

協力ゲーム理論練習問題 3

1. 次の特性関数形ゲームの仁を求めよ.

(a)

$$N = \{A, B, C\}$$

$$v(\{A, B, C\}) = 16$$

$$v(\{A, B\}) = 10, v(\{A, C\}) = 8, v(\{B, C\}) = 12$$

$$v(\{A\}) = v(\{B\}) = v(\{C\}) = 0$$

(b)

$$N = \{A, B, C\}$$

$$v(\{A, B, C\}) = 10$$

$$v(\{A, B\}) = 10, v(\{A, C\}) = 0, v(\{B, C\}) = 0$$

$$v(\{A\}) = 0, v(\{B\}) = 0, v(\{C\}) = 0$$

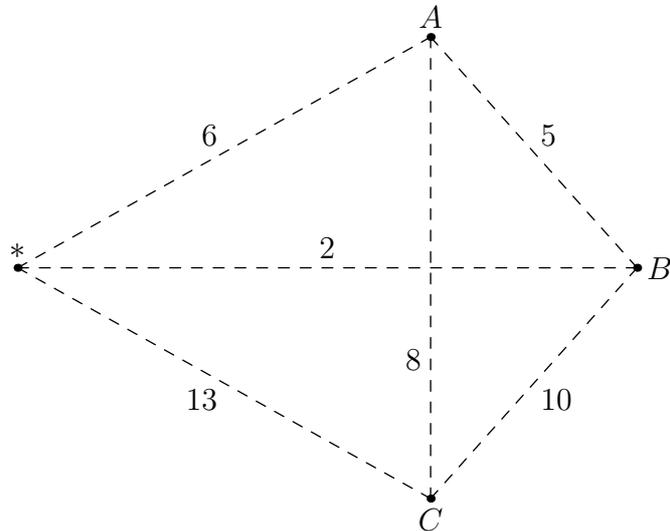
2. (タクシー相乗り 2) 同じ方向 (一直線上) に住んでいる A, B, C が O 駅からタクシーを相乗りし, その三人の中で一番遠い C が料金を支払っておき, 後日残りの A と B が C に清算することを約束したとする. O 駅から A 宅までの料金が 1 8 0 0 円, B 宅まで 2 4 0 0 円, C 宅まで 3 0 0 0 円とする.

(a) この状況を (費用削減分で定義した) 特性関数形ゲーム表現したときの仁を求めよ.

(b) (a) で求めた仁に基づき, A と B それぞれが C に支払う額を求めよ.

3. (手袋ゲーム 2) 左手袋を持っているプレイヤーをプレイヤー 1 とプレイヤー 3 とし, 右手袋を持っているプレイヤーをプレイヤー 2 とプレイヤー 4 とし, 左手袋と右手袋の一組につき 1 万円で売れるとする. このゲームの仁が  $(1/2, 1/2, 1/2, 1/2)$  であることを (a) 最小化問題を解く方法と (b) 定義を使ってこの配分より受容的な配分が存在しないことを証明する方法の 二通り で示せ. (注意: (a) で解くとき, 最初の最小化問題の解が  $M = 0$  となっているはず. これ以外の  $M$  の値が出た場合は (例えば  $M = -1/2$ ), 全体合理性の条件と他の提携の不満に対応する不等式と合わせて, もう一度計算し直すこと.)

4. 自治体 A, B, C に水を供給する問題を考え, 水道管の建設にかかる費用が以下のグラフで与えられているとする (この問題設定については 11 月 9 日の講義資料を参照).



- (a) この状況に対応する (費用削減分で定義した) 特性関数形ゲーム表現をし, (b) 仁を求め, (c) 仁に基づくそれぞれの自治体の 支払額 を求めよ. (注意: 負の値もあり得るが, 今のところ気にしないこと.)
5. 買い手 2 人, 売り手 2 人の非分割財市場を考える. 買い手と売り手それぞれの評価額は以下で与えられているとする.

売り手	評価額	買い手	評価額
1	4	1'	16
2	12	2'	8

このとき,

- (a) この市場における需要と供給をそれぞれ図示し, 均衡価格となる価格全体を求め, 均衡における数量を求めよ.
- (b) この市場を特性関数形ゲームに定式化し, コアを求め, コア配分に対応する価格の全体を求めよ.
- (c) (b) で定義した特性関数形ゲームの仁を求め, 仁に対応する取引価格を求めよ.