

物理学演習第一 d クラス No.6

2016.7.12(Tue.) 2016.7.19(Tue.)

【1】《ばねでつながれた2質点》

x 軸上のみを運動できる 2 質点 (いずれも質量 m) が強さ k のばね (自然長 ℓ) で結ばれている.質点の位置を $x_1,\ x_2$ とする ($x_2>x_1$ としておく).

- (i) 2 質点の運動方程式を書け.
- (ii) $x_G = (x_1 + x_2)/2$ と $x_d = x_2 x_1$ に対する運動方程式を導け.
- (iii) 結局どのような運動になるか.

【2】《ロケット》

ロケットは燃焼ガスを後方に噴射して進む. 時刻 t におけるロケットの速度を v, 質量を m (搭載燃料も含んでいる) とする (v はもちろんのこと, m も t の関数である). また, ロケットから見ると燃焼ガスは後方に速さ $v_{\rm g}$ で噴出していて, これは t によらないとする.

- (i) $t \sim t + dt$ の間に燃焼ガスの噴出によりロケットの質量が dm だけ変化した. ロケットの速度変化 dv を v_g , m, dm で表せ. ただし, 簡単のため, 燃料は十分短時間に噴射するとして, その間の重力の影響は無視することにする.
- (ii) t=0 で $v=v_0$, $m=m_0$ の初期条件をつけて v を m の関数で表せ.

[3]

次の物体の慣性モーメントを求めよ.

- (i) 線密度 λ , 長さ 2a の棒の中心を通って棒に垂直な軸まわりの慣性モーメント I を求めよ. λ の代わりに棒の質量 M を使って表すとどのようになるか.
- (ii) 体積密度 ρ , 半径 a, 高さ h の円柱の中心軸まわりの慣性モーメント I を求めよ. ρ の代わり に棒の質量 M を使って表すとどのようになるか.
- (iii) 体積密度 ρ , 半径 a の球の中心を通る軸まわりの慣性モーメント I を求めよ. ρ の代わりに棒の質量 M を使って表すとどのようになるか.

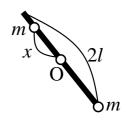
[4]

半径 a, 質量 M の円柱が,傾き角 α の斜面上にいる.いま,斜面に平行下向きに x 軸をとり,円柱の重心の x 座標を x_G とする.また,P を円柱に固定された点とし,t=0 で円柱は点 P で斜面に接していたする.時刻 t での点 P の回転角を θ として,以下の間に答えよ.

- (i) 円柱と斜面の間に摩擦がはたらかないとすると、円柱の運動は斜面を滑り落ちる質点の運動と同じである。その場合に重心 $x_{\rm G}$ が従う運動方程式を x 方向について書け、重力加速度は g である。
- (ii) 円柱と斜面の間に摩擦がある場合, 円柱は斜面を転がりながら落ちていくことになる. 円柱が斜面から受ける摩擦力を R として, 重心 x_G が従う運動方程式を書け.
- (iii) このとき, 円柱は回転しているので, 回転角 θ と重心座標 $x_{\rm G}$ は連動している. いま, 円柱は斜面を滑ることなく転がっているとし, θ と $x_{\rm G}$ の関係を書け.
- (iv) θ の時間変化を決めるのは、角運動量の運動方程式である. これを書け.
- (v) (ii) から (iv) の結果を用いて, 重心座標の加速度 \ddot{x}_G を求めよ.

【5】《実体振り子》

質量 M で長さ 2l の一様な細い剛体棒があり、棒の中点 O を垂直に貫く水平軸の周りを回転できるようになっている。棒の片側の端に質量 m のおもりをつけ、さらに中点を挟んで反対側で中点からの距離が x の点 $(0 \le x \le l)$ にもおもり m をつけた。前者のおもりは位置が端に固定されているが、後者のおもりは位置を変えることができる。おもりの大きさは無視してよく、質点として扱ってよい。



(i) この系の微小振動の周期Tを求めよ.

1周期の振動で2拍である.

- (ii) T は x に対してどのように変化するか図示せよ.
- (iii) この系は機械式メトロノームの機構を簡略化したものである. テンポを合わせるのなら単振り子で振り子の長さを変えてもよいわけだが,なぜメトロノームが使われるのか,理由を考察せよ. (※) 通常の機械式メトロノームは毎分40拍から208拍まで調節できるようになっている. ただし,

[6]

- (i) 緯度 θ の地点にある質点 (質量 m) が受ける遠心力の大きさ F を m, R, θ , ω を用いて表わせ. ただし, R は地球の半径 (なお, 簡単のため, 地球は完全な球形であるとする), ω は自転の角速度である.
- (ii) 東京 (緯度 $\theta=35^\circ 41'\sim 0.62$ rad) における遠心力の強さを見積もってみよう. 地球の半径 $R=6.4\times 10^6$ m, 重力加速度 g=9.8 m/s² を用いて, 東京における遠心力 F と重力 $F_{\rm g}$ の比 $F/F_{\rm g}$ を求めよ. 必要があれば, 電卓を用いてもよい.
- (iii) 次に Coriolis 力を強さを見積もることにしよう. 緯度 θ のある地点の地上から高さ h の点から質点 m を落下させることを考える. 緯線に沿って南向きに x 軸, 経線に沿って東向きに y 軸, 鉛直方向に z 軸を定義し, 運動方程式を書け. ただし遠心力は無視してよい (遠心力は ω^2 に比例し, Coriolis 力は ω に比例するので, ω が小さい場合は遠心力は相対的に無視できる).
- (iv) 自由落下をしているので、 \dot{x} 、 \dot{y} は小さいと考えて無視し、運動方程式を解け.
- (v) 質点はどちらの方角にどのくらいずれた箇所に落下するか, ω , g, θ , h を使って表わせ.
- (vi) 東京スカイツリーの頂点 h=634 m から質点を落下させた場合の落下地点のズレを大きさを計算せよ. ただし、スカイツリーとの衝突は考えず、(iii) から (v) で考えたような落下をするものとする. 必要であれば、電卓を用いてもよい.