物理学演習第一 d クラス No.1

2012.4.12(Tue.)
2012.4.19(Tue.)

【1】《運動の記述》
ある質点の位置ベクトル $\boldsymbol{r}(t)$ が，時間 t の関数として

$$\boldsymbol{r}(t) = \begin{pmatrix} b\sin\omega t \\ b\cos\omega t \\ ct^2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

で表されている．ただし，b, c, ω は定数である．
(i) 速度ベクトル $\boldsymbol{v}(t)$，加速度ベクトル $\boldsymbol{a}(t)$，加速度ベクトルの大きさ $|\boldsymbol{a}(t)|$ を求めよ．
(ii) b, c, ω の次元を L, M, T で表せ．

【2】《一般の円運動》半径 r_0 の円周上を可変な角速度 $\theta(t)$ で運動する 2 次元円運動

$$\boldsymbol{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_0\cos\theta(t) \\ r_0\sin\theta(t) \end{pmatrix} \tag{1}$$

を考えてみよう．
(i) 速度ベクトル $\boldsymbol{v}(t)$ と速さ $|\boldsymbol{v}(t)|$ を $\dot{\theta}$ を用いて表せ．また, 等速円運動の場合, つまり, 角速度 $\dot{\theta} = \omega$ が一定の場合, どうなるか.
(ii) 加速度ベクトル $\boldsymbol{a}(t)$ とその大きさ $|\boldsymbol{a}(t)|$ を $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ を用いて表せ．また, 等速円運動の場合, どうなるか.
(iii) ベクトル $\boldsymbol{e}_n$, $\boldsymbol{e}_t$ を

$$\boldsymbol{e}_n = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{e}_t = \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} \tag{2}$$

と定義すると, $\boldsymbol{e}_n$, $\boldsymbol{e}_t$ は, それぞれ, 円の法線方向, 接線方向を向く単位ベクトルになっている．このとき, (ii) で得た加速度ベクトル $\boldsymbol{a}(t)$ を $\boldsymbol{e}_n$, $\boldsymbol{e}_t$ を使って表せ．角速度の変化 (角加速度 $\ddot{\theta}$) の効果はどこに現れているか.

【3】《運動の記述》
x 軸上を運動する質点 m があって，その位置 $x(t)$ が

$$x(t) = \frac{v_0}{\beta}(1 - \mathrm{e}^{-\beta t}) \tag{1}$$

で表されるという．ただし，v_0 と β は正の定数であり，$t \geq 0$ のみ考える．
(i) v_0 と β の次元を L, M, T を用いて表わせ．
(ii) $x(t)$ のグラフを描け.
(iii) 速度 $v(t)$ を求め，グラフを描け.
(iv) 加速度 $a(t)$ を求め，グラフを描け.
(v) この質点にはどのような力が作用していると考えられるか.