2016 年度　論理回路理論　演習 1 解答

学科：＿＿＿＿＿＿＿＿　　学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿　　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 式変形によって，(1) 〜 (4) が成り立つことを証明せよ．なお，式変形のみを評価するため，真理値表の一致を示しても証明とみなさない．(10 点 $\times 4$)

(1) $(\bar{x} \vee \bar{y})(\bar{x} \vee y) = \bar{x}$

(2) $x \oplus y \oplus xy = x \vee y$

(3) $(x \vee y)(y \vee z)(\bar{x} \vee z) = \bar{x}y \vee yz \vee zx$

(4) $F(x, y, z) = \bar{x}y \vee \bar{y}z \vee zx$ のとき，$F(x, \overline{(\bar{x} \vee \bar{y})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})}, z) = z$

解答

過度の途中式の省略は減点または得点なしとした．また，真理値表のみによる証明は得点なしとした．

(1)

$$
\begin{aligned}
\text{(左辺)} &= \bar{x}\bar{x} \vee \bar{x}y \vee \bar{y}\bar{x} \vee \bar{y}y \\
&= \bar{x} \vee \bar{x}(y \vee \bar{y}) \\
&= \bar{x} \\
&= \text{(右辺)} \qquad \text{(10 点)}
\end{aligned}
$$

(2)

$$
\begin{aligned}
\text{(左辺)} &= x \oplus (y\overline{xy} \vee \bar{y}xy) \\
&= x \oplus y(\bar{x} \vee \bar{y}) \\
&= x \oplus \bar{x}y \\
&= x\overline{\bar{x}y} \vee \bar{x}y \\
&= x(x \vee \bar{y}) \vee \bar{x}y \\
&= x \vee x\bar{y} \vee \bar{x}y \\
&= x \vee x\bar{y} \vee y \\
&= x \vee y \\
&= \text{(右辺)} \qquad \text{(10 点)}
\end{aligned}
$$

(3)

$$
\begin{aligned}
\text{（左辺）} &= (x\bar{x} \vee xz \vee \bar{x}y \vee yz)(y \vee z) \\
&= (xz \vee \bar{x}y \vee yz)(y \vee z) \\
&= xyz \vee xz \vee \bar{x}y \vee \bar{x}yz \vee yz \vee yz \\
&= (x \vee \bar{x})yz \vee xz \vee \bar{x}y \vee yz \\
&= yz \vee xz \vee \bar{x}y \\
&= \text{（右辺）}
\end{aligned}
$$

（10 点）

(4)

$$
\begin{aligned}
\overline{(\bar{x} \vee \bar{y})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})} &= (\overline{\bar{x} \vee \bar{y}}) \vee (\overline{\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}}) \\
&= (xy) \vee (xyz) \\
&= xy \\
\text{（左辺）} &= F(x, xy, z) \\
&= \bar{x}xy \vee \overline{xy}z \vee zx \\
&= (\overline{xy} \vee x)z \\
&= (\bar{x} \vee \bar{y} \vee x)z \\
&= z
\end{aligned}
$$

（10 点）

2. ある不完全定義論理関数 $F(x,y,z)$ が存在し，論理関数

$$F_1(x,y,z) = (x\bar{y} \vee \bar{x}y) \oplus z$$
$$F_2(x,y,z) = (x \oplus z)y \vee xz$$

が，共に関数 $F(x,y,z)$ の定義を満たすとする．

(1) 以下を埋め，$F_1(x,y,z)$ および $F_2(x,y,z)$ の真理値表を完成させよ．(3 点 $\times 2$)
(2) このとき，F の真理値表をドントケアを用いて完成させよ．(6 点)

解答

(1)

$$\begin{aligned} F_1(x,y,z) &= (x\bar{y} \vee \bar{x}y) \oplus z \\ &= x \oplus y \oplus z \\ F_2(x,y,z) &= (x \oplus z)y \vee xz \\ &= (x\bar{z} \vee \bar{x}z)y \vee xz \\ &= xy\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee xz \end{aligned}$$

x	y	z	$F_1(x,y,z)$	$F_2(x,y,z)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

(2) $F_1(x,y,z)$ と $F_2(x,y,z)$ で関数の値が違う (x,y,z) の組は $(0,0,0)$ と $(1,1,1)$ のときなので，このときにドントケアになる．よって

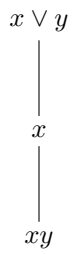
x	y	z	$F(x,y,z)$
0	0	0	0
0	0	1	$*$
0	1	0	$*$
0	1	1	$*$
1	0	0	$*$
1	0	1	$*$
1	1	0	$*$
1	1	1	1

※ F_1 及び F_2 の真理値表が間違っている場合でも，それらの組み合わせでにおける F の真理値表が正しい場合は点を与えた．

3. 次の論理式について，以下の真理値表を埋め，包含関係をグラフで示せ．なお、真理値表を間違えるとグラフも間違える可能性があるため、真理値表の値は注意して求めること。

$$x \vee y \vee z,\ y \vee z,\ \overline{x \vee \bar{z}} \vee \overline{\bar{y} \vee z},\ \bar{x}y\bar{z},\ x \oplus \bar{y} \oplus \bar{z},\ (x \oplus y)\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y},\ \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

（例）包含関係 $x \vee y \geq x \geq xy$ のグラフ

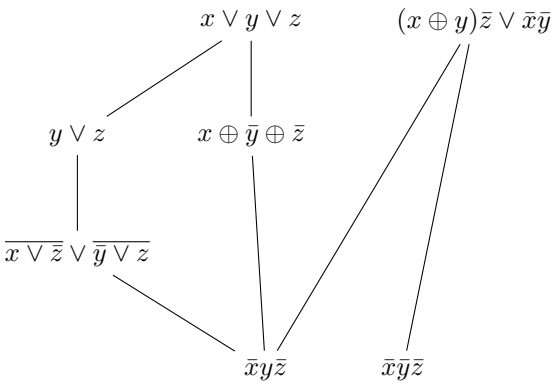


真理値表

x	y	z	$x \vee y \vee z$	$y \vee z$	$\overline{x \vee \bar{z}} \vee \overline{\bar{y} \vee z}$	$\bar{x}y\bar{z}$	$x \oplus \bar{y} \oplus \bar{z}$	$(x \oplus y)\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	1	0	0

(3 点 ×7)

包含関係のグラフ



(7 点)

※ $(x \oplus y)\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}$ と $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ の間の包含関係のみを図示しなかった場合は 4 点，それ以外の包含関係の図示を 1 つでも間違えた場合は 0 点とする。

4. 次の関数 $F(x,y,z) = (x \vee (\bar{y} \oplus z))(\bar{x} \vee (\bar{y} \oplus z))$ が存在する.

(1) 下記の真理値表を埋め，極小項表現・極大項表現で表せ．(10 点)

(2) 2 入力 NOR のみを用いた回路と 2 入力 NAND のみを用いた回路で、以下の例のように表現せよ．なお，NOR 及び NAND は 5 個以下で表現すること．

(例) $\overline{\overline{x \vee y} \vee y} = \mathrm{NOR}(\mathrm{NOR}(x,y),y)$, $\overline{\overline{xyz}} = \mathrm{NAND}(\mathrm{NAND}(x,y),z)$

(1) 式展開を行い，真理値表を求める.

$$
\begin{aligned}
(x \vee (\bar{y} \oplus z))(\bar{x} \vee (\bar{y} \oplus z)) &= x\bar{x} \vee x(\bar{y} \oplus z) \vee \bar{x}(\bar{y} \oplus z) \vee (\bar{y} \oplus z) \\
&= (x \vee \bar{x})(\bar{y} \oplus z) \vee (\bar{y} \oplus z) \\
&= \bar{y} \oplus z \\
&= yz \vee \bar{y}\bar{z}
\end{aligned}
$$

x	y	z	$F(x,y,z)$	極小項	極大項
0	0	0	1	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$x \vee y \vee z$
0	0	1	0	$\bar{x}\bar{y}z$	$x \vee y \vee \bar{z}$
0	1	0	0	$\bar{x}y\bar{z}$	$x \vee \bar{y} \vee z$
0	1	1	1	$\bar{x}yz$	$x \vee \bar{y} \vee \bar{z}$
1	0	0	1	$x\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x} \vee y \vee z$
1	0	1	0	$x\bar{y}z$	$\bar{x} \vee y \vee \bar{z}$
1	1	0	0	$xy\bar{z}$	$\bar{x} \vee \bar{y} \vee z$
1	1	1	1	xyz	$\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$

(4 点)

真理値表の値から，

極小項表現：$\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xyz$

極大項表現：$(x \vee y \vee \bar{z})(x \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)$

(3 点 ×2．ただしどちらの表現かの記載が無い場合は 3 点)

(2) まず，NOR だけで用いた回路を示す．はじめに，式を和積形に変換する．

$$
\begin{aligned}
&yz \vee \bar{y}\bar{z} \\
&= (y \vee \bar{y}\bar{z})(z \vee \bar{y}\bar{z}) \\
&= (y \vee \bar{y})(y \vee \bar{z})(z \vee \bar{y})(z \vee \bar{z}) \\
&= (y \vee \bar{z})(z \vee \bar{y})
\end{aligned}
$$

次に NOT を NOR で表し，ド・モルガンの法則を利用する．

$$
\begin{aligned}
&(y \vee \mathrm{NOR}(z,z))(z \vee \mathrm{NOR}(y,y)) \\
&= (\overline{\overline{(y \vee \mathrm{NOR}(z,z))} \vee \overline{(z \vee \mathrm{NOR}(y,y))}})
\end{aligned}
$$

以上より

$$
\mathrm{NOR}(\mathrm{NOR}(y, \mathrm{NOR}(z,z)), \mathrm{NOR}(z, \mathrm{NOR}(y,y)) \qquad \text{(5 点)}
$$

続けて，NAND だけで用いた回路を示す．これは，NOT を NAND で表し，ド・モルガンの法則を利用する．

$$
\begin{aligned}
&yz \vee \bar{y}\bar{z} \\
&= yz \vee \mathrm{NAND}(y,y)\mathrm{NAND}(z,z) \\
&= \overline{\overline{yz}\,\overline{(\mathrm{NAND}(y,y)\mathrm{NAND}(z,z))}}
\end{aligned}
$$

以上より

$$
\mathrm{NAND}(\mathrm{NAND}(y,z), \mathrm{NAND}(\mathrm{NAND}(y,y), \mathrm{NAND}(z,z))) \qquad \text{(5 点)}
$$