1．[7 点]　(1) [1 点]　$i_1 = \dfrac{E}{R}$，$q_2 = CE$。

(2)　[2 点] $loop1$：$L\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + R\left(i_1 - \dfrac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t}\right) = E$ …①

$loop2$：$R\left(\dfrac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t} - i_1\right) + \dfrac{q_2}{C} = 0$ …②

(3) [1 点]　②より $i_1 = \dfrac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t} + \dfrac{q_2}{CR}$ …③。また，$\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2 q_2}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{1}{CR}\dfrac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t}$。これらを①へ代入。

$$L\left(\frac{\mathrm{d}^2 q_2}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{CR}\frac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t}\right) + R\left(\frac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t} + \frac{q_2}{CR} - \frac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t}\right) = E,\quad \therefore L\left(\frac{\mathrm{d}^2 q_2}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{CR}\frac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t}\right) + \frac{q_2}{C} = E$$

$$\therefore \frac{\mathrm{d}^2 q_2}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{CR}\frac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t} + \frac{q_2}{LC} = \frac{E}{L}$$

(4)[2 点] 回路の数値を入れると $\dfrac{\mathrm{d}^2 q_2}{\mathrm{d}t^2} + 2\dfrac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t} + q_2 = 1$。斉次方程式の $\dfrac{\mathrm{d}^2 q_2}{\mathrm{d}t^2} + 2\dfrac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t} + q_2 = 1$ の特性方程式 $\lambda^2 + 2\lambda + 1 = (\lambda+1)^2 = 0,\ \lambda = -1$。斉次方程式の一般解は，$q_2 = A_1 t e^{-t} + A_2 e^{-t}$。非斉次方程式の特殊解は，$q_{2s} = 1$。よって，非斉次方程式の一般解は，$q_2 = A_1 t e^{-t} + A_2 e^{-t} + 1$。

(5) [1 点]　③に回路の数値と(4)の一般解を入れると，

$$i_1 = \frac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}t} + 2q_2 = A_1(1-t)e^{-t} - A_2 e^{-t} + 2\left(A_1 t e^{-t} + A_2 e^{-t} + 1\right) = A_1(1+t)e^{-t} + A_2 e^{-t} + 2$$。

初期条件を入れる。$q_2 = 0$ より $A_2 = -1$。$i_1 = 0$，$A_2 = -1$ より $A_1 = -1$。よって，

$i_1 = -(1+t)e^{-t} - e^{-t} + 2 = -(2+t)e^{-t} + 2$，$q_2 = -te^{-t} - e^{-t} + 1$。

2．[3 点]　$y' = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)A_{n+1}x^n$ と $y'' = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(n+2)(n+1)A_{n+2}x^n$ を微分方程式へ代入すると，

$$\begin{aligned} y'' - xy' &= \sum_{n=0}^{\infty}(n+2)(n+1)A_{n+2}x^n - x\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)A_{n+1}x^n \\ &= \sum_{n=0}^{\infty}(n+2)(n+1)A_{n+2}x^n - \sum_{n=0}^{\infty}(n+1)A_{n+1}x^{n+1} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty}(n+2)(n+1)A_{n+2}x^n - \sum_{n=1}^{\infty}nA_n x^n \end{aligned}$$

x^0 の係数について，$2A_2 = 0$ より，$A_2 = 0$

x^n の係数(ただし，$n \geq 1$)について，$(n+2)(n+1)A_{n+2} - nA_n = 0$，すなわち，$A_{n+2} = \dfrac{n}{(n+2)(n+1)}A_n$。

[1 点]

$n+2$ を n で置き換えることから， $A_n = \dfrac{n-2}{n(n-1)}A_{n-2}$ となる。

$n = 2m$ (ただし， $m \geq 1$)については， $A_2 = 0$ より $A_{2m} = 0$

$n = 2m+1$(ただし， $m \geq 1$)については,

$$A_{2m+1} = \frac{2m-1}{(2m+1)2m}A_{2m-1} = \frac{(2m-1)(2m-3)}{(2m+1)2m(2m-1)(2m-2)}A_{2m-3} = \ldots = \frac{(2m-1)(2m-3)\ldots 3\cdot 1}{(2m+1)!}A_1$$

[1 点]

なお，定数項 A_0 は微分方程式を満足する。

よって一般解は,

$$y = A_0 + A_1 x + A_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2m-1)(2m-3)\ldots 3\cdot 1}{(2m+1)!}x^{2m+1}$$

となる。[1 点]