2016 年度 数理経済学 中間試験問題［50 点満点］

2016 年 7 月 29 日(金)15 時 05 分～16 時 30 分（85 分）

学科

学籍番号

名前

※問題は問１から問４まである.
※A4 用紙を持ち込んでいる場合には，名前と学籍番号を書いて必ず提出すること.

問 1

（1）以下の資源配分問題について考える．

最大化　$-(x_1-3)^2-(x_2-2)^2+2x_3$

条件　　$x_1+x_2+x_3=6,\ x_i \geq 0,$ 整数

（1－1）この問題の最適解を，**貪欲アルゴリズム**を使って計算せよ．アルゴリズムの**各反復において，変数x_1, x_2, x_3がどのように変化する**のか，説明すること．

（1－2）解$(x_1, x_2, x_3)=(3,3,0)$ は最適解ではない．このとき，ある変数を 1 増やし，別の変数を 1 減らすことで目的関数値を増やすことができる．そのような変数を求めよ．

（2）ナップサック問題について考える．ここで，b, c_i, a_i はいずれも正の整数とする．

最大化：$\sum_{i=1}^{n} c_i\, x_i$

制約：$\sum_{i=1}^{n} a_i\, x_i \leq b$

$x_i \in \{0,1\}\ (i=1,2,\ldots,n)$

（2－1）ナップサック問題の最後の条件を$0 \leq x_i \leq 1\ (\mathrm{i}=1,2,\ldots,n)$　に置き換えた問題（連続ナップサック問題）の最適解の目的関数値は，元のナップサック問題の最適解の目的関数値以上となる．これを証明せよ．

（2－2）右のナップサック問題（ただし $b=6$）に対し，**改良版貪欲アルゴリズム**を使って近似解を求めよ．**計算過程も書くこと**．

i	1	2	3	4	5	6
c_i	10	7	25	24	28	10
a_i	2	1	6	5	7	3

解答欄

解答欄

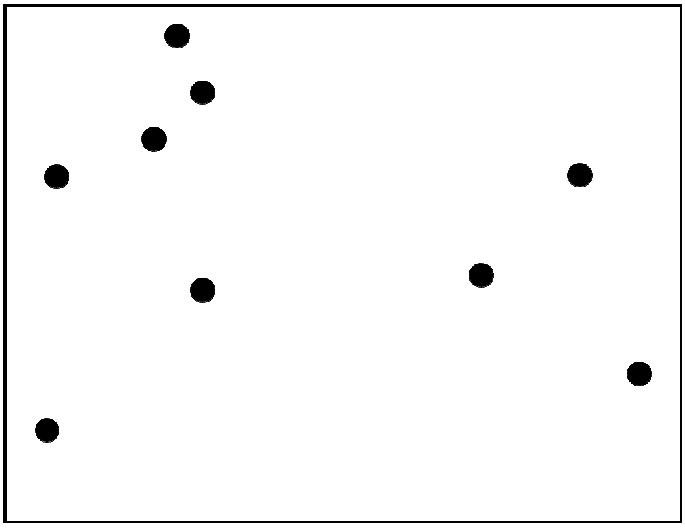
問２　平面上の n 点に対する巡回セールスマン問題について考える．２点間の距離はユークリッド距離で与えられるとする．

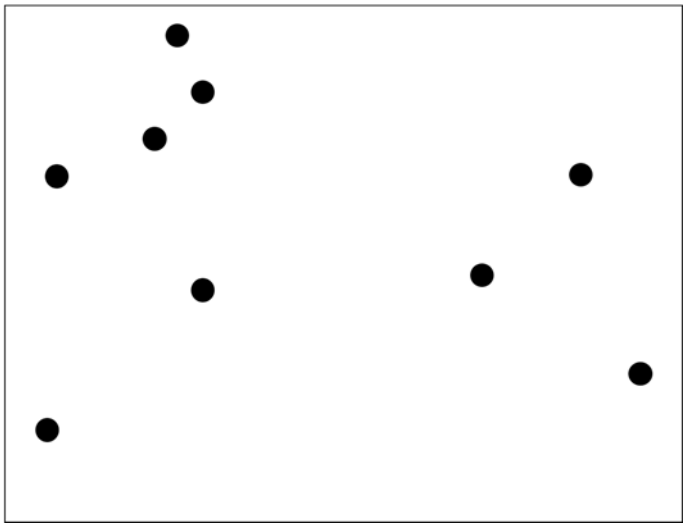
（１）巡回セールスマン問題の最適解（最短巡回路）の総距離は，同じ点集合に対する最小全域木の総距離以上になることを証明せよ．

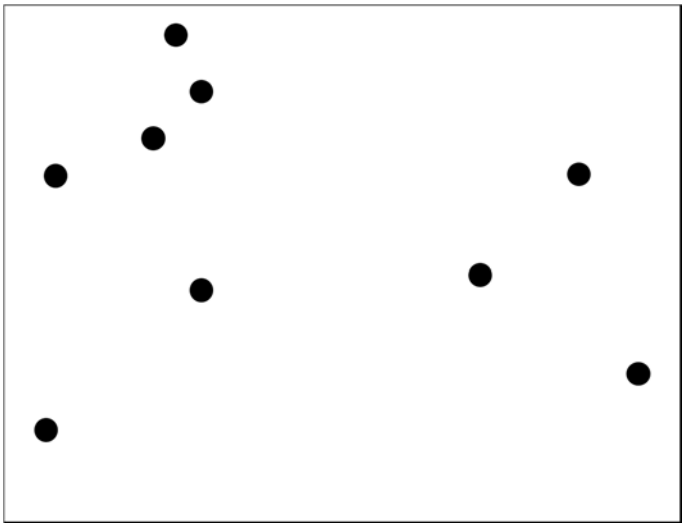
（２）右ページの問題例に対し，最小全域木と最小完全マッチングを用いた **1.5 近似解**を求めよ．
計算の手順を簡単に説明すると共に，**計算の過程を，右ページの４つの図を利用して書く**こと．
なお，計算途中で使う最小全域木および最小完全マッチングについては，最適解を厳密に計算しなくても良いものとする．

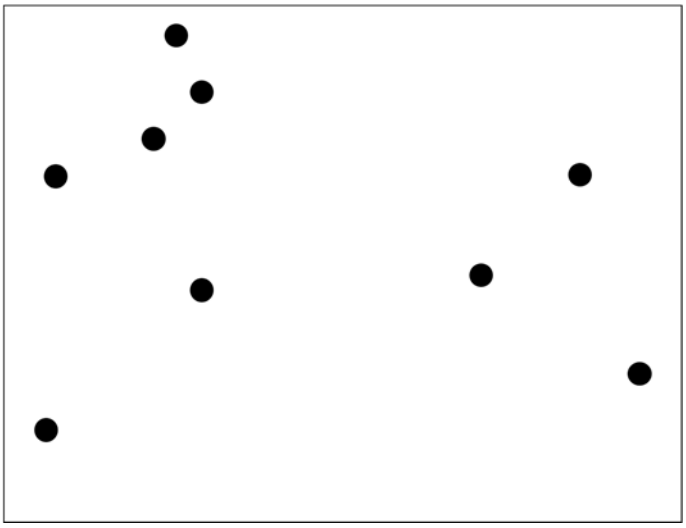
解答欄

（２）の解答欄









問３　財の交換の問題について考える．

（１）n 個の頂点からなる有向グラフにおいて，各頂点から出る枝がちょうど１つのとき，有向閉路が必ず存在する．これを証明せよ．

（２）財の配分に対する，効率性および強コアの定義をそれぞれ書け．

（３）6 人の財に対する選好順序が右のように与えられたとする．このとき，トップトレーディングサイクル・アルゴリズムを使って財の配分を計算せよ．**計算の過程も書くこと**．

①: 561234
②: 345612
③: 452136
④: 123456
⑤: 452361
⑥: 123456

（４）3 人の財に対する選好が下のように与えられたとする．

①：213
②：321
③：132

ここで，①-3，②-2，③-1 という配分について考える．

（４－１）この配分は効率性を**満たしていない**．定義に基づき，その理由を説明せよ．

（４－２）この配分は強コア性を**満たしていない**．定義に基づき，その理由を説明せよ．

解答欄

解答欄

問４　安定結婚問題について考える．

（１）男女全員のマッチングMにおいて，男性ｍと女性ｗがブロッキングペアであるとは，
どういう意味か？定義を説明せよ．

（２）受入保留アルゴリズムを実行したとき，全ての男性はいずれかの女性とペアになる．
これを証明せよ．

（３）右図に示した選好順序に関する安定結婚問題を考える．
この問題例の安定マッチングを，**受入保留アルゴリズム**
を用いて計算せよ．**計算の過程も書くこと**．

男A:123	女1:BAC
男B:312	女2:BAC
男C:132	女3:CAB

解答欄

解答欄