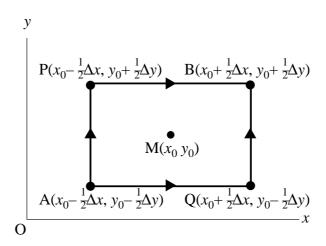


## 物理学演習第一 d クラス No.4

2016.6.14(Tue.) 2016.6.21(Tue.)

## 【1】《線積分》



保存力場では力の線積分

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} \tag{1}$$

が経路 C の詳細によらずにその端点だけで決まる.

図で端点をA,Bとし,経路IをAPB,経路IIをAQBとする.

- (i)  $F(x,y)=(F_x(x,y),F_y(x,y))$  を経路 I に沿って線積分することを考える. 経路 I を  $\overline{AP}$  による部分と  $\overline{PB}$  による部分に分ける.  $\overline{AP}$  では, F(x,y) は  $F\left(x_0-\frac{1}{2}\Delta x,y_0+t\right)$  と書ける. ただし,  $-\frac{1}{2}\Delta y \leq t \leq \frac{1}{2}\Delta y$  である.  $F\left(x_0-\frac{1}{2}\Delta x,y_0+t\right)$  を微小量  $\Delta x,t$  の 1 次までテーラー展開せよ.
- (ii)  $\int_{\overline{AP}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  を求めよ.
- (iii)  $\overline{PB}$  では,  $\mathbf{F}(x, y)$  は  $\mathbf{F}(x_0 + s, y_0 + \frac{1}{2}\Delta y)$   $\left(-\frac{1}{2}\Delta x \le s \le \frac{1}{2}\Delta x\right)$  と書ける. (i), (ii) と同様にして  $\int_{\overline{PB}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  を求め,  $\int_{\mathbb{R}^{8}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  を求めよ.
- (iv) (i), (ii), (iii) と同様にして  $\int_{\text{経路 II}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  を求めよ.
- (v) 力が保存力であるための条件は

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} = 0 \tag{2}$$

であることを示せ.

- (※) 目的の式の左辺は $\cot \mathbf{F}$ のz成分である.
- (vi) xy 平面上で力の成分が  $F_x = y^2$ ,  $F_y = 2xy$  で与えられるとき, この力のポテンシャルは存在するか. また存在するならばその具体形を求めよ.
- (vii)  $F_x = 2xy$ ,  $F_y = x^2y$  のときはどうか.
- 【2】《ポテンシャルエネルギーと運動範囲》

質点 m がポテンシャル

$$U(x) = \frac{ax_0^2}{x^2} - \frac{3ax_0}{x} \tag{1}$$

中で1次元運動をしている. ただし, aと $x_0$ は正の定数で, x>0である,

- (i)  $a \ge x_0$  の次元は何か.
- (ii) 質点のエネルギーが

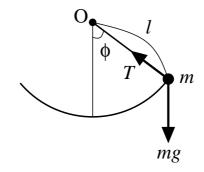
$$E = -\frac{5a}{4} \tag{2}$$

であるとき、質点の運動範囲を求めよ.

- (iii) (ii) の条件でポテンシャルの底で質点の速さはいくらか.
- (iv) 質点を無限遠まで到達させるためにはポテンシャルの底での質点の速さをいくらにすればよいか.

## 【3】《角運動量と単振り子》

角運動量と力のモーメントという観点から単振り子の運動方程式を導くことを考える.



- (i) 図の点 O のまわりの角運動量を求めよ.
- (ii) 図の点 O のまわりの力のモーメントを求めよ.
- (iii) 角運動量と力のモーメントの関係から運動方程式を導け.