§1.3 水の非圧縮性.

水の非圧縮性

物質（流体）の圧縮・膨張のし易さは，
物質の物理的性質に依存する．

水の場合は?

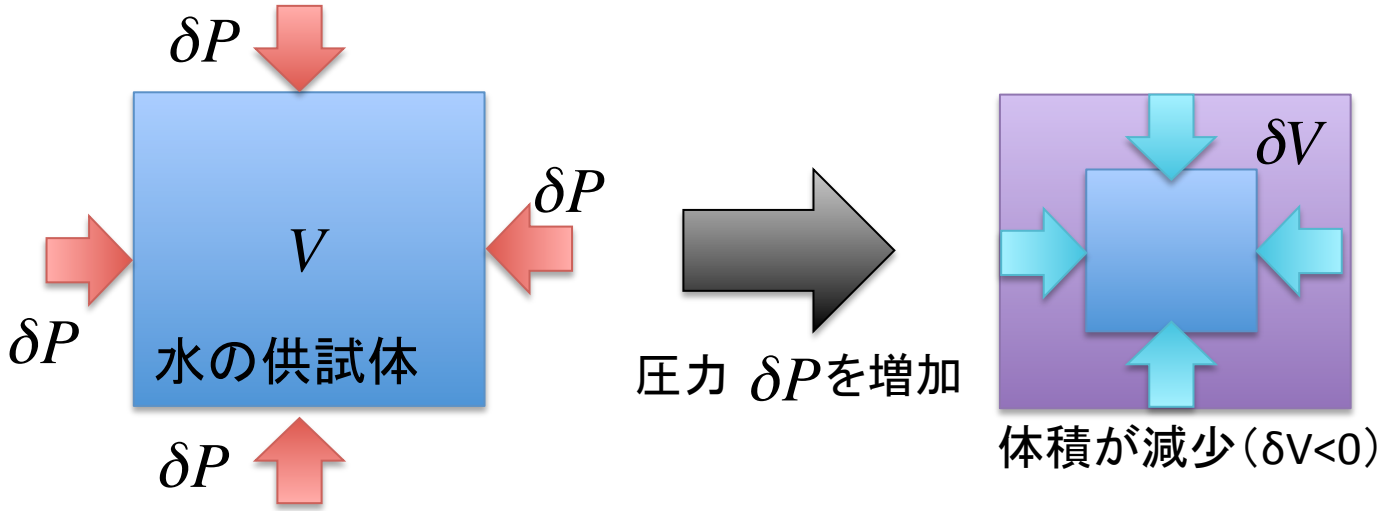
圧縮のし易さは，実験により確かめられている．

・目安：体積圧縮率　$\kappa = -\dfrac{1}{V}\dfrac{\delta V}{\delta p}$

V :水の供試体の体積

δP :増加させる圧力

δV :圧力増加 δP による体積変化



体積圧縮率の物理的意味 $\kappa = -\frac{1}{V}\frac{\delta V}{\delta p}$ → $\delta V = -\kappa V \delta p$

単位体積 V =1m³: $\delta V = -\kappa \delta p$

$\kappa \times \delta p$ は単位体積 V =1m³ の水供試体の体積変化
（圧力が δp だけ増加した場合）

<u>実験結果</u>

・κ ：水温に（若干）依存.

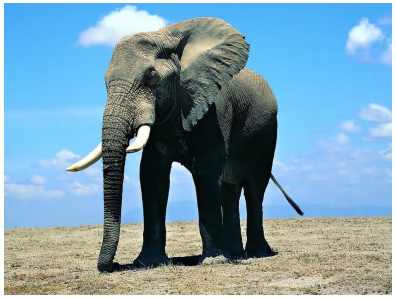
・常温: T=20℃

$$\kappa = 0.00000000045[1/Pa] = 0.45 \times 10^{-9}[1/Pa]$$

非常に小さい! → 水の圧縮は非常に難しい！

たとえば

象さん



体重：5,000[kg]

Water 1m^3

$$\delta p = 5{,}000 \times 9.8[Pa] = 5 \times 10^4 [Pa]$$

体積変化: $\delta V = -0.45 \times 10^{-10} \times 5 \times 10^4$

$$= 2 \times 10^{-6} [m^3]$$

減少する体積の割合: 0.0002[%]

モアイ像

イースター島

重量：90,000[kg]

Water 1m^3

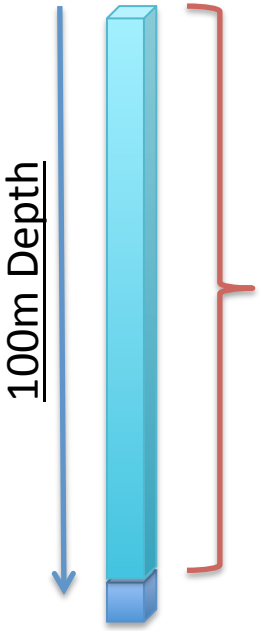
減少する水の体積の割合: 0.004[%]

自然環境下での実際の水環境での体積変化,

内陸性の水圏（川・湖）< 100m

(世界で一番大きな湖：中国　三峡ダム　・・・　水深：120～130m)

水深100m の場合でも．．．



重量:
$100m \times 10^3 kg/m$
=100,000kg

≈

重量:
90,000kg

体積変化の割合: 0.004[%]

実際の水環境でも,

“水の体積は変化しない”と仮定しても妥当である.

すなわち，”水はほぼ圧縮・膨張しない”と考えてOK.

流体における体積変化（圧縮・膨張）

速度の発散で示される: $\nabla \cdot \mathbf{u} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z}$

流体の体積は

- 圧縮: $\nabla \cdot \mathbf{u} < 0$
- 膨張: $\nabla \cdot \mathbf{u} > 0$
- $\boxed{\text{非圧縮・膨張}: \nabla \cdot \mathbf{u} = 0}$

水の体積が変化しないと仮定することは,
速度の発散が常にゼロと仮定することと同値.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

速度の発散＝0（$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$）　→　方程式は簡単化

もともとの輸送方程式（流れのみによる変化）：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u\frac{\partial \phi}{\partial x} + v\frac{\partial \phi}{\partial y} + w\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\phi\underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)}_{\nabla \cdot \mathbf{u} = 0}$$

結局，水の非圧縮性を仮定した場合の
輸送方程式は，以下のように書くことができる．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u\frac{\partial \phi}{\partial x} + v\frac{\partial \phi}{\partial y} + w\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$$

通常，水理学では，“ながれ”による輸送の効果はこの式で書かれるのが基本．