2016 年度　論理回路理論　演習 3　解答

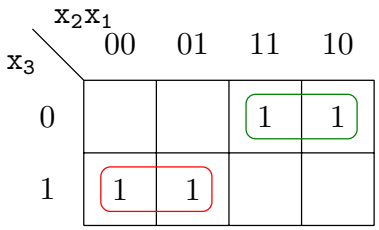
学科：＿＿＿＿＿＿＿＿　学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 次の（1）～（4）の真理値表で表される論理回路を，カルノー図を用いて簡単化し，簡単化された NOT-AND-OR 形式で示せ．ただし，ドントケアは $*$ で表すとし，（4）については真理値表下部にあるカルノー図を用いて解答すること．（29 点）

解答

(1)

x_3	x_2	x_1	$F(x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

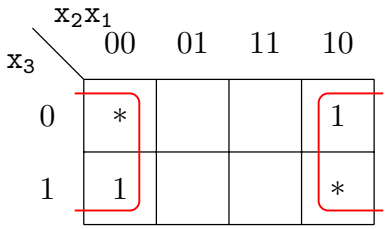


$$F = x_3\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 x_2$$

（5 点）

(2)

x_3	x_2	x_1	$F(x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	$*$
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	$*$
1	1	1	0

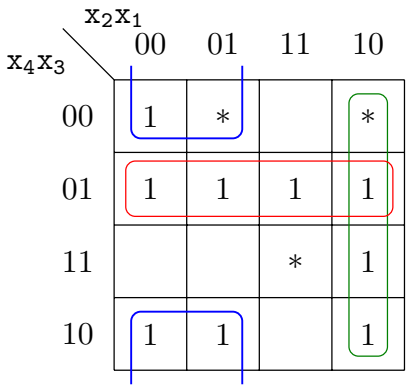


$$F = \bar{x}_1$$

（5 点）

(3)

x_4	x_3	x_2	x_1	$F(x_4, x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	$*$
0	0	1	0	$*$
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	$*$



$$F = \bar{x}_4 x_3 \vee x_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2$$

（8 点）

(4)

x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	$F(x_5, x_4, x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	*
0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	*
1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	*
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	*
1	1	1	0	1	*
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1

x_5x_4 \ $x_3x_2x_1$	000	001	011	010	110	111	101	100
00			1					
01	1	1	*				1	1
11		1	1		1	1	*	*
10			*		*	1	1	1

$$F = x_5x_3 \vee \bar{x}_5x_4\bar{x}_2 \vee x_4\bar{x}_3x_1 \vee \bar{x}_3x_2x_1$$

または,

x_5x_4 \ $x_3x_2x_1$	000	001	011	010	110	111	101	100
00			1					
01	1	1	*				1	1
11		1	1		1	1	*	*
10			*		*	1	1	1

$$F = x_5x_3 \vee \bar{x}_5x_4\bar{x}_2 \vee x_4\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_3x_2x_1$$

または,

x_5x_4 \ $x_3x_2x_1$	000	001	011	010	110	111	101	100
00			1					
01	1	1	*				1	1
11		1	1		1	1	*	*
10			*		*	1	1	1

$$F = x_5x_3 \vee \bar{x}_5x_4\bar{x}_2 \vee x_5x_4x_1 \vee \bar{x}_3x_2x_1$$

（11 点）

2. 次の真理値表で表される論理関数をクワイン-マクラスキー法を用いて，簡単化して表現せよ．NOT-AND 項のグループ分けと統合の過程，及び包含図を必ず示すこと．また，NOT-AND 項のグループ分けと統合の過程で間違えてしまうと，それ以後も間違えてしまうため注意すること．（31 点）

x_4	x_3	x_2	x_1	$F(x_4, x_3, x_2, x_1)$
0	0	0	0	$*$
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	$*$
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	$*$
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	$*$
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	$*$

【配点について】
配点は以下の通り．
NOT-AND 項のグループ分けと統合（15 点）
包含図（11 点）
簡単化した式（5 点）

※解答は次ページ

$p=0$	0	0	0	0	✓
$p=1$	0	0	1	0	✓
	0	1	0	0	✓
	1	0	0	0	✓
$p=2$	0	0	1	1	✓
	0	1	0	1	✓
	0	1	1	0	✓
	1	0	1	0	✓
	1	1	0	0	✓
$p=3$	1	1	0	1	✓
$p=4$	1	1	1	1	✓

(a) 変数個数：4

$p=0$	0	0	-	0	✓
	0	-	0	0	✓
	-	0	0	0	✓
$p=1$	0	0	1	-	
	0	-	1	0	✓
	-	0	1	0	✓
	0	1	0	-	✓
	0	1	-	0	✓
	-	1	0	0	✓
	1	0	-	0	✓
	1	-	0	0	✓
$p=2$	-	1	0	1	✓
	1	1	0	-	✓
$p=3$	1	1	-	1	

(b) 変数個数：3

$p=0$	-	-	0	0
	0	-	-	0
	-	0	-	0
$p=1$	-	1	0	-

(c) 変数個数：2

図 1: NOT-AND 項のグループ分けと統合

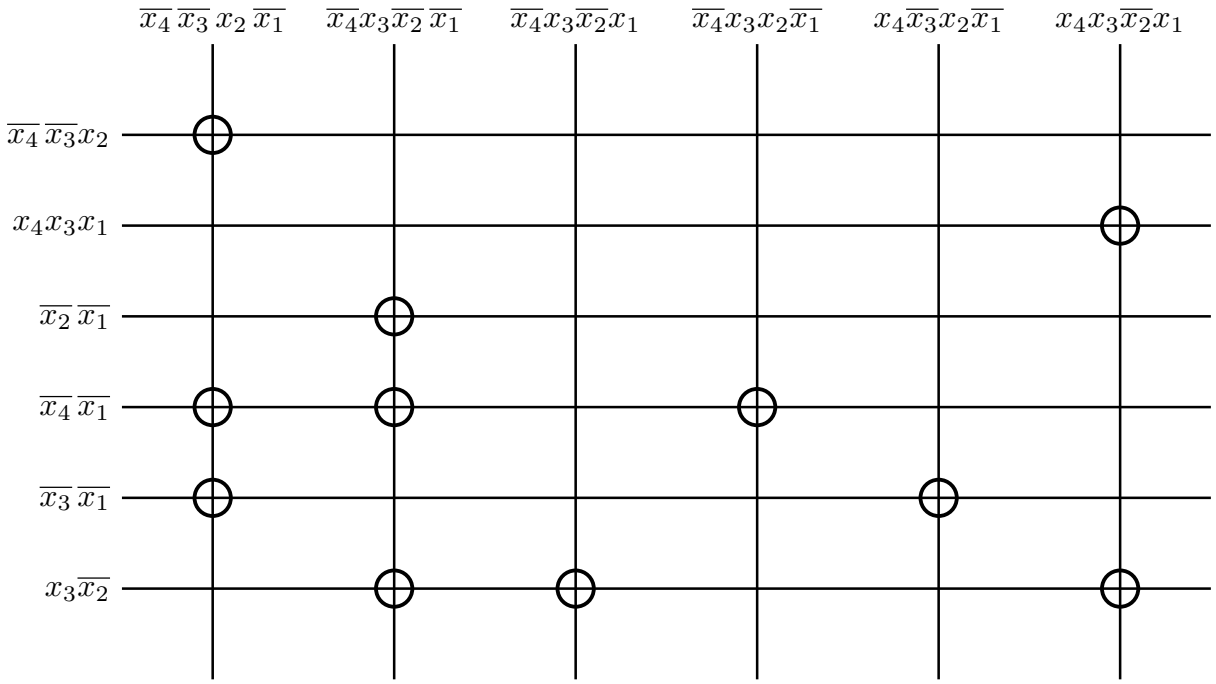


図 2: 包含図

NOT-AND 項のグループ分けと統合は図 1，包含図は図 2 のようになる．
以上より，論理関数 $F(x_4, x_3, x_2, x_1)$ を簡単化すると，式 (1) として表せる．

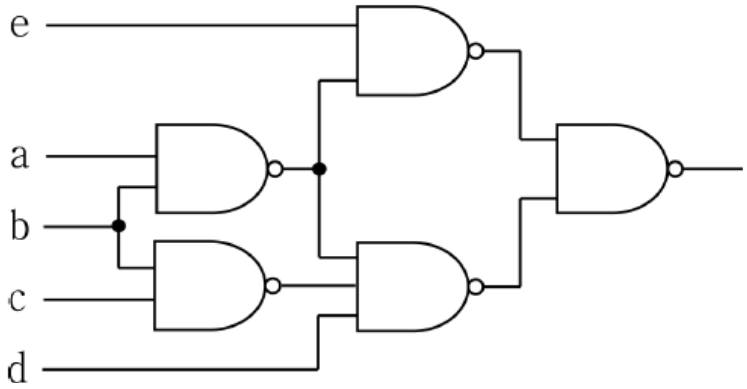
$$F(x_4, x_3, x_2, x_1) = x_3\overline{x_2} \vee \overline{x_4}\,\overline{x_1} \vee \overline{x_3}\,\overline{x_1} \tag{1}$$

3. 論理関数 $F(a,b,c,d,e) = \overline{a}\,\overline{c}d \vee \overline{a}e \vee \overline{b}d \vee \overline{b}e$ を **2** 入力または **3** 入力 **NAND** ゲートのみを用いた **3** 段構成で簡単化し，その簡単化された回路図を示せ．回路図では，同じ論理部分は 1 個のゲートを用いて出来る限り少ない素子数で構成し、5 個以下の NAND ゲートになるように設計せよ．（20 点）

まず，与えられた論理関数 F を簡単化する．

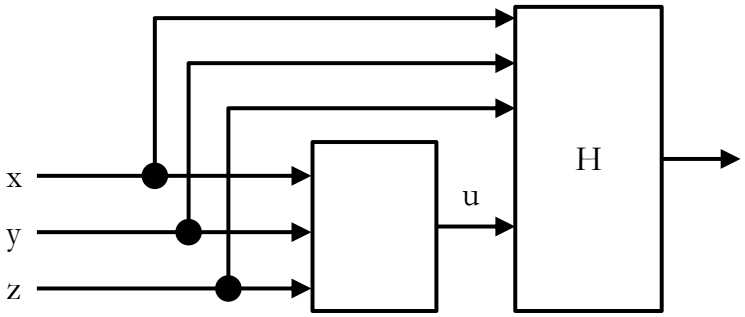
$$
\begin{aligned}
F(a,b,c,d,e) &= \overline{a}\,\overline{c}d \vee \overline{a}e \vee \overline{b}d \vee \overline{b}e \\
&= d \cdot \overline{ab} \cdot \overline{bc} \vee e \cdot \overline{ab} \\
&= \overline{\overline{d \cdot \overline{ab} \cdot \overline{bc} \vee e \cdot \overline{ab}}} \\
&= \overline{\overline{d \cdot \overline{ab} \cdot \overline{bc}} \cdot \overline{e \cdot \overline{ab}}}
\end{aligned}
$$

簡単化された式をもとに回路図を作成すると以下のようになる．ここでは $\overline{ab}$ は共有されることに注意せよ．



※論理式 10 点, 回路図 10 点.

4. 下記の図のように $u = \overline{x}y\overline{z} \vee x\overline{y}\,\overline{z} \vee xyz$ という論理式で表現される論理回路があるとき，それを利用・追加して，$H(x, y, z, u) = \overline{x}\,\overline{y} \vee \overline{y}\,\overline{z} \vee \overline{z}\,\overline{x}$ の式で表される論理回路 H を**カルノー図で簡単化**し，その論理式を示せ．（20 点）



論理回路 H の入力は x, y, z, u の 4 つになる．この 4 つの入力を使って，論理回路 H を実現すればよい．論理回路 H が実現すべき真理値表は以下のようになる．

x	y	z	u	$H(x, y, z, u)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	$*$
0	0	1	0	1
0	0	1	1	$*$
0	1	0	0	$*$
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	$*$
1	0	0	0	$*$
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	$*$
1	1	0	0	0
1	1	0	1	$*$
1	1	1	0	$*$
1	1	1	1	0

この真理値表の結果をもとにカルノー図を作成すると以下のようになる．

xy \ zu	00	01	11	10
00	1	*	*	1
01	*	1	*	
11		*	0	*
10	*	1	*	

以上より，論理回路 H は次式で表すことができる．

$$H(x, y, z, u) = \overline{z}u \vee \overline{x}\,\overline{y}$$

※カルノー図 15 点, 式 5 点. 誤ったカルノー図であるにも関わらず正しい式を出せているものは 0 点とする．