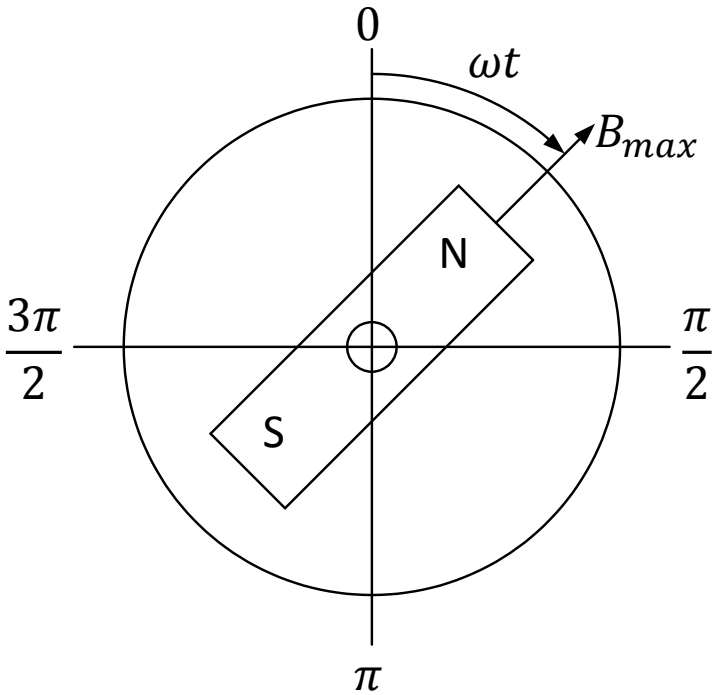
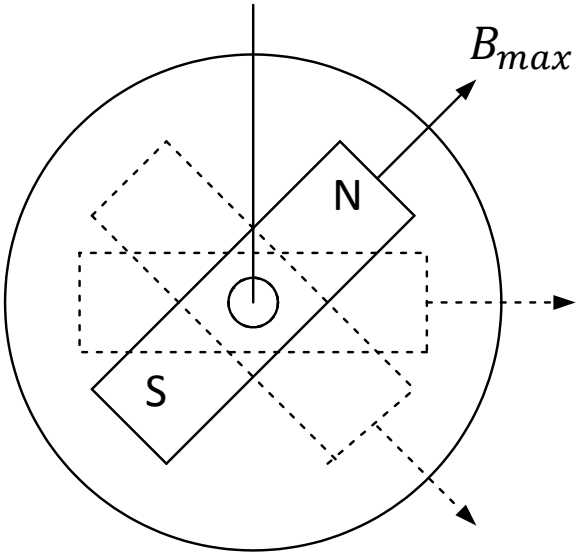
電磁アクチュエータ

09 回転磁界と交流モータ

回転磁界

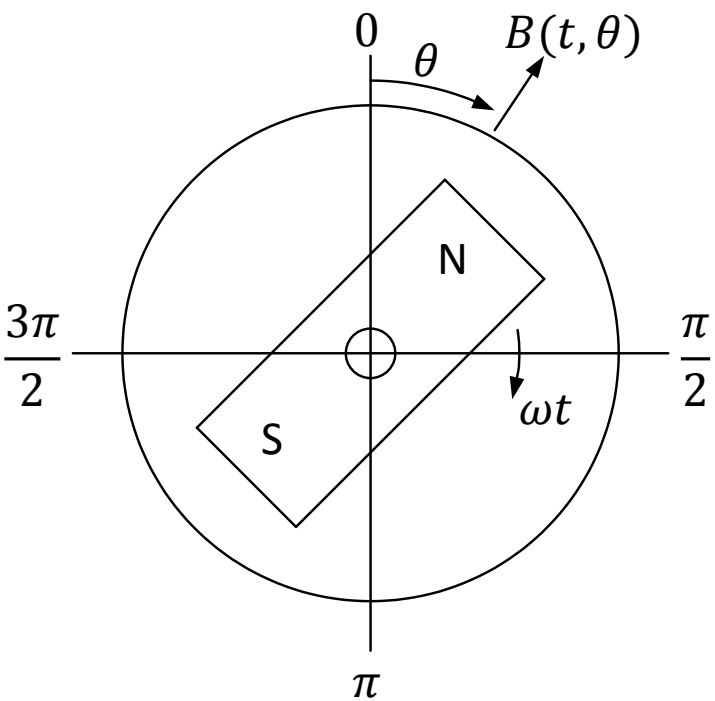
- 永久磁石を時計方向にωt回転する。
- 磁界（磁束密度）は時計方向に回転する。

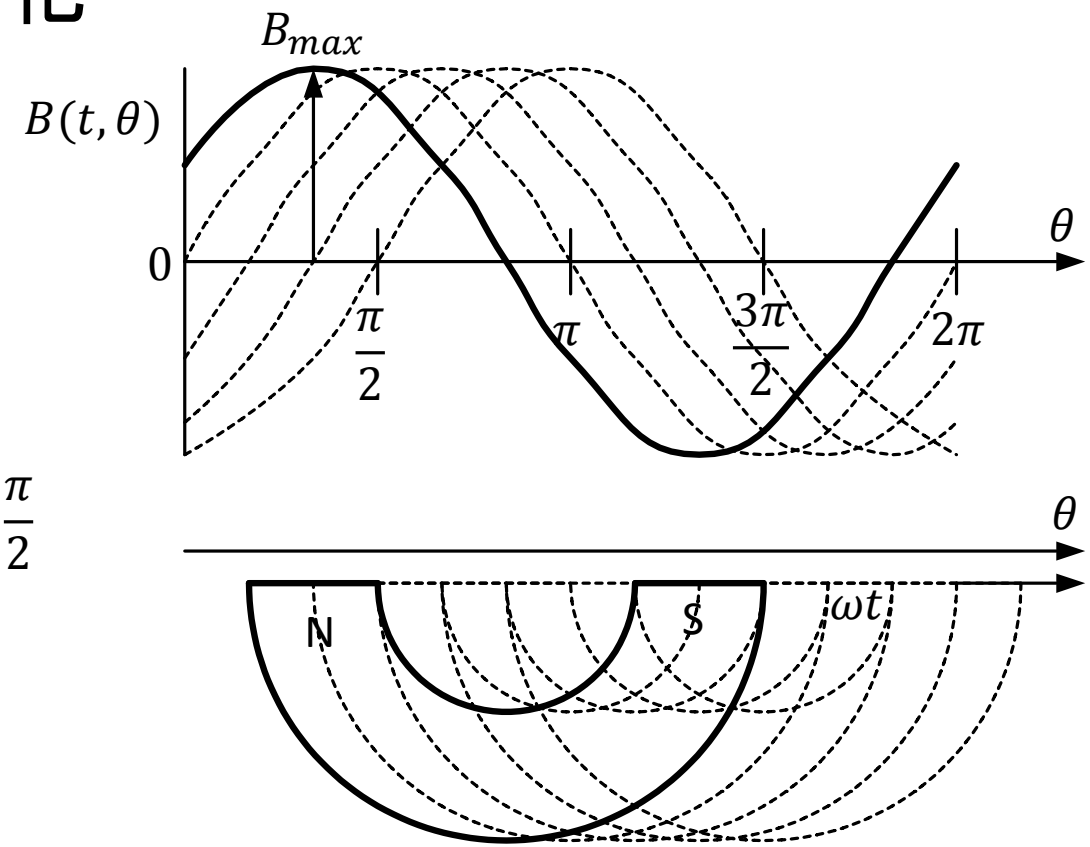




回転磁界

- 最大磁束密度となる点は時計方向に回転
- 任意の角度θで観測した磁束密度$B(t,\theta)$は，正弦波状に変化

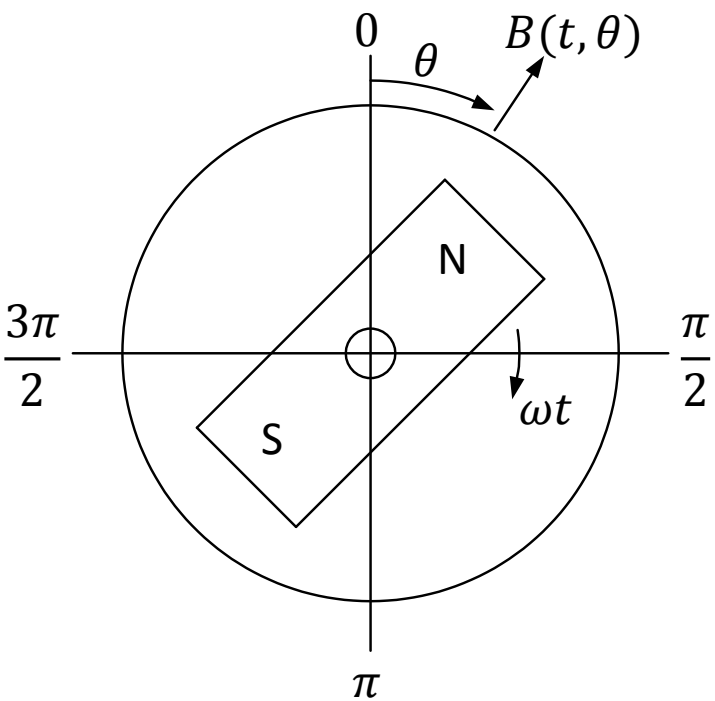


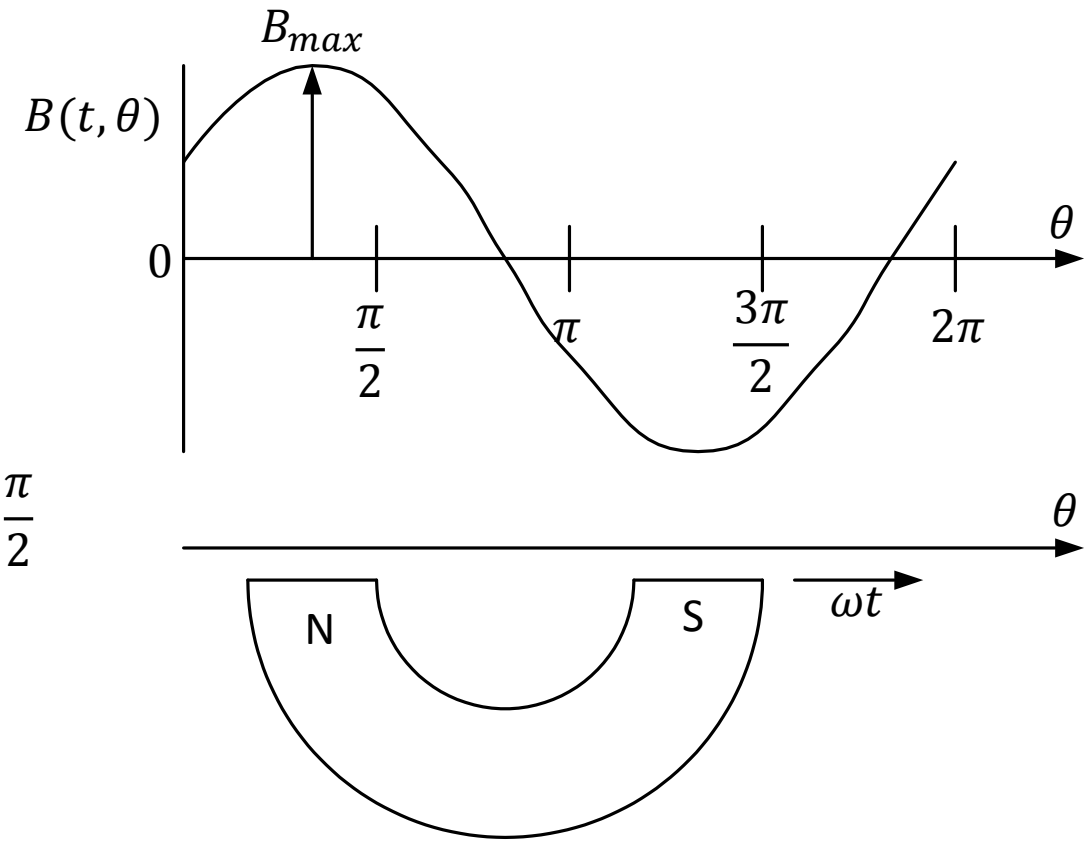


回転磁界

- 任意の角度θにおける時刻tの磁束密度

$$B(t,\theta) = B_{max}\cos(\theta - \omega t)$$



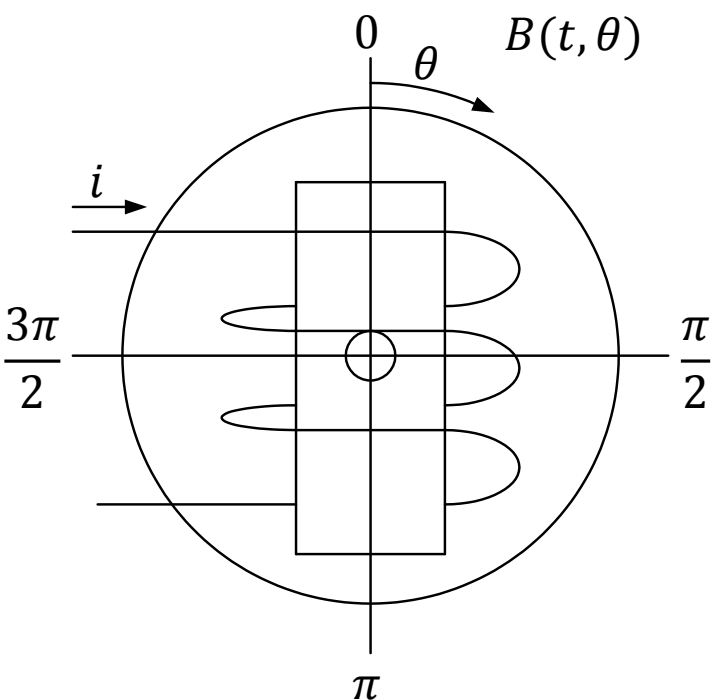


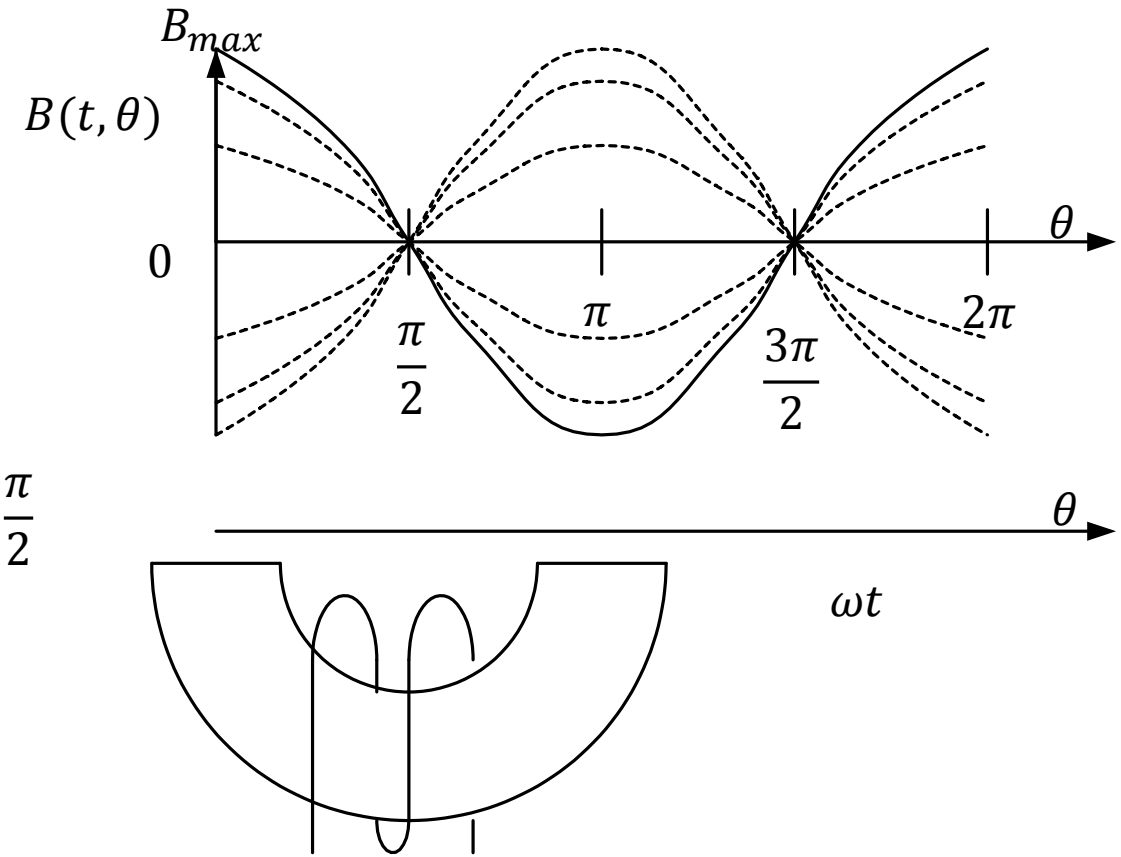
交流電流による磁界

- 交流電流を流した場合，交番磁界となる

$$i = \sqrt{2} I \cos \omega t$$

$$B(t, \theta) = B_{max} \cos \theta \cos \omega t$$





交番磁界の成分

- 加法定理を適用

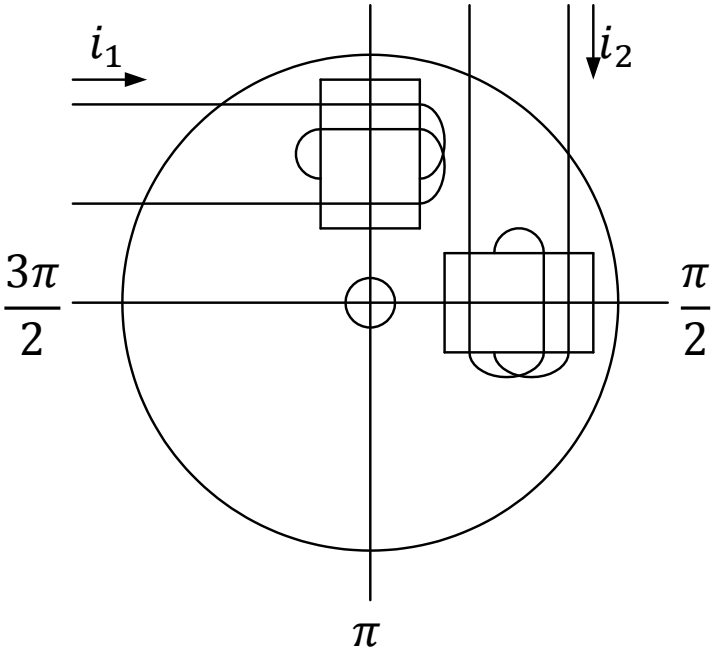
$$B(t,\theta) = B_{max}\cos\theta\cos\omega t$$

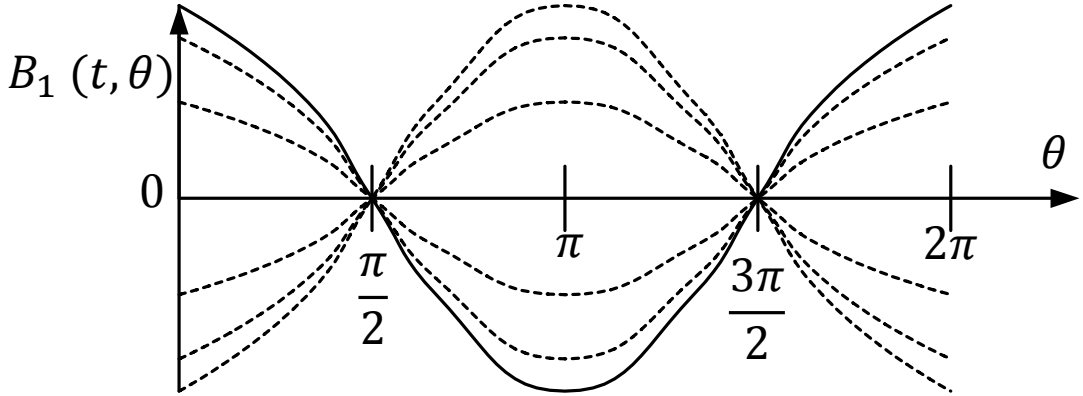
$$= \underbrace{\frac{B_{max}\cos(\theta-\omega t)}{2}}_{\text{時計回り}} + \underbrace{\frac{B_{max}\cos(\theta+\omega t)}{2}}_{\text{反時計回り}}$$

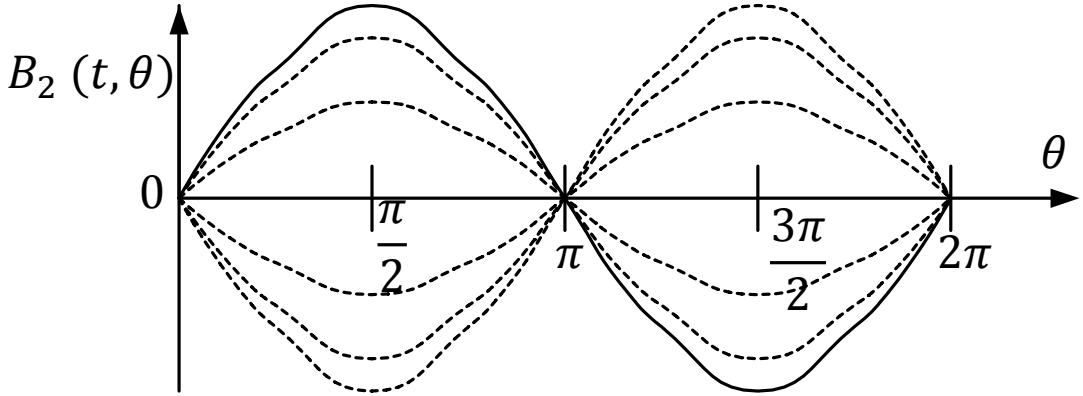
- 二つの回転磁界に分解できる。

直交コイルによる回転磁界

$$i_1 = \sqrt{2} I \cos \omega t$$
$$i_2 = \sqrt{2} I \sin \omega t$$
$$B_1(t, \theta) = B_{max} \cos \theta \cos \omega t$$
$$B_2(t, \theta) = B_{max} \sin \theta \sin \omega t$$







直交コイルによる回転磁界

$$B_1(t,\theta) = B_{max}\cos\theta\cos\omega t$$

$$= \frac{B_{max}\cos(\theta-\omega t)}{2} + \frac{B_{max}\cos(\theta+\omega t)}{2}$$

$$B_2(t,\theta) = B_{max}\sin\theta\sin\omega t$$

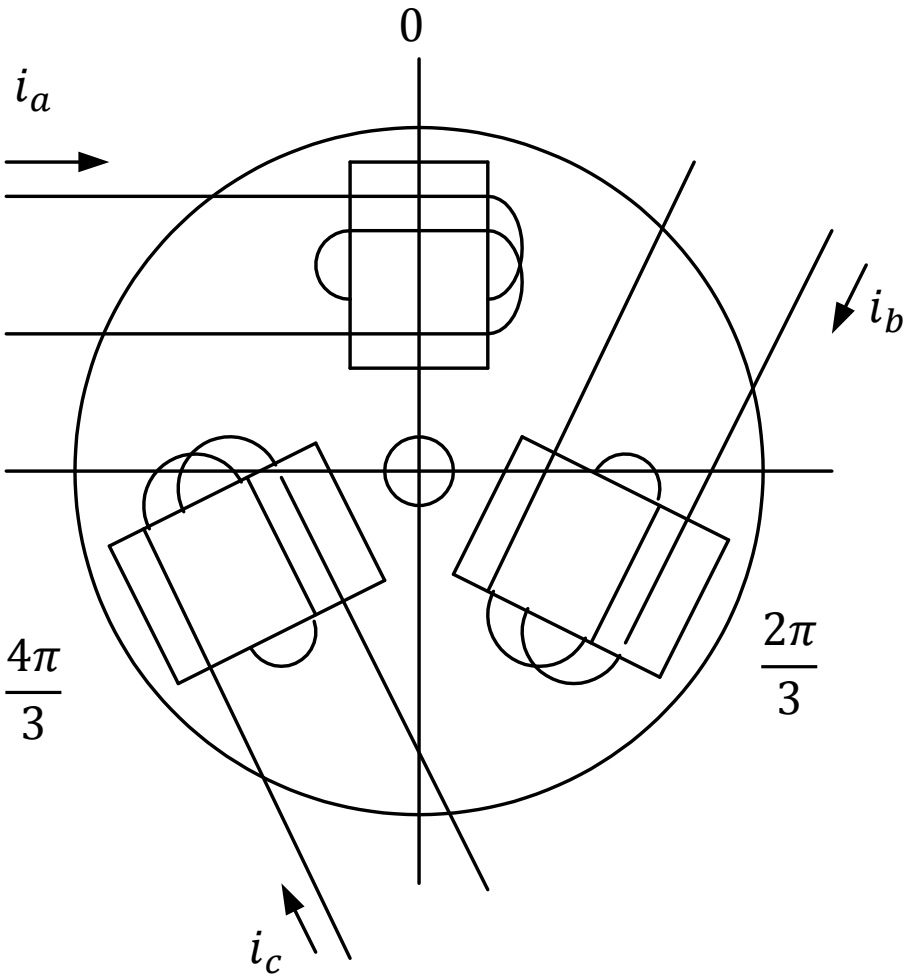
$$= \frac{B_{max}\cos(\theta-\omega t)}{2} - \frac{B_{max}\cos(\theta+\omega t)}{2}$$

$$B_1(t,\theta) + B_2(t,\theta) = B_{max}\cos(\theta-\omega t)$$

直交する交番磁界で回転磁界が合成できる

三相交流電流による回転磁界

$$\begin{cases} i_a = \sqrt{2} I \cos \omega t \\ i_b = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ i_c = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t + \dfrac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

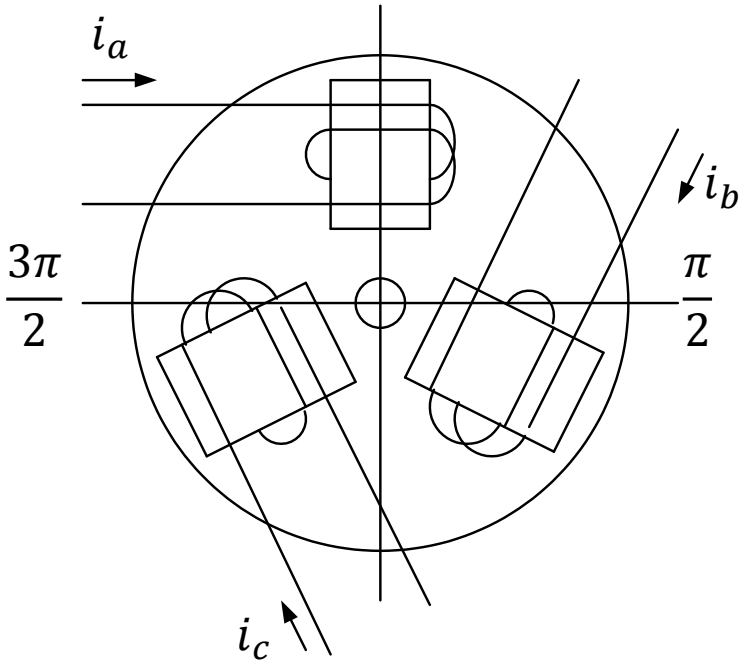


コイルを120度ごとに配置
電流位相を120度ごと

三相交流電流による回転磁界

三相交流電流によって発生する磁束

$$\begin{cases} i_a = \sqrt{2} I \cos \omega t \\ i_b = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ i_c = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t + \dfrac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$



$$\begin{cases} B_a = B_{max} \cos\theta \cos \omega t \\ B_b = B_{max} \cos\left(\theta - \dfrac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ B_c = B_{max} \cos\left(\theta + \dfrac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t + \dfrac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

三相交流電流による回転磁界

$$\begin{cases} B_a = B_{max}\cos\theta\cos\omega t \\ B_b = B_{max}\cos\left(\theta - \dfrac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ B_c = B_{max}\cos\left(\theta + \dfrac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t + \dfrac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_a = \dfrac{B_{max}\cos(\theta - \omega t)}{2} + \dfrac{B_{max}\cos(\theta + \omega t)}{2} \\ B_b = \dfrac{B_{max}\cos(\theta - \omega t)}{2} + \dfrac{B_{max}\cos\left(\theta + \omega t + \dfrac{2\pi}{3}\right)}{2} \\ B_c = \dfrac{B_{max}\cos(\theta - \omega t)}{2} + \dfrac{B_{max}\cos\left(\theta + \omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right)}{2} \end{cases}$$

$$B_a + B_b + B_c = \frac{3}{2}B_{max}\cos(\theta - \omega t)$$

回転磁界の発生

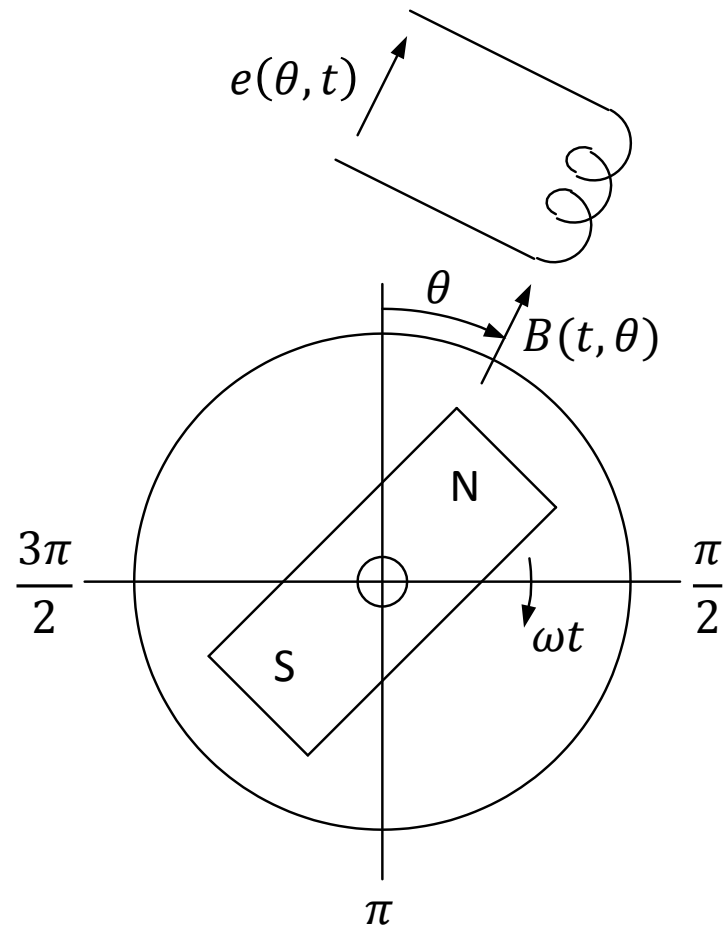
回転磁界による起電力

コイルに誘導する起電力

$$
\begin{aligned}
e(t,\theta) &= \frac{d\psi(t,\theta)}{dt} \\
&= NS\frac{dB(t,\theta)}{dt} \\
&= NS\frac{dB_{max}\cos(\theta-\omega t)}{dt} \\
&= NSB_{max}\omega\sin(\theta-\omega t)
\end{aligned}
$$

N: コイルの巻き数
S: コイルの面積

コイルの位置θによって任意位相の
交流電圧が取り出せる。



同期モータの無負荷起電力

a相の電機子巻線に鎖交する磁束を

$$\phi_a = -SB_{max}\cos(\omega t)$$

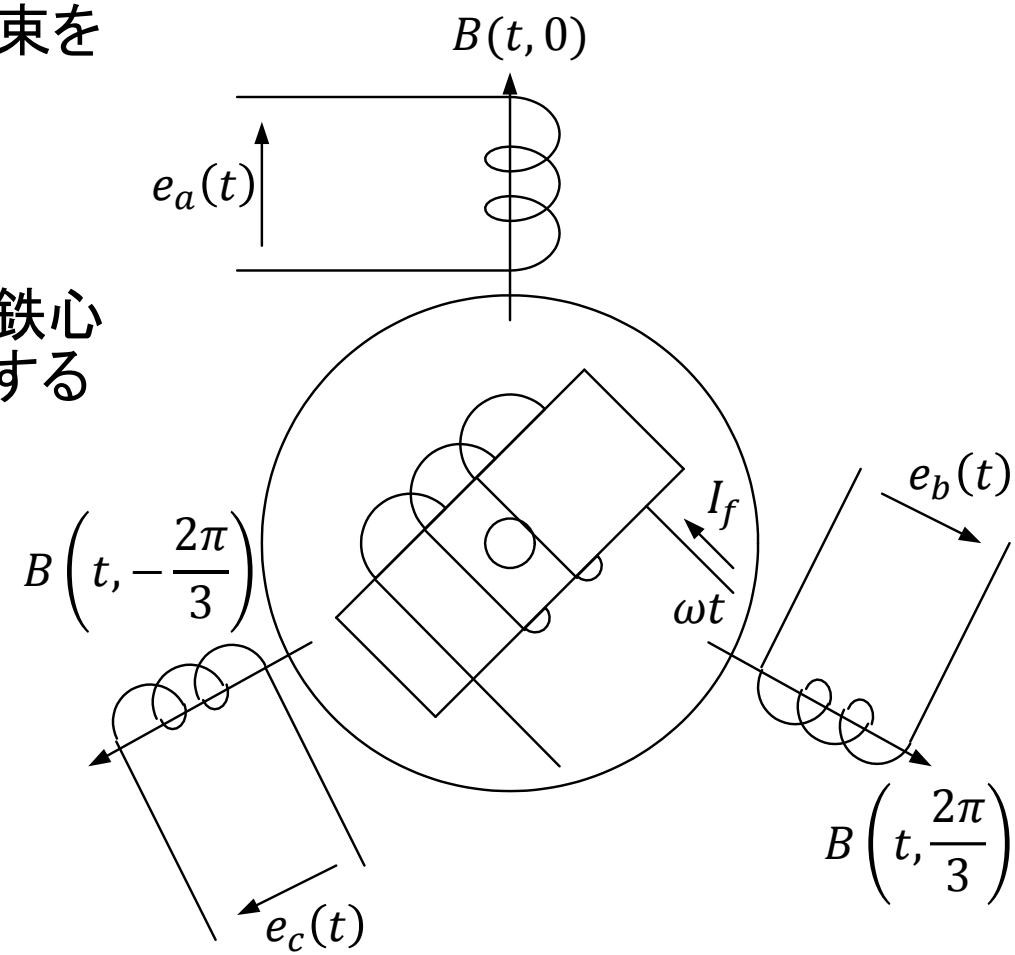
S: 電機子コイルの面積

界磁巻線に直流電流I_fを通じる鉄心の磁気抵抗を無視すると，発生する最大磁束密度は

$$B_{max} = \frac{\mu_0 N_f I_f}{\ell_g}$$

N_f: 界磁巻線の巻数

ℓ_g: ギャップ長



同期モータの無負荷起電力

$$e_a = N_a \frac{d\phi_a}{dt} = -N_a S B_{max} \frac{d}{dt}\cos(\omega t)$$
$$= N_a N_f \frac{\mu_0 S}{\ell_g} I_f \omega \sin(\omega t)$$
$$= \frac{N_a N_f}{\mathcal{R}_g} I_f \omega \sin(\omega t)$$

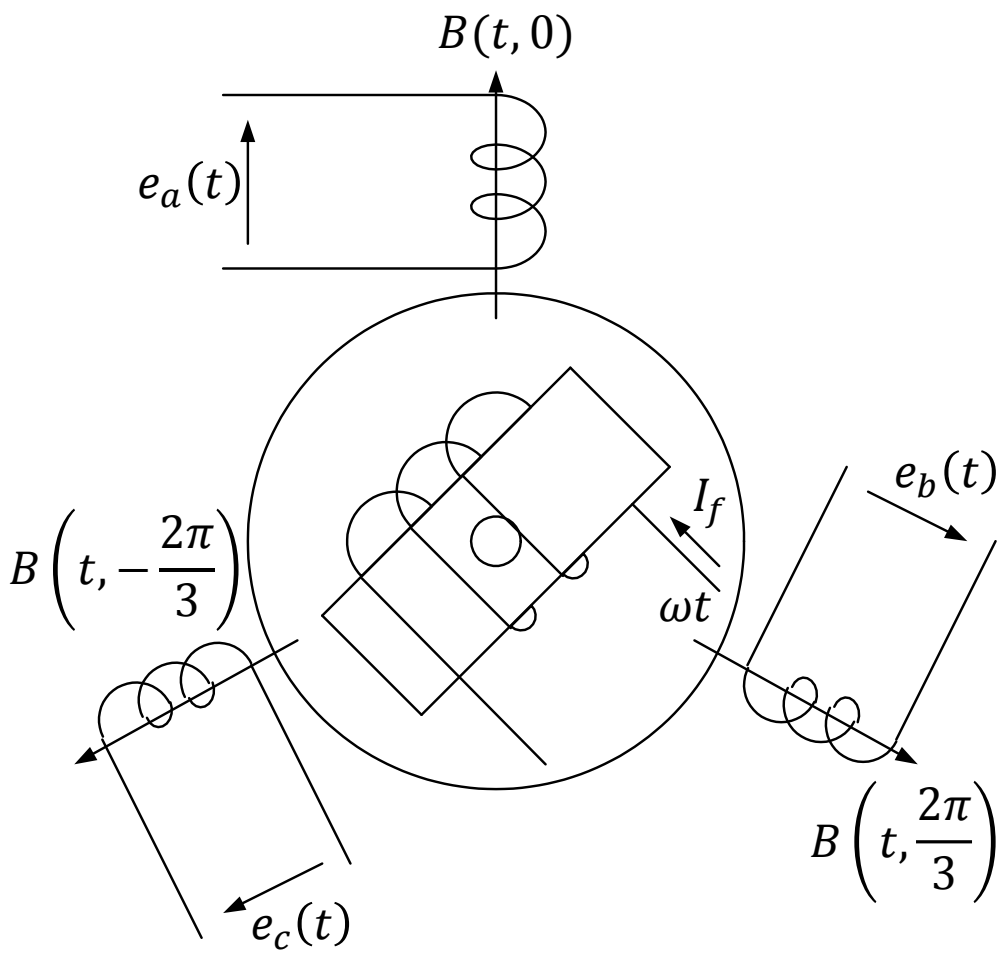
N_a: 電機子巻線の巻数
S: 電機子磁極の面積

ここで，$\frac{N_a N_f}{\mathcal{R}_g}$は界磁巻線と電機子巻線の間の相互インダクタンス$M$,

$$e_a = M I_f \omega \sin(\omega t)$$

であり，極対数$\omega = p\omega_m$であるので，

$$e_a = pM I_f \omega_m \sin(\omega t)$$



三相巻線に誘起する起電力

起電力の実効値は,

$$E_0 = \frac{pMI_f\omega_m}{\sqrt{2}}$$

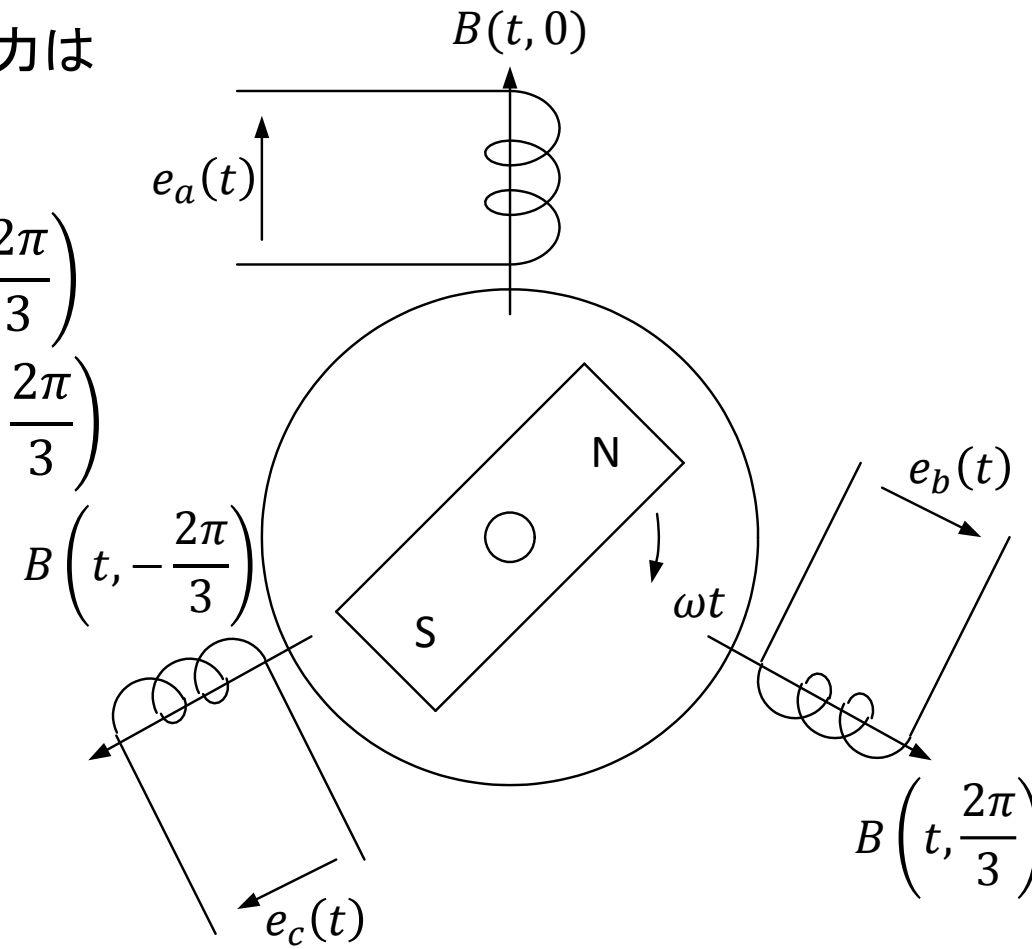
であるので，各コイルに誘導する起電力は

$$e_a = e(t,0) = \sqrt{2}E_0\sin(\omega t)$$

$$e_b = e\left(t,\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}E_0\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_c = e\left(t,-\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}E_0\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

平衡三相交流電圧が誘起する



回転磁界によるトルクの発生

- 回転磁界中に円筒形の磁石を置いた場合
  回転磁界にひきつけられてトルクが発生する。

回転磁界の速度ωと回転子速度ω_mが等しい場合

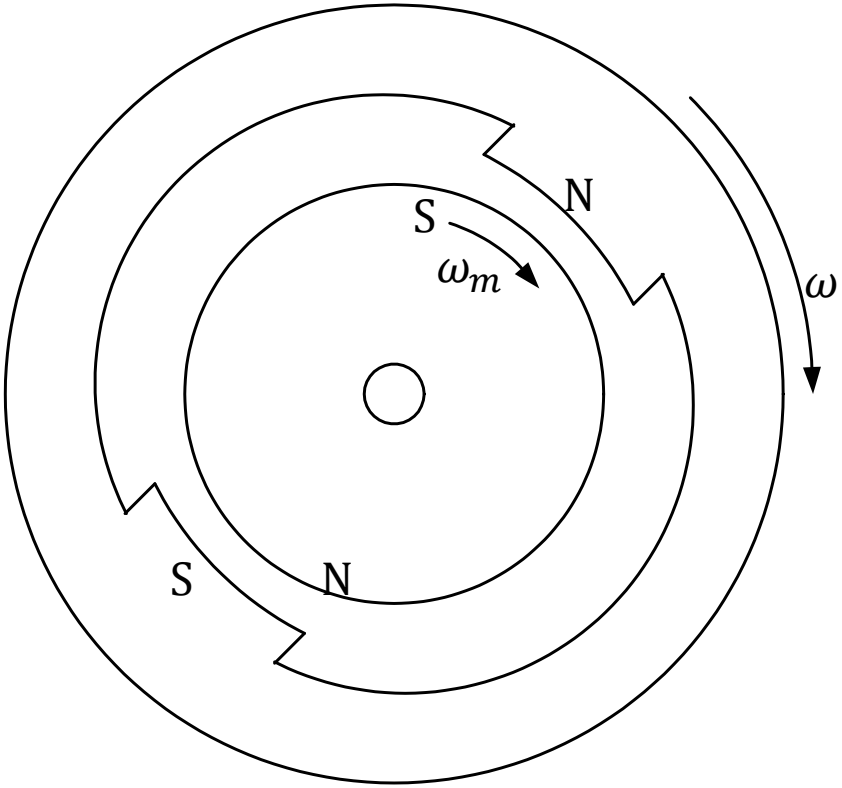
$$\omega = \omega_m$$

平均的なトルクが発生

回転磁界の速度ωと回転子速度ω_mが異なる場合

$$\omega \neq \omega_m$$

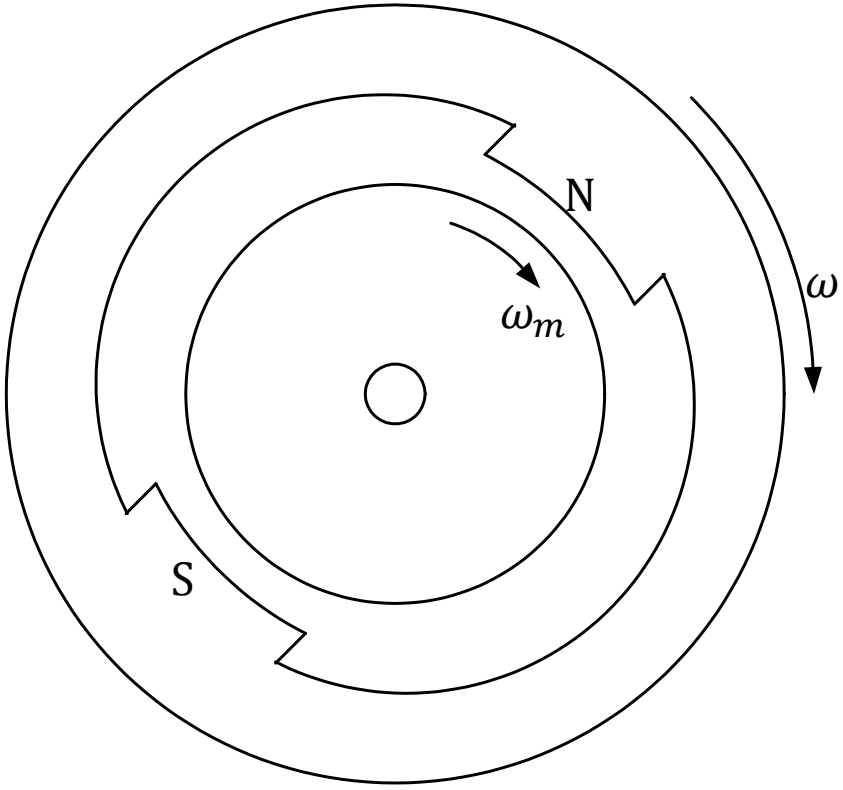
平均トルクは零



回転磁界によるトルクの発生

- 回転磁界中に円筒形の磁性体を置いた場合トルクは発生しない。

どの方向から磁界を印加しても
磁気エネルギーは等しい。



回転磁界によるトルクの発生

- 回転磁界中に突極性のある磁性体を置いた場合磁気抵抗が減少する方向にトルクが発生する。

回転磁界の速度ωと回転子速度ω_mが等しい場合

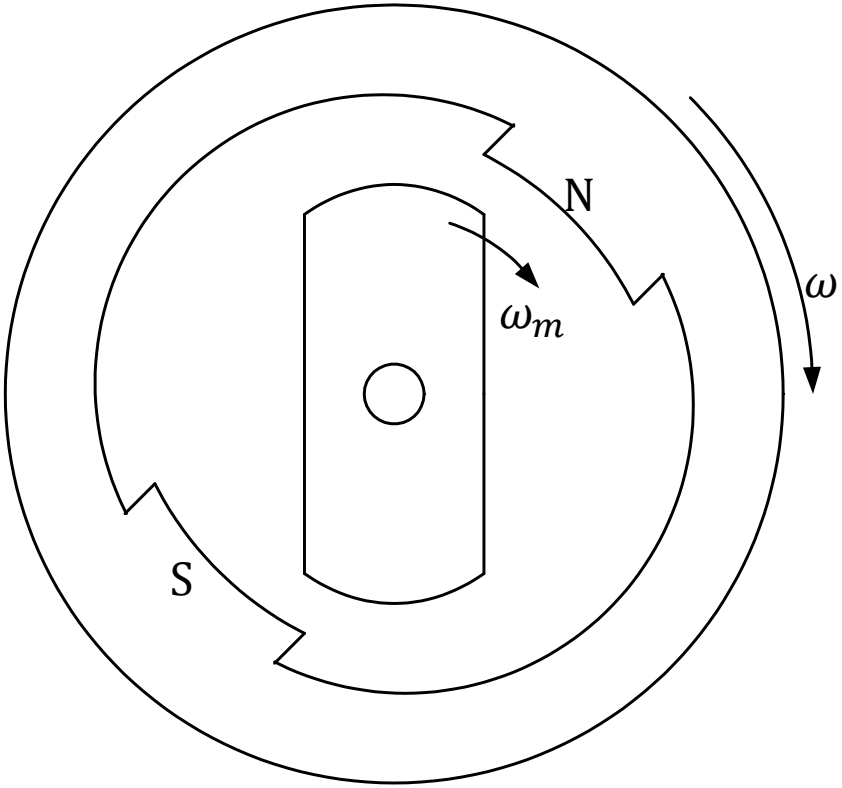
$$\omega = \omega_m$$

平均的なトルクが発生

回転磁界の速度ωと回転子速度ω_mが異なる場合

$$\omega \neq \omega_m$$

平均トルクは零



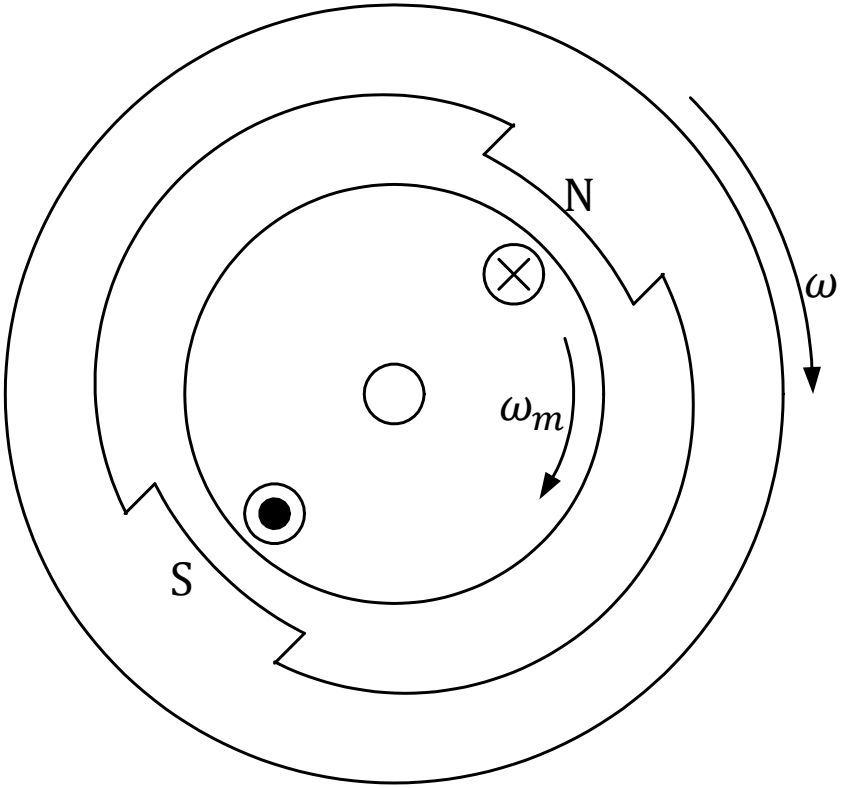
回転磁界によるトルクの発生

- 回転磁界中に円筒形の導体を置いた場合
  導体に流れる渦電流によりトルクが発生する。

回転磁界の速度ωよりも回転子速度ω_mが遅い場合

$$\omega > \omega_m$$

- 導体に起電力が発生
- 電流が流れる
- 電磁力によりトルクが発生



$\omega = \omega_m$の場合
起電力が発生しないので
トルクは生じない。