クーロンの法則、電界、電界分布

本日のポイント：電磁気学の基礎である、クーロンの法則、電界、電界分布を理解する。

電磁気学：電荷および電荷の運動によって生じる電流が関係する現象
電気や磁気に関する物理学

物性を考える際の基本３項目：エネルギー、空間、時間

電磁気学の基本方程式
マクスウェル４方程式
１．ガウスの法則：
電荷 $q_{内部}$、電荷密度$\rho(\boldsymbol{r},t)$があるとその周りに発散するように電束密度$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)$が生じる

積分形 $\oint_S \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S} = q_{内部}$ (C)　　微分形 $\mathrm{div}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t) = \rho(\boldsymbol{r},t)$ (C/m^3)

２．磁束密度に対するガウスの法則
磁束密度$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$があっても発散しない（磁荷なるものは存在しない）

積分形 $\oint_S \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{S} = 0$　　微分形 $\mathrm{div}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = 0$

３．ファラデーの電磁誘導の法則
磁束密度$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$が時間変化すると誘導起電力（電圧）が生じる

積分形 $\oint_l \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\cdot d\boldsymbol{r} = -\frac{d}{dt}\int_S \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)\cdot d\boldsymbol{S}$ (V)　微分形 $\mathrm{rot}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\partial \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)}{dt}$ (V)

４．アンペール-マクスウェル方程式

電流$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t)$と変位電流$\frac{\partial \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)}{dt}$が流れた際にその周りに時計回りに磁場 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$が発生する

積分形 $\oint_l \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)\cdot d\boldsymbol{r} = \int_S \left(\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t) + \frac{\partial \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)}{dt}\right)\cdot d\boldsymbol{S}$ (A)

微分形 $\mathrm{rot}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t) + \frac{\partial \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)}{dt}$ (A/m^2)

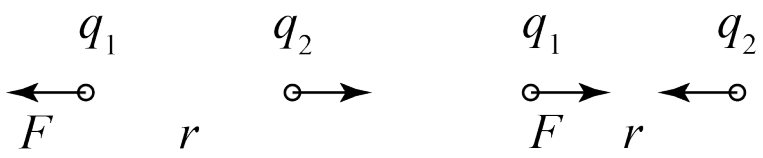
電荷 (electric charge)：電気を帯びた（帯電した）物体が持つ電気量
単位は[C] クーロン(Coulomb)
電荷には正と負がある
原子核は正の電荷、その周りの電子は負の電荷

素電荷、または単位電荷 e：電子のもつ電荷の大きさ 1.602×10^{-19}C

導体 (conductor): 電気を通す物質
半導体 (semiconductor): 電気を通す、通さないを変化させることができる物質
絶縁体 (insulator): 電気を通さない物質
自由電子 (free electron): 導体中を自由に動き回る電子

電荷保存の法則：閉じた系では、系全体の電荷量は電荷の正負を加えると一定値となり、全電荷量が保存される

クーロンの法則 (Coulomb's law)：電磁気学の基礎となる法則
2 つの帯電体の間に働く力。
帯電体の大きさに比べて、十分に大きな距離では、2 つの帯電体に働く力は、その方向が両帯電体を結ぶ線上にあって、両電荷が同符号の場合は反発し、異符号の時は引き合い、その大きさは両電荷量の積に比例し、距離の二乗に反比例する。



電荷間に働く力　同符号では反発し，異符号では引き合う

クーロンの法則の式

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{r}} \ \ (\mathrm{N})$$

q_1, q_2：体積が無限に小さい点電荷(C)、$\boldsymbol{e}_{\mathrm{r}}$：単位ベクトル、$r$：点電荷間距離(m)
ε_0：真空の誘電率　8.854×10^{-12}(F/m)

電界（electric field)：電界（工学系）と電場（理学系）は同意
電荷q_1の周りにある他の電荷q_2に対して力を及ぼす電気的な場（あるいは界）のこと
静電界では電界は電荷により作られる。
電界が時間的に変化する場合、電荷の時間変化と透磁界（磁束密度）の時間変化（第７回）に起因する。

電界の式

$$\boldsymbol{F}(r) = q_2\boldsymbol{E}(r) \ \ (\mathrm{N})$$

$\boldsymbol{E}(r)$：電界ベクトル(N/C)≡(V/m)

直交座標 (perpendicular coordinates)
$\boldsymbol{E} = (E_1, E_2, E_3)$

自由空間中の１個の点電荷 qによる電界
　クーロンの法則の式と、電界の式を比較し、$q_1 = q$，$q_2 = 1$とする

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e}_r \ \ (\mathrm{V/m})$$

単位ベクトル$\boldsymbol{e}_r$の向き：qを中心として放射方向。
qが正のとき外向き。qが負のとき内向き

点電荷が存在する点 O の座標(x_1, y_1, z_1)、点 P の座標(x, y, z)とすると方向余弦より
点 P における電界は、

$$\boldsymbol{E} = \left(\frac{q(x-x_1)}{4\pi\varepsilon_0 r^3}, \frac{q(y-y_1)}{4\pi\varepsilon_0 r^3}, \frac{q(z-z_1)}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\right)$$

ただし、$r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}$
ベクトル OP は、$r = (x-x_1, y-y_1, z-z_1)$なので、

$$\boldsymbol{E}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\boldsymbol{r} \ \ (\mathrm{V/m})$$

電界の重ね合わせの原理: 電界ベクトルの和 (summation of electric field vector)
2 つの電界ベクトル

$$\boldsymbol{E}_1 = (E_{1x}, E_{1y}, E_{1z})$$
$$\boldsymbol{E}_2 = (E_{2x}, E_{2y}, E_{2z})$$

空間的に加え合わせた合成ベクトルE_t

$$\boldsymbol{E}_t = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 = (E_{1x} + E_{2x}, E_{1y} + E_{2y}, E_{1z} + E_{2z})$$

点$\boldsymbol{r}_1$に点電荷q_1があるときの任意の点$\boldsymbol{r}$の電界

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1|^2}\boldsymbol{e}_{r-r_1} = \frac{q_1(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1)}{4\pi\varepsilon_0|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1|^3} \text{ (V/m)}$$

複数の点電荷$q_1, q_2, \cdots q_n$が点$\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \cdots \boldsymbol{r}_n$にあるとき、任意の点$\boldsymbol{r}$の電界

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{\mathrm{n}} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|^2}\boldsymbol{e}_{r-r_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_1(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i)}{4\pi\varepsilon_0|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|^3} \text{ (V/m)}$$