$$S_{11} = S_{12} = 0$$

ポート 3 及び 4 の**参照面**(reference plane)はいずれも自由に選ぶことができる。ここで，$\theta = \phi = 0$ となるように参照面を選べば，回路の散乱行列は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (7.7)$$

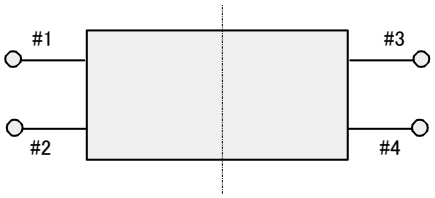

Fig. 7.2　4 開口回路

7.2 方向性結合器

可逆な 4 開口回路(Fig. 7.2)で，隣接ポートへ電磁界が結合しない(**方向性がある**(directional))回路を考える。ポート 1 と 2 との間，ポート 3 と 4 との間に結合がないとすると

$$S_{12} = S_{34} = 0 \qquad (7.8)$$

である。また，ポート 1 と 2 では反射が無いとする。この回路の散乱行列は，対称で**対角成分**(diagonal element)が 0 で，次のようになる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 \\ S_{14} & S_{24} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} \qquad (7.9)$$

さらに，回路が無損失であれば，散乱行列のユニタリー性から次の関係が成り立つ。

$$|S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1 \qquad (7.10.a)$$

$$|S_{23}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \qquad (7.10.b)$$

$$|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{33}|^2 = 1 \qquad (7.10.c)$$

$$|S_{14}|^2 + |S_{24}|^2 + |S_{44}|^2 = 1 \qquad (7.10.d)$$

$$S_{13}S_{23}^* + S_{14}S_{24}^* = 0 \qquad (7.10.e)$$

$$S_{13}S_{33}^{*}=0 \tag{7.10.f}$$

$$S_{14}S_{44}^{*}=0 \tag{7.10.g}$$

$$S_{23}S_{33}^{*}=0 \tag{7.10.h}$$

$$S_{24}S_{44}^{*}=0 \tag{7.10.i}$$

$$S_{13}S_{14}^{*}+S_{23}S_{24}^{*}=0 \tag{7.10.j}$$

ここで，式(7.10.c)＋式(7.10.d)より

$$|S_{13}|^2+|S_{14}|^2+|S_{23}|^2+|S_{24}|^2+|S_{33}|^2+|S_{44}|^2=2$$

式(7.10.a)と式(7.10.b)を用いれば

$$|S_{33}|^2+|S_{44}|^2=0$$

すなわち，

$$S_{33}=S_{44}=0 \tag{7.11}$$

となる。

式(7.10.c)で$|S_{33}|^2=0$とすると

$$|S_{13}|^2+|S_{23}|^2=1 \tag{7.12}$$

式(7.12)－式(7.10.a)から，次の関係が得られる。

$$|S_{14}|=|S_{23}| \tag{7.13}$$

また，式(7.12)－式(7.10.b)から，次の関係が得られる。

$$|S_{13}|=|S_{24}| \tag{7.14}$$

一つの可能性として$S_{13}=S_{24}=\alpha$（αは実数）とすると，式(6.15.e)から次の関係が得られる。

$$S_{23}^{*}=-S_{14}$$

ここで，$S_{14}=j\beta$とすると，$S_{23}=-S_{14}^{*}=j\beta$となる。すなわち，散乱行列は次のように定まる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha & j\beta \\ 0 & 0 & j\beta & \alpha \\ \alpha & j\beta & 0 & 0 \\ j\beta & \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7.15}$$

但し，式(7.10.a)より$\alpha^2+\beta^2=1$である。

・式(7.15)の回路は**2軸対称性**(biaxial)がある。

・特に，$\alpha=\beta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$の場合，**3-dB方向性結合器**(3-dB directional coupler)と呼ばれる。