物理学演習第一-d-D(大木)No.2

2017.5.2

【1】《速度の平方根に比例した抵抗》
水平面の上で質量 m の物体を初速 v_0 で滑らせた ($v_0 > 0$)．物体にはその速度 v の平方根に比例した大きさの抵抗力 (大きさ $m\beta\sqrt{v}$) が作用するとして以下の問に答えよ．ただし，物体の運動方向を x 軸に取り，物体の最初の位置を原点とする．
(i) β の次元は何か．
(ii) 物体の運動方程式を記せ．
(iii) 速度 v と物体の位置 x を求め, グラフを描け．

【2】《強制振動》ばね定数 k のばねにつながれた質量 m の運動に外力 $mA\sin\Omega t(\Omega \neq \omega \equiv \sqrt{\frac{k}{m}})$ を加える。A は定数である。
(i) 運動方程式を解け。ただし、質点の位置 $x(t)$、速度 $v(t)$ についてそれぞれ $x(0) = 0$、$v(0) = 0$ とする。
(ii) (i) の解から、t が十分小さいとき ($\omega t, \Omega t \ll 1$)、x が t^3 に比例して大きくなることを示せ。
(iii) (i) の解の $\Omega \to \omega$ なる極限では、x において振幅が t に比例する項が現れることを示せ。

【3】《ポテンシャルエネルギー》
1 次元の運動で質点に力 $f(x)$ がかかっているときに，x_0 を基準点としたポテンシャルエネルギー (位置エネルギー) は

$$U(x) = -\int_{x_0}^{x} f(x)\,dx \tag{1}$$

で定義される．
(※)

$$U(x) - U(x_0) = -\int_{x_0}^{x} f(x)\,dx \tag{2}$$

という書き方もある．
(i) $U(x)$ がわかっていて $f(x)$ を求めるにはどのようにしたらよいか．
(ii) (1) の右辺で負号を付けているのはなぜか，考察せよ．

【4】《2 次元極座標での運動方程式》
2 次元極座標系での基本ベクトルは既知とする．
(i) 速度 $\boldsymbol{v}$ を極座標で表せ．
(ii) 加速度 $\boldsymbol{a}$ を極座標で表し，運動方程式の極座標表示を求めよ．
(iii) 運動エネルギーを極座標で表せ．