2016 8/4 OCWにup

# 補足資料

角嶋邦之

# 離散フーリエ変換に関する補足資料

ある波 $g(t)$ を$t = 0$～1秒の区間でサンプリングして、$\{1, 1, -1, -1\}$ のデータを得た。

つまり、 $g(0)=1,\ g(0.25)=1,\ g(0.5) = -1,\ g(0.75) = -1$

データを数列$x(n)=\{1, 1, -1, -1\}$, $n=0, 1, 2, 3$ に置き換える。$x(n)$を離散フーリエ変換。

$$X(k)=\sum_{n=0}^{n-1} x(n) e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}$$ より、$X(k)=\{0, 2-2i, 0, 2-2i\}$ を得る。

データ数 $N=4$ なので、周波数分解能$\Delta f = \frac{1}{4}$ Hzで、最大周波数は $\Delta f \cdot \frac{N}{2} = \frac{1}{2}$ Hz

$k$に対応する周波数は

$k = 0 \rightarrow f_0 = \Delta f \cdot k = 0$ DC(直流)成分

$k = 1 \rightarrow f_1 = \Delta f \cdot k = 1/4$ Hz

$k = 2 \rightarrow f_2 = \Delta f \cdot k = 1/2$ Hz 最大周波数に相当

$k = 3 \rightarrow f_3 = \Delta f \cdot k = 1/4$ Hz エイリアス $X(-1)=X^*(1)$に相当

対称性(第10回講義資料参照)

$$F(N-k)=F(-k)=F^*(k)$$

時間軸の伸縮を使い$g(t)$に戻す($X(k)$を1/4 倍, $f_n$ を4倍)

$$G(k)=\{0, \underbrace{0.5-0.5i}_{1\text{ Hz}}, \underbrace{0}_{2\text{ Hz}}, \underbrace{0.5-0.5i}_{-1\text{ Hz}}\}$$

DC成分

時間軸の伸縮(フーリエ変換)

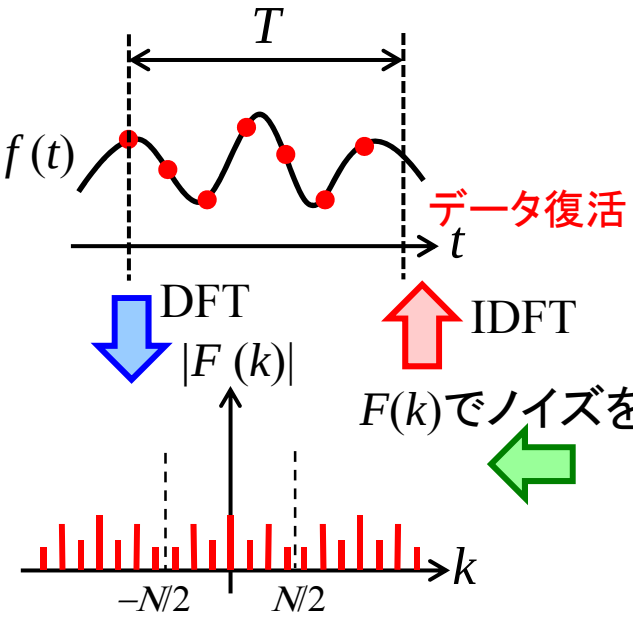
$$f(at) = \frac{1}{a} F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

つまり、$g(t) = \alpha \cos 2\pi t + \beta \sin 2\pi t$ と表現できる。$g(t)$のデータを代入して$\alpha, \beta$を決定。

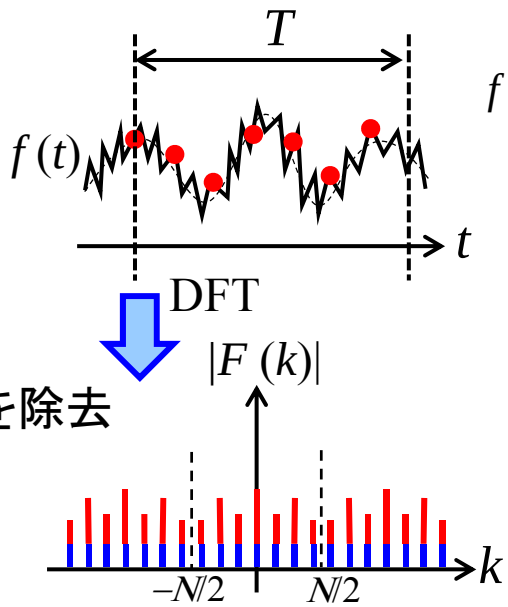
# 離散フーリエ変換、ラプラス変換をどう使うか

$f(t)$ は$\omega_c$に帯域制限されたアナログ信号 (成分の最大周波数が$\omega_c/2\pi$以下)

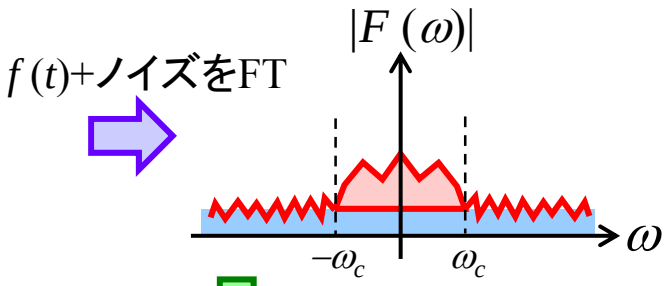
この時間$T$の間だけ切り出し、
サンプリングして周期的にする



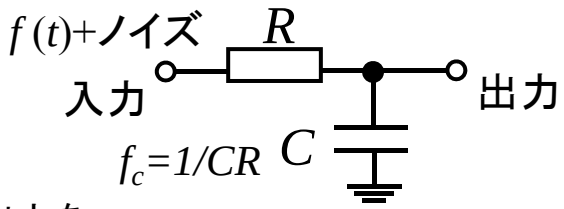

$f(t)$に白色ノイズ
がのった場合



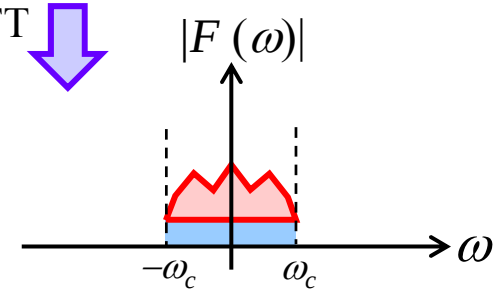

$F(k)$でノイズを除去




$f_c=\omega_c/2\pi$のLPFを設計
(ラプラス変換を利用)

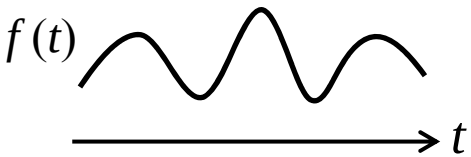



出力を
FT




IFT

信号まあまあ復活




少なくとも高周波成分(ｷﾞｻﾞｷﾞｻﾞ)は除去できる