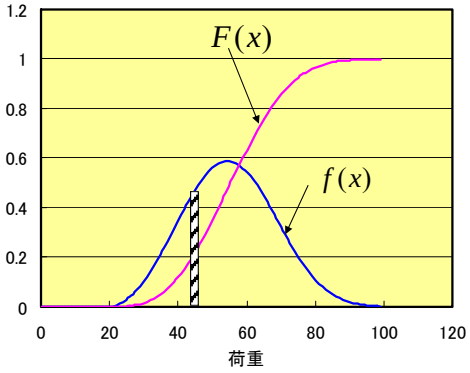
繊維・複合材料B－5回目

繊維強化複合材料の基礎

繊維束の強度

単繊維の強さ

単繊維の強さにはバラツキがある.
統計的手法　: statistical approach
確率論的手法 : probabilistic approach



荷重 $x \sim x+dx$ で繊維が切れる確率 $f(x)dx$

$f(x)$: 確率密度関数
Probabilistic density function

$$F(x) = \int_0^x f(x)dx \qquad F(\infty) = 1$$

繊維が荷重xまでに切れる確率
累積分布関数
cumulative distribution function

$f(x)$　正規分布，対数正規分布・・・などがあるが

ワイブル(Weibull)分布が，繊維の破断の様相を最もよく表すとされている

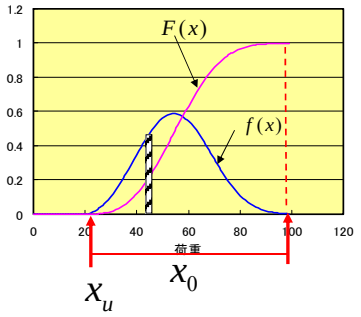
ワイブル分布

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - x_u}{x_0}\right)^m\right]$$

m : 形状パラメータ

x_0 : 尺度パラメータ

x_u : 位置パラメータ



繊維が切れる荷重の期待値 $E = x_0\Gamma(1+\frac{1}{m}) + x_u \approx x_0 + x_u$

ガンマ関数 $\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt$

Coefficient of Variance
=標準偏差／期待値（平均値）

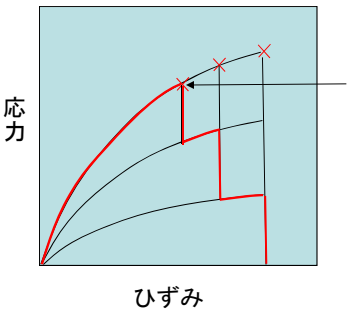
$$CV = \frac{\sqrt{\Gamma(1+2/m) - \Gamma^2(1+1/m)}}{\Gamma(1+1/m) + x_u / x_0}$$

繊維の束の強度

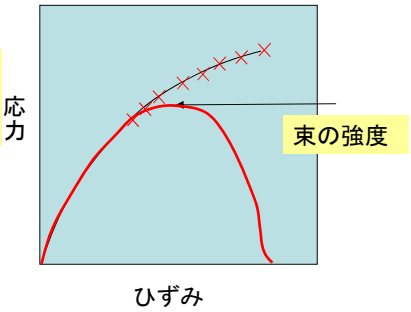
繊維の束の強度 σ_b は繊維強度の平均値 $\bar{\sigma}$ より低い

$$\frac{\sigma_b}{\bar{\sigma}} = \left(\frac{1}{me}\right)^{1/m} \frac{1}{\Gamma(1+1/m)}$$

m	$\sigma_b / \bar{\sigma}$
1	1/e=37%
2～5	50～65%
5～15	65～80%
∞	100%



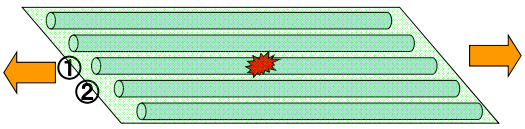
3本の繊維の束の引張試験

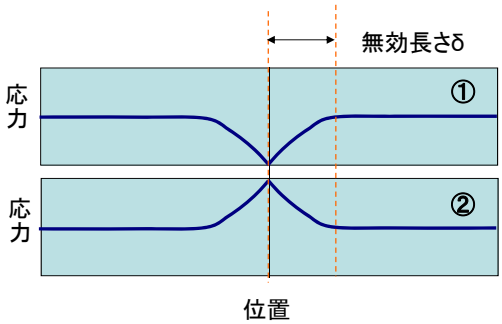


十分に本数が多い繊維の束の引張試験

繊維強化複合材料

繊維の束の繊維間を接着すると
その強度は繊維強度の平均値
より高くなり得る





仮定：

1本の繊維が切れると，周りの繊維が応力を負担する．

破断点からある程度離れた所（δ）で，荷重の再分配により破断点の影響がなくなる

δの範囲で全ての繊維が切れなければ，複合材料は破壊しない

$$\frac{\sigma_b}{\bar{\sigma}} = \left(\frac{n}{me}\right)^{1/m} \frac{1}{\Gamma(1+1/m)}$$

$$n = L/\delta$$

$\bar{\sigma}$ ：長さLの繊維の平均強度

単繊維の平均強度は試料長が大きいほど小さい．長さ方向に強度分布があり，最も弱いところが切れる（最弱環仮説）